

NATIONAAL LUCHTVAARTLABORATORIUM AMSTERDAM

Deel XI - 1942

Verslagen en Verhandelingen
van het
Nationaal
Luchtvaartlaboratorium
Amsterdam.

NIL

VERSLAGEN EN VERHANDELINGEN

VAN HET

NATIONAAL

LUCHTVAARTLABORATORIUM

AMSTERDAM

DEEL XI - 1942

INLEIDING.

Bij het verschijnen van de twee voorgaande deelen van de Verslagen en Verhandelingen was het niet mogelijk deze op de gebruikelijke wijze samen te stellen uit bijdragen van alle afdelingen van het laboratorium. Zij bestonden bijgevolg ieder uit een uitvoerig rapport over een speciaal onderwerp. De oorzaak hiervan was hoofdzakelijk het vele werk, noodig in verband met het inrichten van het nieuwe laboratorium en het afwerken en ingebruiknemen van de bijbehorende apparatuur. Daar dit werk grootendeels gereed is, kon bij het samenstellen van dit deel wederom de vroeger gevolgde weg worden ingeslagen, waardoor het een beter beeld geeft van de werkzaamheid van het laboratorium op zijn geheele gebied.

Ter wille van de overzichtelijkheid zijn de rapporten in dezen bundel afdeelingsgewijze gerangschikt.

In het afgelopen jaar werd, als gebruikelijk, een aantal rapporten als Technische Mededeeling uitgegeven. De titels van deze en verdere publicaties van het N.L.L. zijn in de hierna gegeven lijst vermeld.

Amsterdam, November 1942.

C. KONING,
Wetenschappelijk Directeur.

INHOUD - CONTENTS

Rapport

- | | | |
|-------|---------------------------------------|---|
| A 795 | de Lathouder, A. | De groote windtunnel van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium.

The large windtunnel of the Nationaal Luchtvaartlaboratorium. |
| A 796 | de Lathouder, A.
en Wiselius, S.I. | Beproeving van windtunnel 3 van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium.

The calibration of windtunnel 3 of the Nationaal Luchtvaartlaboratorium. |
| A 797 | Dobbinga, E. | De meetinstallatie van windtunnel 3 van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium.

The aerodynamic balance of windtunnel 3 of the Nationaal Luchtvaartlaboratorium. |
| A 802 | de Lathouder, A. | De kleine windtunnel van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium.

The small windtunnel of the Nationaal Luchtvaartlaboratorium. |
| H 984 | Dobbelman,
Th.A.H.M. | Corrosie en corrosiebeproevingsmethoden bij lichte metalen.

Corrosion and corrosiontests on light metals. |
| M 985 | Selling, H.J. | Rekmeters voor materiaal- en spanningsonderzoek.

Tensometers for material- and stress-analyses. |
| S 217 | van der Neut, A.
en Floor, W.K.G. | Spanningen van de tweede orde in bekleding en ribben van vleugels bij buiging.

Stresses of the second order in the skin and ribs of wings in bending. |
| S 242 | van der Neut, A. | De invloed van de elastische vervormingen van vrijdragende vleugels op de rolbesturing.

The effect of elastic deformations of cantilever wings upon aileron control. |

Rapport

V 1038 Greidanus, J.H.

Besturing en stabiliteit van het neuswiel-
onderstel.Control and stability of the nosewheel landing
gear.V 1256 Scheffer, J.C.
en Marx, A.J.Metingen ter bepaling van de krachten, die, af-
hankelijk van den tijdsduur, door een vlieger
op de stuurorganen kunnen worden uitgeoefend.Measurements of the forces which, dependent on
the time of exertion, can be applied to the
control of an aeroplane by a pilot.

VERDERE PUBLICATIES VAN HET
NATIONAAL LUCHTVAARTLABORATORIUM.

VERSCHEENEN TUSSCHEN

1 NOVEMBER 1941 EN 1 NOVEMBER 1942.

Technische Mededeelingen.

- V 1294 "Voorstel eener berekeningsmethode voor de standtrillingen van een vliegtuigvleugel" door Drs. J.H. Greidanus.
- A 769 "Circulatieverdeeling voor tapsche vleugels met prismatisch middenstuk. III. Getordeerde vleugel met eindkoorde kleiner dan de halve middenkoorde" door Ir. A. Boelen.
- A 770 "Circulatieverdeeling voor tapsche vleugels met prismatisch middenstuk. IV. Getordeerde vleugel met eindkoorde kleiner dan de halve middenkoorde (Interpolatiegrafischen)" door Ir. A. Boelen.
- S 176 "Toelaatbare spanningen in dunwandige cylinders met cirkelvormige en elliptische doorsnede" door Ir. F.J. Plantema en Ir. I. Binkhorst.
- S 248 "De needragende breedte van vlakke en weinig gekromde platen" door Ir. F.J. Plantema en Ir. W.K.G. Floor.
- S 250 "Handleiding voor de uitvoering der sterkteberekening van vrijdragende vleugels van het tweeliggetype" door Dr. Ir. A. van der Neut.
- S 260 "Bepaling van den theoretischen kniklast van constructies uit experimenteële waarnemingen" door Ir. F.J. Plantema en Ir. I. Binkhorst.
- S 261 "Toelaatbare spanningen in dunwandige cylinders met cirkelvormige en elliptische doorsnede. II (Verbetering van S 176)" door Ir. F.J. Plantema.

Overige publicaties.

"Het Nationaal Luchtvaartlaboratorium te Amsterdam. Organisatie, werkwijze en inrichting van ons nationaal instituut voor technisch-wetenschappelijke voorlichting op luchtvaartgebied" door Ir. T. van Oosterom.

VERBETERINGEN.

- Rapport A 797: In fig. 6 ontbreekt het cijfer 18 bij het lijntje in den linkerbovenhoek.
- Rapport A 802: Blz. A 22, kolom 1, regel 9 v. o.: "moterkamer" moet zijn "motorkamer".
Blz. A 24, kolom 2, regel 6 v. o.: "Freisrahl" moet zijn "Freistrahl".
- Rapport S 217: Blz. S 26, kolom 1, regel 5 v. o.: "te" moet zijn "the".
Blz. S 26, kolom 2, regel 19 v. b.: gelijktrokken mankeert.
- Rapport M 984: Blz. M 8, kolom 2, regel 16 v. b.: "omv/min" moet zijn "omv/sec".
Blz. M 12, kolom 1, regel 5 v. b.: "Haehnle" moet zijn "Haehnel".

RAPPORT A 795.

Nationaal Luchtvaartlaboratorium, Amsterdam.

De groote windtunnel van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium

door

Ir. A. DE LATHOUDER.

Overzicht.

De thans in gebruik zijnde windtunnels van het laboratorium worden genoemd. De keuze van het windtunneltype, van de straalaftmetingen en van de maximale windsnelheid wordt gemotiveerd. Van de groote tunnel, haar onderdeelen en aandrijfinrichting wordt een korte beschrijving gegeven.

Indeeling.

1. Inleiding.
2. Keuze van het windtunneltype.
3. Keuze van de meetplaats en de maximale windsnelheid.
4. Beschrijving van de tunnel.
 41. Algemeen.
 42. Uitstroomtuit, inzetstuk en opvangtrechter.
 43. Het omloopkanaal.
 44. Het schroefaggregaat.
 45. De hoekschoepen.
 46. De gelijkrichter en het vanggaas.
5. De aandrijfinrichting.
6. Het verliesgetal van de tunnel.
7. Leveranciers.
8. Bouwkosten.

1. Inleiding.

Als gevolg van de steeds toenemende eischen, die de techniek in de afgelopen jaren aan het windtunnelonderzoek stelde, moest de oude, in 1918 gebouwde windtunnel (tunnel No. 1, ϕ 1,60 m) worden vervangen door een grootere moderne tunnel (No. 3)¹⁾.

Daar de groeiende belangstelling voor tunnelonderzoek zowel op luchtvaartgebied als daar buiten voor de toekomst een ruimere toepassing daarvan deed verwachten, werd besloten naast deze groote tunnel een tweede van kleinere afmetingen (No. 4) te bouwen.

De afmetingen van de groote tunnel werden zoo

gekozen, dat in de naaste toekomst de meest voorkomende onderzoeken op het gebied van de luchtvaart kunnen worden uitgevoerd. De afmetingen van de kleine tunnel zijn in hoofdzaak gebaseerd op het verkrijgen van een economisch bedrijf in samenwerking met de groote tunnel, waarbij dus de mogelijkheid geschapen wordt deze laatste te ontlasten van die proeven, waarbij de eischen van hooge windsnelheid en groote meetdoorsnede niet primair zijn.

Alvorens met den bouw van de tunnels No. 3 en 4 werd aangevangen, werd een model op schaal 1 : 10 van tunnel No. 3 vervaardigd om het ontwerp van deze te toetsen. Deze windtunnel (No. 2) is in gebruik gebleven voor onderzoeken, welke slechts een meetplaats van geringe afmetingen vereischen, zooals b.v. het onderzoek en ijken van instrumenten.

Het laboratorium heeft dus de beschikking over 3 tunnels, waarvan de hoofdgegevens in tabel 1 zijn opgenomen. De tusschen haakjes geplaatste snelheden voor de vergroote doorsneden werden nog niet gemeten, doch zijn door omrekening uit de gemeten windsnelheden voor de normale doorsneden vastgesteld. Bij de bepaling van de windsnelheid in de modeltunnel was deze uitgerust met een voorloopigen aandrijfmotor.

Tabel 1²⁾

Straalaftmetingen en windsnelheden van de tunnels 2, 3 en 4.

Toestand van de meetplaats	Aftmeting doorsnede in m			Windsnelheid in m/sec		
	modeltunnel No. 2	groote tunnel No. 3	kleine tunnel No. 4	modeltunnel No. 2	groote tunnel No. 3	kleine tunnel No. 4
normaal, open	0,21 × 0,30	2,12 × 3,03	1,51 × 1,51	69	70	40
normaal, gesloten	0,21 × 0,30	2,12 × 3,03	1,51 × 1,51	73	81	—
vergroot, open	0,30 × 0,40	3,00 × 4,00	2,00 × 2,00	(35)	(36)	(23)

¹⁾ Zie rapport A544 „De technische beteekenis van groote windtunnels” in Versl. en Verhand. van het N.L.L., Deel VIII en „De Ingenieur” 25-10-35, p. W151.

²⁾ De windtunnel in het vroegere laboratorium wordt aangeduid met No. 1. Deze tunnel is medio 1940 gesloopt.

In het onderstaande wordt een korte beschrijving van tunnel No. 3, die in juni 1940 in bedrijf werd gesteld, gegeven. Het onderzoek naar de kwaliteit van de strooming en een beschrijving van de meetinrichting worden in afzonderlijke rapporten (A 796 en A 797) behandeld.

Een beschrijving van windtunnel No. 4 zal in rapport A 802 worden gegeven.

2. Keuze van het windtunneltype.

Bij tunnels zonder omloopkanaal is men, wanneer wordt afgezien van een opstelling, waarbij de in- en uitstroomopening in de buitenlucht uitmonden, gebonden aan een ruime hal, waarin de lucht moet worden teruggevoerd. Behalve het bezwaar, dat de tunnels hierdoor een groote ruimte in beslag nemen, kan als nadeel worden genoemd, dat tengevolge van den op de meetplaats heerschenden onderdruk deze of moet worden omgeven door een luchtdichte kamer (Fransch type, Eiffel), of geheel gesloten moet zijn (Engelsch type, NPL).

De voordeelen van een tunnel met omloopkanaal zijn: een niet door een luchtdichte meetkamer omgeven meetplaats, waarbij zoowel met open als gesloten straal gewerkt kan worden, en de mogelijkheid om het geheel in een beperkte ruimte onder te brengen, waardoor bouwkosten worden bespaard.

Bezwaren, welke soms tegen dit soort tunnels worden aangevoerd, zijn: de mogelijk grootere turbulentie en de aanwezigheid van de „modelschaduw“.

Het eerstgenoemde bezwaar kan door de gebruikelijke insnoering van het kanaal onmiddellijk voor de meetplaats voorkomen worden. Bij toepassing van een voldoende groote kanaallengte en goede vormgeving van de in het kanaal aangebrachte onderdeelen wordt in het algemeen zelfs een lagere turbulentiegraad verkregen dan in kanalen van ander type.

De modelschaduw, die zich tengevolge van den weerstand van het op de meetplaats opgehangen model openbaart als een plaatselijke snelheidsverlaging achter het model, zal in het geheele gesloten luchtcircuit in meerdere of mindere mate blijven bestaan en dus ook in de strooming vóór het model aanwezig zijn. Voor lichamen van kleinen weerstand is de invloed van deze modelschaduw verwaarloosbaar. Bij objecten met grooten weerstand kan hij van beteekenis worden. Hij wordt dan bepaald door de snelheidsverdeling op eenigen afstand voor het model op te meten.

De gegevens over tot dusverre gebouwde tunnels geven — hoewel niet overtuigend — den indruk, dat voor het verkrijgen van een betere kwaliteit van den windstroom of voor besparing van vermogen een tunnel met omloopkanaal de voorkeur verdient. Beide factoren zijn zoo sterk afhankelijk van de eigenschappen van de schroef, den vorm van het kanaal en van de in het kanaal opgestelde obstakels, dat het type hierbij een ondersgeschikte rol speelt. Wel is het waarschijnlijk, dat men het aanbrengen van eventuele verbeteringen in de strooming bij gebruik van een omloopkanaal beter in de hand heeft dan bij het andere type.

Op grond van de boven aangeduide overweging-

gen werd de nieuwe tunnel uitgevoerd met een omloopkanaal.

3. Keuze van de meetplaats en de maximale windsnelheid.

De afmetingen van de meetdoorsnede moeten zoodanig worden gekozen, dat die van het model groot genoeg zijn om details hiervan met voldoende nauwkeurigheid te kunnen uitvoeren. Mede in verband met de beproeving van ware-groote onderdeelen, is een straalbreedte van tenminste 2,50 m gewenscht. De keuze van de breedte moet echter ook uit een ander oogpunt worden beschouwd. Zij bepaalt n.l., tezamen met de windsnelheid, de waarde van het Reynolds' getal, die voor een te onderzoeken lichaam kan worden bereikt. Uitgegaan is van den eisch, dat voor normale draagvlak- en vliegtuigmodellen een Reynolds' getal $R_e = 1,6 \times 10^6$ moet kunnen worden bereikt³⁾. Op grond hiervan werden voor de breedte en de maximale windsnelheid resp. 3 m en 65 m/sec gekozen. Daar bij verreweg de meeste proeven kan worden volstaan met een hoogte, die kleiner is dan de breedte, zou het toepassen van een ronde doorsnede oneconomisch zijn. Van een elliptische doorsnede werd afgezien om redenen van constructieven aard. Voor den vorm werd gekozen een rechthoekige doorsnede van $3 \times 2,1$ m met afgeschuinde hoeken.

In verband met het onderzoek van lange modellen (luchtschipmodellen, profielen voor metingen bij groot Reynolds' getal, treinstellen) is de lengte van de meetplaats vrij groot, n.l. 4 m.

Om zoowel de voordeelen van een open (toegankelijkheid bij montage en stroomingsonderzoek, kleinere invloed van de beperkte straaldorsnede in sommige gevallen) als van een gesloten straal (hoogere snelheid, mogelijkheid om den drukgradiënt te beïnvloeden met de verstelbare wanden) te kunnen benutten, werd een verrijdbare koker (het inzetstuk) vervaardigd, die desgewenscht tusschen de uitstroomtuit en den opvangrechter kan worden geplaatst. In fig. 3 bevindt het inzetstuk zich in uitgereden toestand, dus buiten den windstroom.

In verband met eventuele onderzoekingen aan zeer groote modellen bestaat de mogelijkheid de voor de meetplaats aangebrachte ijzeren tuit (zie fig. 4) te verwijderen, waardoor men de beschikking heeft over een meetdoorsnede van 3×4 m. In dat geval is de maximale snelheid echter aanzienlijk lager en de kwaliteit van den luchtstroom minder goed.

4. Beschrijving van de tunnel.

4.1. Algemeen.

Bij het ontwerp is uitgegaan van de door Prof. Ackeret in Zürich gebouwde tunnel. Voor de door hem verleende medewerking in den vorm van verstrekte inlichtingen mag een woord van dank hier niet achterwege blijven.

Op grond van de gegevens over de eigenschappen van deze windtunnel en literatuur over in

³⁾ zie de in noot 1) genoemde publicatie.

Doorsnede A-A.

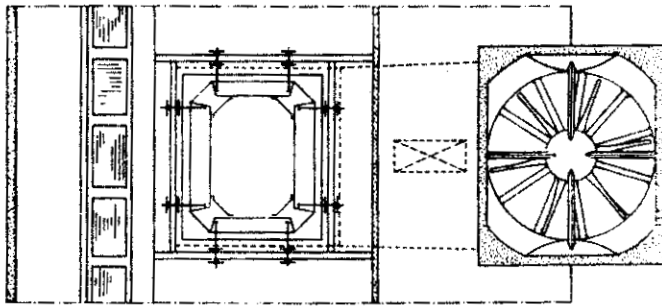
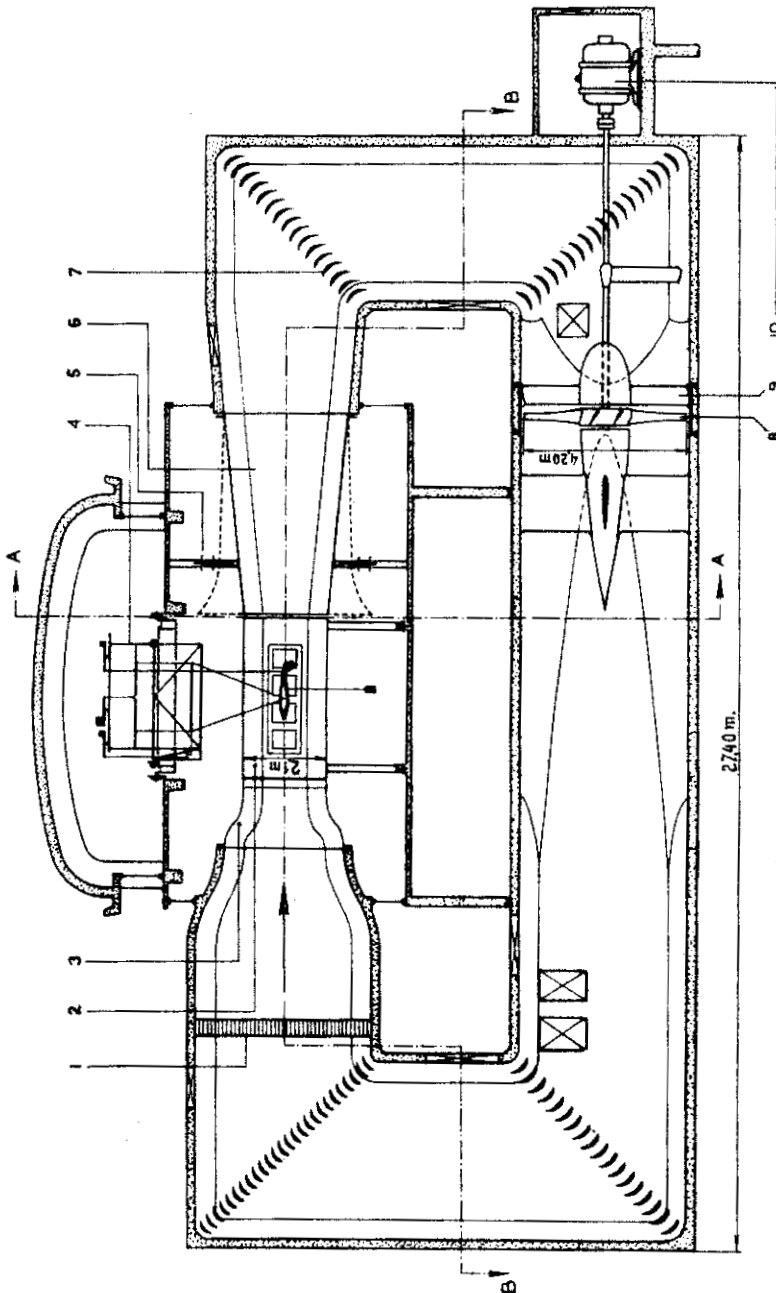


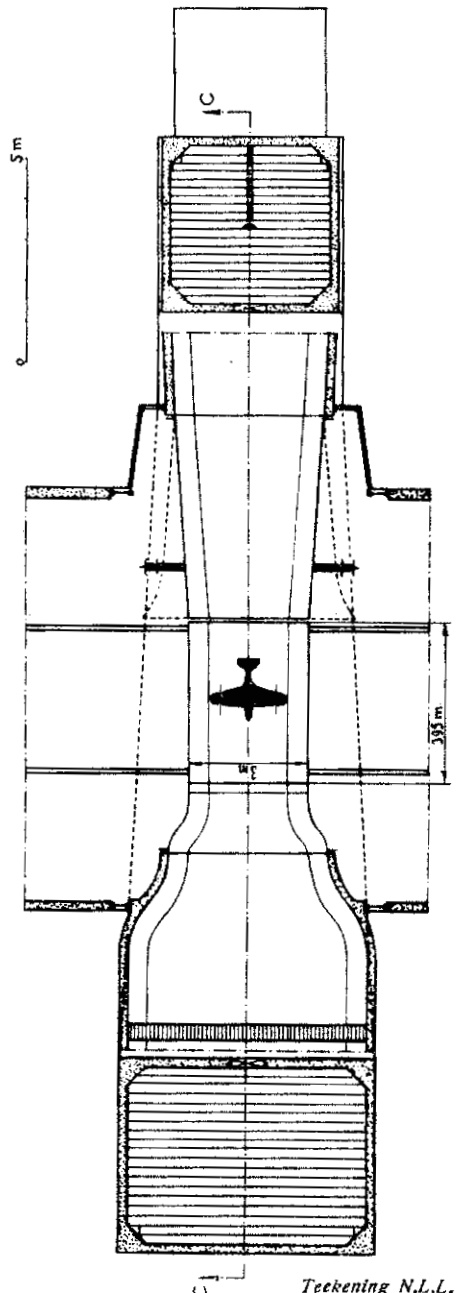
Fig. 1. Schematische voorstelling van tunnel 3.

- 1 Gelijkrichter.
- 2 Vrijdbaar inzetstuk.
- 3 Losneembare uitstroomtuit.
- 4 Meetwagen met balansen.
- 5 Handwielen voor verstelling van opvangtrechter.
- 6 Verstelbare opvangtrechter.
- 7 Hoekschoepen.
- 8 6-bladige schroef.
- 9 11 vaste leidschoepen.
- 10 600 pk motor.

Doorsnede C-C.



Doorsnede B-B.



Teekening N.L.L.

andere landen gebouwde tunnels werden in het ontwerp van Prof. Ackeret echter enkele ingrijpende wijzigingen aangebracht. Ter verkrijging van een lageren turbulentiegraad werden zoowel de insnoering vóór de meetplaats als de lengte van het kanaal vergroot. Door laatstgenoemde wijziging kon een gunstiger verloop van de kanaaldoorsnede (kleinere divergentie van de wanden) worden verkregen. In tegenstelling tot de in het Züricher kanaal toegepaste aandrijving met 2 lucht-

schroeven, werd een uitvoering met één schroef gekozen. Voor de uitstroomtuit, den opvangtrechter en de leidschoepen werden nieuwe vormen ontworpen.

Een algemeene indruk van den vorm van het kanaal en de daarin aangebrachte onderdeelen geeft fig. 1. De tunnel is volgens het veelal toegepaste principe, waarbij de meetplaats in het boven-deel en de schroef in het onderdeel van het omloopkanaal is aangebracht, uitgevoerd. De windstroom

treedt via een in het kanaal aangebrachte insnoering en een daarachter geplaatste „uitstroomtuit” in de open of gesloten meetplaats, om daarna door een verstelbaren „opvangtrechter” weer in het betonkanaal te worden teruggeleid. In de 4 hoeken van het kanaal wordt de windstroom door „hoekschoepen” omgeleid. Met uitzondering van de schroefdoorsnede en de er voor en er achter gelegen overgangen is de kanaaldoorsnede rechthoekig met afgeschuinde hoeken.

Fig. 2 toont een aanzicht van het tunnelgebouw, waarin zich de zeer ruime, om de meetplaats heen gebouwde meetkamer bevindt. Ter linker- en rechterzijde zijn de beide verticale kanaalstukken van de tunnel zichtbaar. Het onderkanaal ligt gedeeltelijk onder het maaiveld.

42. Uitstroomtuit, inzetstuk en opvangtrechter (fig. 1, 3, 4 en 5).

Deze onderdeelen bevinden zich in een groote meetruimte tusschen de in- en uitstroomzijden van het betonkanaal, die in deze ruimte uitmonden. In fig. 1 zijn deze deelen genummerd met 3, 2 en 6. De wanden zijn vervaardigd uit plaatijzer van 3 mm dikte en verstijfd met profielijzer.

De tuit (zie fig. 3 en 4), die een voortzetting van de vóór de meetplaats aangebrachte insnoering van het kanaal vormt, bestaat uit vier deelen, die losneembaar aan de uitstroomzijde van het betonkanaal zijn bevestigd. De doorsnede bedraagt aan die zijde 3×4 m. Wordt de ijzeren tuit verwijderd, dan komt dus een vergroote meetdoorsnede van 3×4 m beschikbaar. De nauwste doorsnede van de 1,70 m lange tuit bedraagt $3,00 \times 2,10$ m. Om te voorkomen, dat de tengevolge van de insnoering optredende contractie in de strooming zich op de meetplaats voortzet, is aan de uitstroomzijde van de tuit een kleine verwijding aangebracht, die eindigt in een cilindrisch deel met een doorsnede van $3,03 \times 2,12$ m. Het oppervlak van deze doorsnede, waarvan de rechte hoeken

afgeschuind zijn, bedraagt $5,92 \text{ m}^2$. De insnoerings- of contractieverhouding van het kanaal, dat is de verhouding der doorsnedeoppervlakken vóór ($25,90 \text{ m}^2$) en na de insnoering, bedraagt $25,90/5,92 = 4,38$. De toepassing van een dergelijke contractie in de strooming onmiddellijk vóór de meetplaats heeft ten doel de kwaliteit van den windstroom op de meetplaats te verbeteren. Zoo- wel de snelheidsvariates over de meetdoorsnede als de turbulentie in de toestroomende lucht worden erdoor verminderd.

Het inzetstuk (zie fig. 3), dat op een verrijdbaar onderstel in een richting, dwars op den windstroom, verplaatst kan worden, is opgebouwd uit 4 hoofdplaten, die aan de tuitzijde scharnierend aan het onderstel zijn bevestigd en aan de andere zijde door middel van handwielen op verschillende doorsneden kunnen worden ingesteld. Elk der wanden kan (aan de trechterzijde) zoowel naar binnen als naar buiten ongeveer 5 cm uit den evenwijdigen stand worden verplaatst. Hierdoor is het mogelijk het verloop van den statischen druk langs de hartlijn te wijzigen. De spleten in de hoeken tusschen de genoemde hoofdplaten worden afgedicht met 4 lange smalle platen (vulplaten), die eveneens aan één zijde scharnierend zijn bevestigd en aan de andere zijde met spanners tegen de hoofdplaten kunnen worden aangetrokken. Ter vereenvoudiging van de werkzaamheden bij de montage van modellen en met het oog op het doorvoeren van meet- en spandraden, zijn in de boven- en onderplaat groote houten luiken aangebracht. De zijwanden zijn voorzien van toegangsluiken, waarin vensterglas of triplex wordt geplaatst.

De opvangtrechter (zie fig. 3 en 5) is op dezelfde wijze als het inzetstuk opgebouwd. De platen zijn aan de betonzijde, waar de doorsnede $3,1 \times 3,7$ m bedraagt, scharnierend bevestigd. Aan de andere zijde kunnen zij met handwielen, die aan een om den trechtermond gebouwd vast portaal zijn bevestigd, worden versteld. Het voorste

deel van den trechter bestaat uit naar buiten gebogen, losneembare mondplaten, welke ten doel hebben de uit de tuit tredende luchtstraal bij afwezigheid van het inzetstuk volledig op te vangen. In verband met de aansluiting op een vrijen straal van $2,1 \times 3$ m zoowel als van 3×4 m doorsnede, is de trechter over een groot bereik verstelbaar. De keelopening (= doorsnede op overgang van gebogen mondplaten naar vlakke platen) bedraagt maximaal $3,3 \times 4,3$ m. Hierbij heeft de trechter aan de voorzijde van den mond een opening van

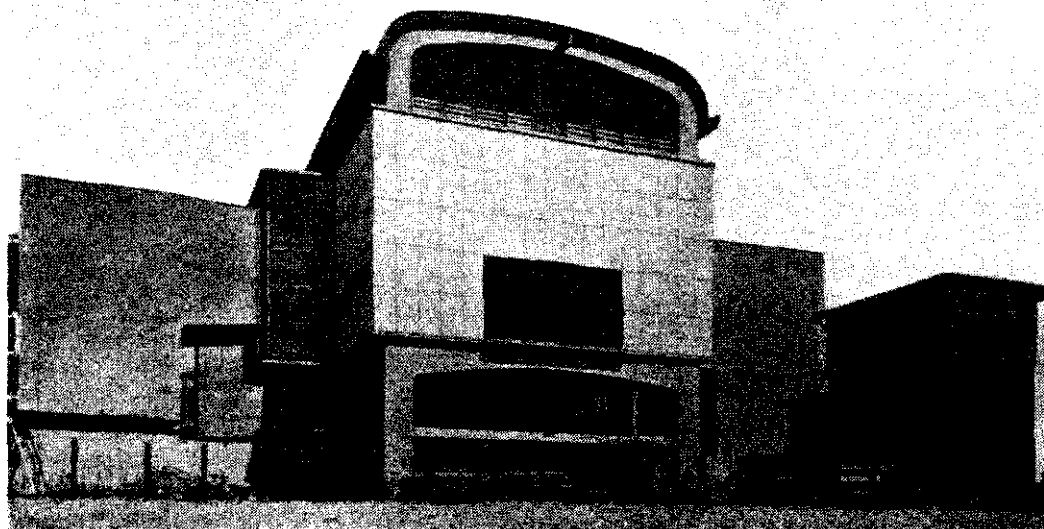


Foto N.L.L.

Fig. 2. Tunnelgebouw met het betonkanaal van de groote tunnel.

4,3 × 5,5 m. De keelopening voor normaal bedrijf, met een open straal van 2,1 × 3 m doorsnede, bedraagt 2,75 × 3,65 m, doch deze kan desgewenscht vergroot of verkleind worden met het doel, den drukgradiënt op de meetplaats te wijzigen.

Bij gebruik van het inzetstuk worden de gebogen mondplaten vervangen door vlakke platen, die zoowel aan het inzetstuk als aan de trechterplaten worden bevestigd. In den toestand, waarbij het kanaal gesloten is, zijn de platen van het inzetstuk en den opvangtrechter dus aan elkaar gekoppeld. Bij verstelling van de wanden van het inzetstuk worden de trechterwanden steeds zodanig versteld, dat een regelmatige overgang van het inzetstuk op den trechter blijft bestaan.

De totale lengte van den opvangtrechter bedraagt 5 m, de divergentie van de horizontale en de verticale trechterwanden is ten hoogste 6°, resp. 4° per wand (bij aansluiting op het inzetstuk).

In den opvangtrechter zijn 3 kransen gaten (10 cm ø) aangebracht. Het doel van deze gaten is tweeledig. In de eerste plaats dienen zij om de uit de meetplaats door den vrijstraal meegevoerde luchthoeveelheid, die in den mond wordt opgevangen, te spuien. Hierdoor worden mogelijke verstoringen van den windstroom op de meetplaats en hinderlijke stroomingen in de meetkamer, die als gevolg van de langs de mondplaten terugstroomende lucht zouden optreden, verminderd. In de tweede plaats wordt het optreden van trillingen in den luchtstroom door de aanwezigheid van deze gaten tegengegaan.

43. Het omloopkanaal (fig. 1 en 2).

Het omloopkanaal is uitgevoerd in gewapend beton met een wanddikte van 20 cm. Deze wijze van constructie werd gekozen, omdat zij robust en vrij van trillingen is en weinig onderhoud vraagt. Het kanaal en het gebouw, waarin zich de meetruimte bevindt, zijn afzonderlijk gefundeerd. Op die plaatsen, waar het kanaal aansluit op dit gebouw, zijn slappe verbindingen of plastisch vervormende voegen aangebracht. De binnenwand van het omloopkanaal is niet afgepleisterd, doch groote oneffenheden zijn vermeden door de bekisting in geschaafd en geploegd hout uit te voeren. In het sterk ingesnoerde deel vóór de uitstroomtuit, waar een goede vorm en gladde wand bijzonder belang-

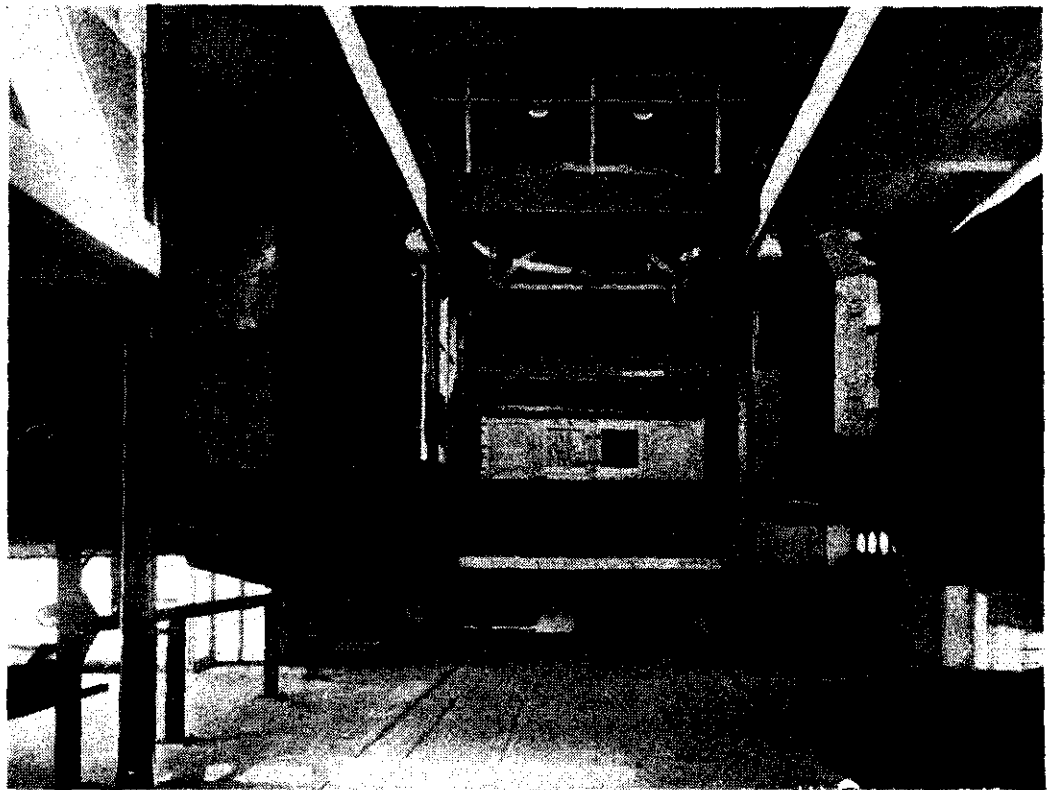


Foto N.L.L.

Fig. 3. De meetplaats met het inzetstuk in uitgereden toestand.

rijk waren, werd gebogen multiplex voor de bekisting gebezigd.

De doorsnede van het kanaal is overal, evenals op de meetplaats, rechthoekig met afgeschuinde hoeken. Voor en achter de schroef zijn, om een regelmatigen overgang op de ronde schroefdoorsnede te verkrijgen, glad gepleisterde vulstukken aangebracht.

Bij de verwijding van het kanaal, welke noodig is om tot de gevraagde doorsnede vóór de insnoering te komen, is er naar gestreefd de doorsnede-vergrotingen zoo ver mogelijk van de meetplaats verwijderd te houden en toch geleidelijk te doen zijn. De verwijding is verkregen en door sprongsgewijze vergrooting in de 1e, 2e en 3e bocht (resp. 9 %, 8 % en 5 % van de plaatselijke doorsnede)



Foto N.L.L.

Fig. 4. De uitstroomtuit, waaruit de windstroom op de meetplaats komt.

en door het divergeeren van de kanaalwanden. De nummering van de bochten van het kanaal is hierbij gerekend vanaf de meetplaats in den zin van

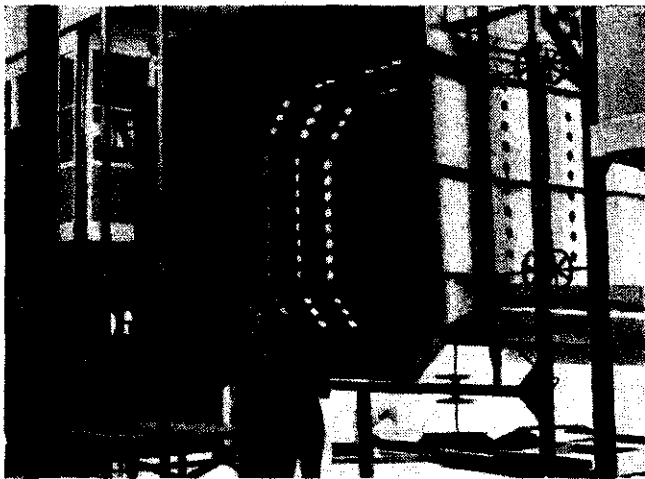


Foto N.L.L.

Fig. 5. De opvangtrechter, waarin de windstroom opgevangen en in het kanaal teruggevoerd wordt.

de windrichting. De divergentie van de kanaalwanden bedraagt tusschen den opvangtrechter en de 1e bocht voor de zijwanden $2,8^\circ$ en voor den boven- en onderwand $5,1^\circ$ per wand. In het kanaaldeelte tusschen de 1e en 2e bocht hebben de zijwanden elk een divergentiehoek van $1,5^\circ$, terwijl de beide andere wanden evenwijdig en vertikaal zijn. Achter de 2e bocht gaat de vierkante doorsnede ($4,2 \times 4,2$ m) over in de cirkelvormige schroefdoorsnede van $4,2$ m ϕ . De divergentie van de zijwanden van het onderkanaal tusschen de schroef en de 3e bocht bedraagt $3,3^\circ$ per wand, de boven- en onderwand lopen horizontaal. In dit deel zijn vulstukken aangebracht, die een regelmatig overgang vormen tusschen de schroefdoorsnede en de rechthoekige doorsnede vóór de 3e bocht. Deze vulstukken vormen deelen van een kegelmantel, waarvan de beschrijvende lijnen hoeken van rond $5\frac{1}{2}^\circ$ met de hartlijn van het kanaal maken. Na de 3e bocht blijft de doorsnede ongewijzigd $4,4 \times 6,0$ m tot de plaats, waar de insnoering begint.

Het kanaal is op verschillende plaatsen toegankelijk door deuren en luiken. Deze zijn dubbel uitgevoerd. De binnendeuren liggen in het vlak van den binnenwand en worden door middel van knevels en een vilttaanslag gesloten om lekkage te voorkomen. De luiken dienen tevens voor het inbrengen van onderdeelen. In de wanden zijn verzonken lampen en stopcontacten aangebracht om het kanaal te kunnen verlichten bij herstellings- of reinigings-werkzaamheden en inspectie. Verder bevinden zich op een aantal plaatsen pijpjes in den kanaalwand, die dienen om het drukverloop in het kanaal te bepalen.

44. Het schroefaggregaat (fig. 1 en 6).

De schroef (in fig. 1 met 8 aangegeven) is 6-bladig en heeft een diameter van rond $4,20$ m. De bladen zijn gegoten uit electron. Zij zijn met bouten op pasvlakken van de schroefnaaf gemonteerd en kunnen door losnemen van deze bouten

in rust worden veresteld. De schroef draait met een vrijslag van ongeveer 3 mm in een zwaren in het beton ingegoten ijzeren ring. De schroefnaaf is omgeven door een stroomlijnvormige omkleeding, die uit drie deelen bestaat. Het voorste en achterste deel zijn vast in de tunnel bevestigd, het middelste deel vormt de bekleding van de naaf, waarin de schroefbladen zijn gemonteerd en draait dus met de schroef mee. De grootste diameter van deze naafomkleeding bedraagt $1,26$ m ($= 0,3$ schroefdiameter). Het voor de schroef gelegen deel bestaat uit een zwaren verstijfden ring, aan de voorzijde waarvan de gietijzeren kop van het stroomlijnlichaam is bevestigd. De ring wordt gedragen door 11 vóór de schroef geplaatste leidschoepen (in fig. 1 met 9 aangegeven), die aan bovengenoemden ingebetonnen ring zijn vastgelascht. Deze leidschoepen brengen een rotatie in de strooming, die tegengesteld is aan de door de schroef veroorzaakte rotatie. Door de strooming vóór de schroef een tegenrotatie te geven wordt achter de schroef een windstroom verkregen, die draaiingsvrij is.

Het achter de schroefnaaf geplaatste kegelvormige deel van de naafomkleeding is opgebouwd uit aan elkaar gelaschte plaatijzeren ringen van 3 mm dikte. Aan de voorzijde bevindt zich een losneembare plaat, waardoor de naaf, in verband met inspectie en eventuele schroefbladverstelling, toegankelijk is. Het kegelvormige deel wordt gedragen door vier gestroomlijnde pooten, die in den kanaalwand zijn bevestigd.

De schroefnaaf is gemonteerd op een as van 11 cm ϕ . De as wordt ondersteund door 3 rollen-

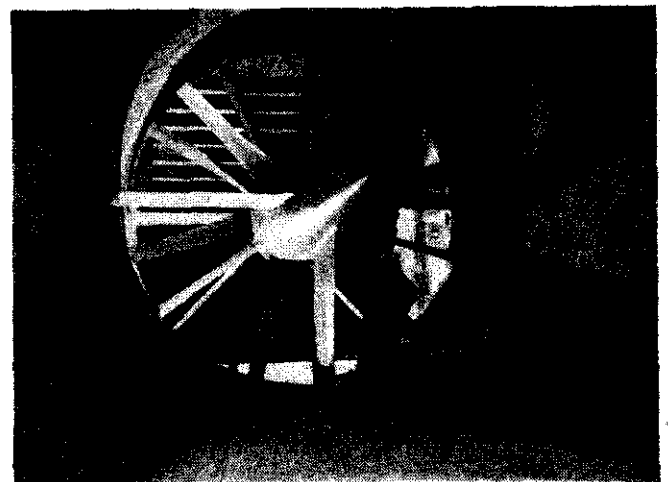


Foto N.L.L.

Fig. 6. Het schroefaggregaat. Geheel vooraan de vier stroomlijnvormige pooten, die het achter de schroef gelegen deel van de naaf dragen. Daarachter de 6 schroefbladen en de 11 leidschoepen. Op den achtergrond de hoekschoepen van de 2e kanaalbocht.

lagers, waarvan één onmiddellijk vóór de schroefnaaf, één buiten den tunnelwand in de motorkamer en één in het kanaal op een bok is geplaatst. Het tusschenlager en de beide pooten van dezen bok zijn stroomlijnvormig uitgevoerd. Het bij de schroefnaaf gelegen lager vindt een stijve ondersteuning in het vaste, voor de naaf gelegen deel van het stroomlijnlichaam.

45. De hoekschoepen (fig. 1 en 7).

De hoekschoepen, welke dienen om de strooming in de kanaalbochten om te leiden (in fig. 1 met 7 aangeduid), zijn vervaardigd uit plaatijzer en verstelbaar aan den wand bevestigd. Met een in de schoepen ingebouwd vastzetmechanisme kunnen zij om tappen, die zich op in den kanaalwand ingebetonneerde ijzeren strippen bevinden, worden verdraaid. De schoepen zijn alle geprofileerd. De vorm is zoodanig gekozen, dat de doorsnede veranderingen van het kanaal ter plaatse van de schoepen tot een minimum beperkt blijven. Behalve de als gevolg van de in punt 43 genoemde sprongsgewijze vergrooiting ontstane verwijding in de bochten, treedt dus geen noemenswaardige contractie of divergentie in de strooming op tijdens het doorstroomen van de bochten. De profieldoorsnede der schoepen wordt gevormd door twee elkaar snijdende cirkelbogen. In het aldus verkregen profiel is een der scherpe zijden vervangen door een afronding. Het skelet vormt ongeveer een kwart cirkel.

De schoepen zijn opgebouwd uit cirkelvormig gebogen plaatstrooken van $2\frac{1}{2}$ mm dikte, die aan de voorzijde op een buis (den neus) en aan de achterzijde aan elkaar gelascht zijn. De overgangen op de buis zijn vloeiend bijgewerkt, de achterzijde is scherp bijgeslepen. De schoepen zijn inwendig verstijfd door dwarsschotjes en een in den staart gelegen langsversterking van rondijzer.

Om in het laatste kanaalgedeelte een zoo gelijkmatig mogelijke strooming te verkrijgen zijn in de 4e bocht kleinere schoepen aangebracht dan in de overige bochten.

De koorde en de maximum dikte bedragen voor de schoepen in de eerste drie bochten resp. 628 en 93 mm, voor die in de laatste bocht resp. 450 en 67 mm. De stralen der cirkelbogen van de holle en bolle zijde van de schoep bedragen voor de groote schoepen resp. 500 en 365 mm, voor de kleine schoepen resp. 359,5 en 262,5 mm.

De schoepen in de eerste drie bochten zijn op een onderlingen afstand (steek) van 320 mm geplaatst, die in de vierde bocht hebben een afstand van 230 mm.

46. De gelijkrichter en het vanggaas (fig. 1).

De gelijkrichter (zie fig. 1 no. 1), die zich onmiddellijk achter de laatste bocht bevindt, heeft ten doel de richtingsafwijkingen van den windstroom weg te nemen en de snelheidsverdeling te verbeteren. De gelijkrichter is opgebouwd uit een systeem evenwijdig aan de hartlijn van de tunnel loopende kanalen van vierkante doorsnede. De vertikale wanden worden gevormd door van boven tot onder doorlopende strooken messing plaat van 0,5 mm dikte, welke voorzien zijn van horizontale sleufjes. De horizontale wanden bestaan uit tusschengevoegde plaatjes van hetzelfde materiaal, die met lippen in de genoemde sleufjes en in elkaar grijpen en vastgesoldeerd zijn. De doorsnede van de aldus gevormde kanalen bedraagt 6×6 cm, de lengte 40 cm.

Het vanggaas, dat dient om het inwendige van het kanaal te beschermen tegen eventueel uit de

meetplaats wegvliegende deelen, bestaat uit ijzerdraad van 2 mm dikte, heeft een maaswijdte van 5 cm en wordt door geprofileerde staven gesteund.

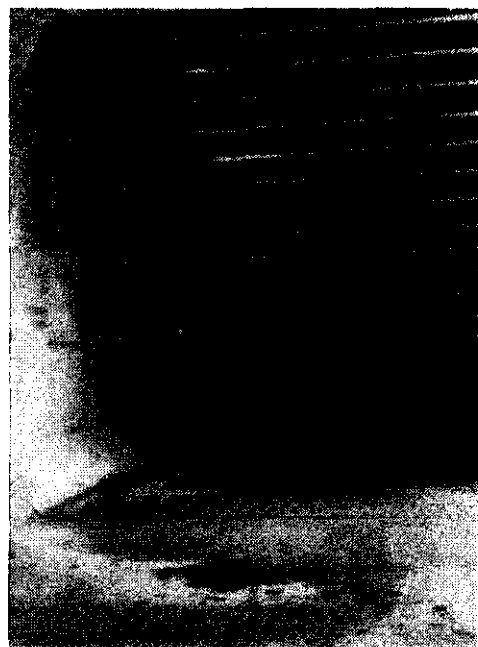


Foto N.L.L.

Fig. 7. De hoekschoepen in de 3e bocht van het kanaal.

5. De aandrijfinrichting (fig. 1).

De direct aan de schroefas gekoppelde aandrijfmotor (zie fig. 1, no. 10) is een gelijkstroommotor van 600 pk bij 850 omw/min en met een ankerspanning van 440 Volt.

De motor wordt gevoed door een 680 pk Ward-Leonard omvormeraggregaat, dat zich in den kelder van het tunnelgebouw bevindt en op afstand wordt bediend. De draaistroommotor van dit aggregaat wordt gevoed uit een draaistroomnet van 2750 Volt en heeft een toerental van 980 omw/min. Het toerental van de schroef kan door middel van handbediening van 0—900 omw/min nauwkeurig worden geregeld.

6. Het verliesgetal van de tunnel.

De maximale windsnelheid bedraagt bij open straal 70 m/sec bij een toerental van 890 omw/min en een door den schroefmotor afgegeven vermogen van 600 pk. Bij gesloten straal is de maximale windsnelheid 81 m/sec bij een toerental van 900 omw/min en een vermogen van 550 pk.

De kanaal- en schroefverliezen worden op de gebruikelijke wijze uitgedrukt in het verliesgetal, d.i. de verhouding tusschen het door den motor afgegeven vermogen en het vermogen, aanwezig in den windstroom op de meetplaats.

$$\text{Het verliesgetal } a = \frac{1200 N}{V^3 F} \quad \text{Hierin is}$$

N = afgegeven motorvermogen (in pk),

V = windsnelheid op de meetplaats (in m/sec),

F = oppervlak van de straaldorsnede op de meetplaats = $5,92 \text{ m}^2$.

Het verliesgetal bedraagt voor de in het bovenstaande gegeven maximale windsnelheden:

$$\begin{aligned} \text{voor open straal} \quad a &= \frac{1200 \times 600}{70^3 \times 5,92} = 0,35, \\ \text{voor gesloten straal} \quad a &= \frac{1200 \times 550}{81^3 \times 5,92} = 0,21. \end{aligned}$$

Uit een vergelijking van deze waarden met voor andere tunnels bekende verliesgetallen blijkt, dat hier de kanaalverliezen betrekkelijk laag zijn.

7. Leveranciers.

Het betonwerk is uitgevoerd door het *Bouw- en Aannemersbedrijf Jan Bakker te Zaandam*. Ook de vulstukken in het kanaal vóór en achter de schroef werden door genoemd bedrijf aangebracht.

Het schroefaggregaat, de hoekschoepen, de tuit, het inzetstuk, de opvangtrechter en het vanggaas werden door de *N.V. Machinefabriek „Jaffa”, voorheen Louis Smulders & Co., te Utrecht* geleverd.

De gelijkrichter is vervaardigd door de *N.V. Hoornsche Metaalwarenfabriek, voorheen G. Scholten, te Hoorn*.

Kleinere onderdeelen, als deuren, luiken, enz. zijn geleverd door de *N.V. De Vries Robbé te Gorinchem*, de verlichtingsinstallatie is aangelegd door de *N.V. Electriciteits Maatschappij, voorheen Alberts & Kluft, te Amsterdam*.

De elektrische installatie voor de aandrijving, met inbegrip van schakelborden, afstandsbediening, enz. is door de *N.V. Electrotechnische Industrie, voorheen Willem Smit & Co., te Slikkerveer* geleverd.

De vorm van het betonkanaal en de daarin aangebrachte onderdeelen werden, met uitzondering van de schroef, door het N.L.L. ontworpen. Constructieve details werden door de leveranciers in overleg met het N.L.L. uitgewerkt. Het ontwerp van de schroef is door Prof. Dr. J. M. Burgers in overleg met de *N.V. Machinefabriek „Jaffa”, voorheen Louis Smulders & Co.* en het N.L.L. gemaakt. De elektrische installatie is ontworpen door de *N.V. Electrotechnische Industrie, voorheen Willem Smit, te Slikkerveer*.

8. Bouwkosten.

In onderstaande tabel wordt een samenvatting gegeven van de bouwkosten voor de windtunnel. De aandacht zij er op gevestigd, dat in deze kosten niet begrepen zijn: het tunnelgebouw met de meetkamer, de meetwagen met de daarbij behorende balansen en overige deelen van de meetinstallatie en de door het N.L.L. verrichte werkzaamheden in verband met het ontwerp en den bouw van de tunnel.

Tabel 2.
Overzicht van de bouwkosten van de groote windtunnel.

Omschrijving van de onderdeelen	Kostprijs ¹⁾
Betonkanaal (inclusief vulstukken vóór en achter de schroef, en kleine ingestorte onderdeelen als deuren en luiken) (geschat)	f 14.000.—
Electrische installatie voor de aandrijving	„ 35.000.—
Tunnelonderdeelen, exclusief gelijkrichter (schroefaggregaat, hoekschoepen, uitstroomtuit, inzetstuk, opvangtrechter, vanggaas)	„ 35.000.—
Gelijkrichter	„ 4.000.—
Diversen (verlichting, hulpwerkzaamheden, enz.)	„ 2.000.—
Totaal	f 90.000.—

¹⁾ prijzen afgerond op f 1000.—.

REPORT A 795.

THE LARGE WINDTUNNEL OF THE
NATIONAAL LUCHTVAART-
LABORATORIUM.

Summary.

Of the tunnels, now being used at the laboratory (tunnels 2, 3 and 4), the dimensions of the cross-section of the jet and the maximum air-speeds are given in table 1. The new tunnels are of the closed return (Göttingen) type, contrary to the former one (tunnel 1), which was of the Eiffel type.

This report gives a description of tunnel 3 (see fig. 1—7). The open jet can be closed by a movable tube. Moreover the jet can be enlarged by removing part of the entrance cone. The throat of the cone is adjustable. The normal cross-section of the jet is 3.03×2.12 m, the length being 4 m. The maximum wind speeds in the closed working-section and open jet are 81 m/sec and 70 m/sec respectively. Hence for aerofoils having a normal aspect-ratio a Reynolds number of about 2×10^6 can be obtained.

The tunnel is constructed of reinforced concrete and has a rectangular cross-section. Immediately before the working section there is a contraction in the channel, the ratio of contraction being 4.38. The honeycomb of sheet-brass is located in the largest section (6×4.4 m). Adjustable and profiled guide vanes, made of sheet-iron, are placed at the four corners of the tunnel.

The diameter of the 6-bladed airscrew is 4.20 m, the number of revolutions is 900/min at the highest speed of 81 m/sec. In front of the propellor a system of eleven radial guide vanes is located. The screw has been coupled to a 600 HP D.C.-motor, fed by a generator with Ward-Leonard control. The power consumption (output of the propellor-motor) at the given maximum air-speeds for closed- and open working-sections amounts to 550 HP and 600 HP respectively. The corresponding power-factors, given by

$$a = \frac{1200 N}{V^3 F}$$

are 0.21 and 0.35.

The investigation of the quality of the airflow and a description of the six-component aerodynamic balance will be given in the Reports A 796 and A 797.

BERICHT A 795.

DER GROSSE WINDKANAL DES
NATIONAAL LUCHTVAART-
LABORATORIUMS.

Zusammenfassung.

Von den jetzt in Betrieb gestellten Windkanälen (Kanäle 2, 3 und 4) der Versuchsanstalt werden in Tafel 1 die Abmessungen der Messquerschnitten und die maximalen Geschwindigkeiten gegeben. Im Gegensatz zum früheren Kanal in Eiffel Bauart wurde für die neuen Kanäle die geschlossene (Göttinger) Form gewählt.

In diesem Bericht wird eine Beschreibung des grossen Kanals (nr. 3) gegeben (siehe Abb. 1—7). Der Freistrahle kann mittels eines fahrbaren Rohres in einer geschlossenen Versuchsstrecke umgewandelt werden. Ausserdem kann der Freistrahle vergrössert werden durch Wegnehmen eines Teiles der Düse. Die Öffnung des Auffangtrichters ist verstellbar. Der normale Querschnitt der Versuchsstrecke beträgt 3.03×2.12 m, die Länge 4 m. Die höchsten Windgeschwindigkeiten sind für geschlossene Messstrecke bzw. Freistrahle 81 und 70 m/sec. Bei der Höchstgeschwindigkeit werden für Flügelmodelle normaler Schlankheit Reynoldssche Zahlen von etwa 2×10^6 erreicht.

Der Kanal ist aus Eisenbeton hergestellt und hat einen rechteckigen Querschnitt. Das Einschnürungsverhältnis des Kanales beträgt 4.38. Im grössten Querschnitt (6×4.4 m) ist ein aus dünnem Messingblech hergestellter Gleichrichter eingebaut worden. In den vier Kanalecken befinden sich einstellbare profilierte Umlenkschaufeln aus Eisenblech.

Die Luftschaube ist sechsflügelig, hat einen Durchmesser von 4.20 m und macht 900 Umdr./Min. bei der Höchstgeschwindigkeit von 81 m/sec. Vor der Schraube ist ein Leitapparat mit 11 Flügeln aufgestellt. Die Schraube ist gekuppelt an einem Gleichstrommotor (600 PS) wofür die Strom durch einen Ward-Leonard-Aggregat geliefert wird. Die Nutzleistung des Gebläse-motors ist für die Höchstgeschwindigkeiten bei geschlossener Versuchsstrecke und bei Freistrahle 550 PS bzw. 600 PS. Die dazugehörigen Leistungsbedarfzahlen, die sich aus

$$a = \frac{1200 N}{V^3 F}$$

ergeben, betragen 0.21 und 0.35.

Die Untersuchung der Strahleigenschaften und eine Beschreibung der Messvorrichtung (Sechs Komponenten-Waage) sollen in den Berichten A 796 und A 797 veröffentlicht werden.

RAPPORT A 796.

Nationaal Luchtvaartlaboratorium, Amsterdam.

Beproeving van windtunnel 3 van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium

door

Ir. A. DE LATHOUDER en Ir. S. I. WISELIUS

Overzicht.

De wijze van beproeving van windtunnel 3 wordt beschreven. De belangrijkste uitkomsten daarvan worden gegeven en besproken. Het hier behandelde deel van het onderzoek beperkt zich tot die eigenschappen, welke van invloed zijn op de bruikbaarheid van de tunnel met een straald doorsnede van $2,1 \times 3,0$ m. De tunnel met vergroote straald doorsnede werd nog niet onderzocht. Het blijkt, dat de kwaliteit van de strooming voldoende goed is voor het uitvoeren van alle normaal voorkomende metingen.

Indeeling.

1. Inleiding.
2. Het gedrag van de tunnelonderdeelen.
3. Het verliesgetal en de maximum bereikbare windsnelheid.
4. De aan de strooming op de meetplaats te stellen eischen.
5. De meetmethoden.
6. Beproevingresultaten.
 61. Algemeen.
 62. Het statische drukverloop langs de hartlijn.
 63. De stuwdrukverdeling op de meetplaats.
 64. De richting van de strooming.
 65. De turbulentiegraad.
7. Conclusies.
8. Notaties.

1. Inleiding.

Terstond na de ingebruikname van windtunnel 3¹⁾ in Juni 1940 werd deze tunnel beproefd, teneinde te bepalen:

- a) of de tunnel met de erin opgestelde onderdeelen goed werkt, d.w.z., dat er zich nergens ontoelaatbare vervormingen of trillingsverschijnselen voordoen,
- b) hoe groot de maximaal bereikbare windsnelheid bij verschillende toestanden van de meetplaats is,
- c) wat de kwaliteit van de strooming op de meetplaats is bij die toestanden.

Nadat eenige verstijvingen aan de constructie, die den opvangtrechter ondersteunt, en aan den opvangtrechter zelf waren aangebracht, bleek de tunnel bruikbaar voor alle normaal voorkomende metingen.

Op grond van de resultaten van de uitgevoerde metingen werden de gunstigste standen voor den

instelbaren opvangtrechter en het instelbare inzetstuk vastgesteld.

De beproeving van de tunnel werd daarna voorloopig beëindigd, hoewel het gewenscht bleef een nader onderzoek in te stellen naar de oorzaak van waargenomen kleine onregelmatigheden in de strooming. Voorts zal de strooming in den straal met vergroote doorsnede nog onderzocht moeten worden.

2. Het gedrag van de tunnelonderdeelen.

Na het in bedrijfstellen van de tunnel bleek, dat alle onderdeelen, behalve de opvangtrechter, naar behooren functioneerden. Ontoelaatbaar groote vervormingen of trillingen werden niet waargenomen, behalve bij den opvangtrechter, indien de tunnel in open toestand (vrijstraal) werd gebruikt. Bij windsnelheden tusschen 55 en 60 m/sec voerde deze namelijk trillingen met een betrekkelijk groote amplitude uit, die vermoedelijk het gevolg waren van resonantie tusschen den opvangtrechter en de aan den rand van den vrijstraal optredende wervels. Het vermoeden, dat resonantie hierbij een rol speelde, werd versterkt, doordat de trillingen bij windsnelheden boven 60 m/sec weer nagenoeg verdwenen. De luchtstrooming bezat in het snelheidsgebied van 55 tot 60 m/sec ook een eenigszins pulseerend karakter. De sterkte van de trillingen was afhankelijk van de grootte van de keelopening van den opvangtrechter; hoe kleiner deze keelopening, hoe sterker de trillingen. Bij die opening, waarbij het statische drukverloop langs het hart van den straal het geringst is — groote keelopening —, was de sterkte van de trillingen dan ook het kleinst.

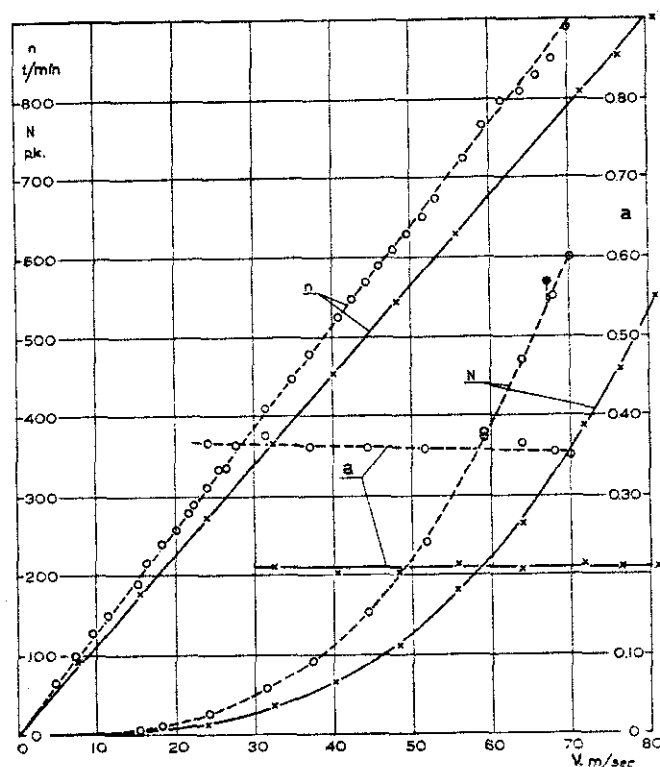
Teneinde de ongewenschte trillingen te verminderen, werd de opvangtrechter (het ondersteuningsportaal, de vrijdragende mondplaten en een aantal plaatvelden) aanzienlijk verstijfd. Hierdoor verdwenen de trillingen bijna geheel; bij de gunstigste opvangtrechteropening waren zij van geen

¹⁾ Deze tunnel is uitvoerig beschreven in Rapport A 795: „De groote windtunnel van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium”, Verslagen en Verhandelingen van het N.L.L., Deel XI, blz. A 1.

beteekenis meer. De indruk werd verkregen, dat ook de pulsaties in de luchtstrooming na de verstijving van den opvangtrechter in sterkte waren afgenomen.

3. Het verliesgetal en de maximum bereikbare windsnelheid.

In fig. 1 zijn het schroeftoerental n , het door den motor aan de schroef afgegeven vermogen N en het verliesgetal a uitgezet op de windsnelheid V_0 . Het verliesgetal is gedefinieerd door $a = \frac{1200 N}{V_0^3 F}$. Hierin is F het oppervlak van de straalddoorsnede op de meetplaats ($5,92 \text{ m}^2$) en worden N en V_0 resp. in pk en m/sec gerekend. Het verliesgetal is vrijwel onafhankelijk van de windsnelheid en voor de gesloten tunnel belangrijk lager dan voor de open tunnel. Uit vergelijking met verliesgetallen voor andere tunnels blijkt, dat de kanaalverliezen in windtunnel 3 betrekkelijk laag zijn.



Teekening N.L.L.

Fig. 1. Tunnelkarakteristieken van windtunnel 3 met open en gesloten meetplaats.

—○— tunnel met open meetplaats.
—×— tunnel met gesloten meetplaats.
* „Ontwerp-snelheid en -vermogen” voor tunnel met open meetplaats.

Het verband tusschen het toerental van de schroef en de snelheid blijkt lineair te zijn; het luidt $n = 12,8 V_0$ voor de open en $n = 11,3 V_0$ voor de tunnel met gesloten meetplaats. n is hierbij uitgedrukt in omw/min en V_0 in m/sec.

De maximaal bereikbare windsnelheid bedraagt 70 m/sec voor den vrijstraal en 81 m/sec voor het gesloten kanaal. Deze snelheden worden bereikt bij vermogens van resp. 600 en 550 pk en toeren-tallen van 890 resp. 900 omw/min.

Bij het schroefontwerp werd verwacht, dat in

den open straal bij een schroefas-vermogen van 570 pk bij 850 omw/min een gemiddelde snelheid van 66,2 m/sec — overeenkomende met een snelheid V_0 in het hart van de tunnel van 67,2 m/sec — bereikt zou worden. Dit punt is ook in fig. 1 uitgezet. Het blijkt, dat de tunnelweerstand iets kleiner is dan die, waarop bij het ontwerp gerekend werd.

4. De aan de strooming op de meetplaats te stellen eischen.

Aan de kwaliteit van de strooming op de meetplaats moet een aantal eischen gesteld worden, omdat de uitkomsten van windtunnelproeven in sterke mate van die kwaliteit afhankelijk zijn.

Voor de strooming in de overige kanaalgedeelten is deze vraag veel minder belangrijk. Eventuele daar optredende onregelmatigheden veroorzaken mogelijk verliezen en beïnvloeden het verliesgetal derhalve; zij hebben echter geen rechtstreekschen invloed op de uitkomsten van de in de tunnel te nemen proeven.

De strooming op de meetplaats moet zoodanig zijn, dat:

- de statische druk langs de hartlijn van de tunnel zoo weinig mogelijk verloopt,
- de snelheidsverdeling over een doorsnede loodrecht op die hartlijn zoo goed mogelijk constant is (in het randgebied van den straal mogen grootere afwijkingen voorkomen),
- de richting van de strooming zoo goed mogelijk evenwijdig is aan de tunnelhartlijn,
- de turbulentiegraad van de strooming zoo laag mogelijk is.

Ter toelichting van deze eischen zij het volgende opgemerkt.

ad a. Bij modellen, waarvan de afmetingen in stroomingsrichting betrekkelijk groot zijn, treden, indien de statische druk langs de tunnelhartlijn sterk verandert, ongewenschte verschijnselen op. De wijziging in statischen druk gaat namelijk gepaard met een wijziging in de windsnelheid. De achterste deelen van het model (b.v. de staartvlakken) bevinden zich dan in een strooming met een iets andere snelheid dan de voorste deelen (vleugel). Bovendien geeft het statische drukverloop een bijdrage in den weerstand van langgerekte lichamen (b.v. rompen). Tenslotte kan een drukgradiënt in de strooming invloed hebben op de eigenschappen van grenslagen en wel in het bijzonder op de ligging van het punt waar de strooming van het oppervlak begint los te laten.

ad b en c. Vanzelfsprekend is het gewenscht, dat het model zich geheel bevindt in een strooming, die, bij afwezigheid van het model, overal een gelijke snelheid heeft en evenwijdig aan de tunnelhartlijn gericht is.

Verschillen in snelheid en richting kunnen tengevolge hebben, dat de op het model werkende krachten en momenten, de circulatieverdeling over den vleugel en de ligging van het loslatingsgebied van den vleugel, daardoor beïnvloed worden.

Die gebieden in de strooming, die ver van het model gelegen zijn, behoeven niet aan den eisch van constante snelheid en richting te voldoen. Bij het onderzoek wordt het randgebied van de tunnel dan ook buiten beschouwing gelaten. Voor de meeste proeven, zooals die met vleugel- en vliegtuigmodellen, zou volstaan kunnen worden met den eisch, dat de strooming in de horizontale hartlijn van de tunneldoorsnede en in een aan weerszijden daarvan gelegen smal gebied constant is. Voor andere proeven is het echter gewenscht, dat het gebied van constante snelheid ook behoorlijke hoogteafmetingen heeft (onderzoek van groote rompen met of zonder schroeven, om hun langsas roterende modellen, enz.). Derhalve werd de eisch gesteld, dat de strooming regelmatig moet zijn binnen een rechthoek van minstens 2 m breedte en 1 m hoogte.

ad d. Het verdient de voorkeur de modellen in de windtunnel te onderzoeken onder dezelfde omstandigheden als bij den ware-groote-toestand in de vrije atmosfeer. Men zal dus in de eerste plaats trachten het getal van Reynolds zoo hoog mogelijk op te voeren. Vervolgens zal men om den ware-groote-toestand na te bootsen in het algemeen een zoo laag mogelijken *turbulentiegraad* in den windstroom trachten te verkrijgen. Uitgezonderd een min of meer dikke luchtlaag aan den grond, waarin turbulente stroomingen optreden, moet de lucht in de vrije atmosfeer op grootere hoogte namelijk — bepaalde atmosferische toestanden buiten beschouwing gelaten — als turbulentievrij beschouwd worden.

Sommige onderzoekers en instellingen (o.a. N.A.C.A.) staan echter op het standpunt, dat een niet te lage turbulentiegraad gewenscht is, indien het getal van Reynolds bij de proeven lager is dan bij het vliegtuig. Wordt namelijk bij een laag getal van Reynolds gemeten, dan kan door een hoogen turbulentiegraad een toestand worden verkregen, die in bepaalde gevallen (b.v. meting van maximum-draagkracht) tot dezelfde meetresultaten leidt als een meting bij een hoog getal van Reynolds en een lagen turbulentiegraad. Daar de samenhang tusschen het getal van Reynolds, de turbulentiegraad van den windstroom en de op het model werkende krachten tot dusverre nog slechts op enkele punten globaal onderzocht is, mag hieruit echter niet geconcludeerd worden, dat bovengeschetst standpunt in het algemeen juist is. Bovendien kan de vraag, hoeveel de turbulentiegraad in bepaalde gevallen verhoogd zou moeten worden, bij de huidige kennis van het probleem niet of met weinig zekerheid beantwoord worden.

Bij de N.L.L.-tunnels is dan ook naar een zoo laag mogelijken turbulentiegraad gestreefd. Zou een hoogere turbulentiegraad voor een bepaalde proef noodig zijn, dan kan dit altijd nog kunstmatig door een turbulentiegaas bereikt worden. Het verlagen van den turbulentiegraad van een tunnel zou daarentegen vrijwel onmogelijk zijn. Bovendien heeft een lage turbulentiegraad het voordeel, dat bij proeven met ware-groote-modellen de turbulentiegraad van de strooming dien in de vrije atmosfeer zoo goed mogelijk nabijkomt.

5. De meetmethoden.

Het *toerental* van de schroef werd met behulp van een Hasler-toerenteller aan de motoras bepaald.

Het door den motor opgenomen *vermogen* werd bepaald door meting van de toegevoerde elektrische energie. Het vermogen, dat aan de schroefas afgegeven wordt, werd daaruit verkregen door de nullastverliezen en de koperverliezen ervan af te trekken. De nullastverliezen werden gemeten, de koperverliezen berekend.

De *stuwdruk* en de *statische druk* zijn beide op de gebruikelijke wijze gemeten met behulp van een pitotbuis. Deze werd bij de metingen in de open meetplaats in een speciaal daarvoor vervaardigd coördinatenapparaat met verstelmogelijkheid in horizontale en verticale richting opgesteld. Bij de metingen in het inzetstuk werd de pitotbuis bevestigd aan een stroomlijnbuis, welke door de wanden van het inzetstuk gestoken werd.

De *richtingsmetingen* zijn verricht met behulp van een richtingsmeter, bestaande uit een cylinder voorzien van drie drukkanalen, welke onder hoeken van circa 60° ten opzichte van elkaar in het cylinderoppervlak zijn aangebracht. Bij deze metingen werd de richtingsmeter met een daaraan bevestigd pasvlak in een vasten stand ten opzichte van de tunnel opgesteld en werd de verhouding der drukverschillen bepaald tusschen het middelste drukkanaal en de buitenste. Met behulp van een bij den richtingsmeter behorende ijkgrafiek werd de hoek van den luchtstroom ten opzichte van het pasvlak afgelezen. Door den richtingsmeter achtereenvolgens horizontaal en verticaal op te stellen, werden de hoeken resp. in het verticale en horizontale vlak gemeten.

De *drukken* werden gemeten met behulp van micromanometers, waarbij rekening werd gehouden met variaties in het soortelijk gewicht van den alcohol. Voor het op constante waarde afregelen van de snelheid werd gebruik gemaakt van een statisch drukkanaal, dat uitmondt in het omloopkanaal tusschen den gelijkrichter en de insnoering vóór de uitstroomtuit.

De *turbulentiegraad* van de tunnel werd verkregen door metingen met gepolijste, metalen bollen. Met twee bollen, resp. van 100 en 200 mm $\varnothing$, werden bij verschillende snelheden weerstandsmetingen verricht. Het kritische getal van Reynolds, dit is het getal van Reynolds, waarbij de weerstandscoefficiënt een waarde van 0,3 heeft, wordt als maat voor den turbulentiegraad opgegeven.

In de figuren zijn de stuwdruk- en snelheidsverdelingen, alsmede de richtingsafwijkingen zoodanig opgeteekend, dat steeds de beschouwde straald doorsnede tegen de stroomingsrichting in gezien wordt.

De meetnauwkeurigheid bij de uitgevoerde metingen bedraagt voor den stuwdruk $\pm 0,3\%$ q , voor den statischen druk $\pm 0,1\%$ q , voor de snelheid $\pm 0,2\%$ V en voor de windrichting $\pm 0,3^\circ$. Het toerental werd practisch zonder fout gemeten.

6. Beproevingresultaten.

61. Algemeen.

Behalve de in punt 2 genoemde pulsaties in de luchtstroaming, treden soms ook nog niet-periodieke snelheidsveranderingen in de tunnel op. De stuwdruk blijft dan bij een constant gehouden druk in de regelopening betrekkelijk lang constant en gaat vervolgens zonder aanwijsbare oorzaak vrij snel over op een iets lageren of hooger stuwdruk. De oorzaak van dit verschijnsel werd nog niet vastgesteld. Voor het nemen van normale windtunnelproeven vormt dit verschijnsel echter geen bezwaar van betekenis, omdat de hieruit

voortvloeiende snelheidswisselingen hoogstens ongeveer $\frac{1}{2}\%$ van de snelheid bedragen.

Alle hierna beschreven metingen werden uitgevoerd nadat de opvangtrechter van de tunnel verstijfd was.

62. Het statische drukverloop langs de hartlijn (fig. 2 en 3).

In fig. 2 is het verloop van den statischen druk langs de hartlijn van den vrijstraal en in fig. 3 langs die van den gesloten straal gegeven.

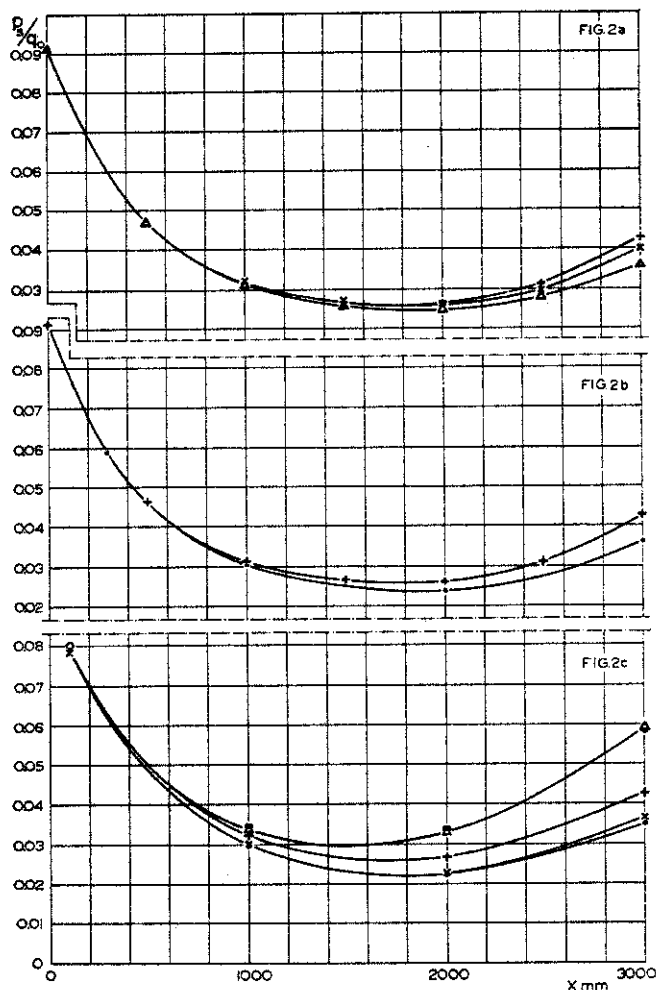
In fig. 2a wordt het verloop van den statischen druk p_s weergegeven bij drie standen van den opvangtrechter (2,65 × 3,55; 2,75 × 3,65 en 2,80 × 3,70 m, gemeten ter plaatse van de kleinste doorsnede, de z.g. keelopening). De gemiddelde luchtsnelheid bedroeg bij deze metingen 65 m/sec. Uit de figuur blijkt, dat de statische druk vanaf de uitstroomtuit een sterke daling vertoont tot op de helft van de straallengte en daarna weer toeneemt. Vergroting van de opvangtrechteropening heeft een vlakker verloop van den statischen druk bij den opvangtrechter tengevolge.

De invloed van de verlenging van de uitstroomtuit met een rand van 200 mm lengte op den drukgradiënt is in fig. 2b weergegeven bij een opvangtrechterstand van 2,65 × 3,55 m. De verlenging heeft tot resultaat, dat de statische druk minder sterk toeneemt bij den opvangtrechter. Op het verloop bij de uitstroomtuit heeft de aangebrachte verlenging geen invloed.

De invloed van de windsnelheid op het drukverloop is in fig. 2c gegeven bij een opvangtrechteropening van 2,65 × 3,55 m, zonder verlengde uitstroomtuit en bij gemiddelde luchtsnelheden van 45, 50, 55, 60 en 65 m/sec. De windsnelheid blijkt in het gebied van 55 à 60 m/sec een grooten invloed op het statische drukverloop te hebben. Bij 65 m/sec ligt de kromme echter weer dicht bij die voor 45 en 50 m/sec. Dit verschijnsel komt in hetzelfde snelheidsgebied voor als de trillingen van den opvangtrechter. Mogelijk is het dus ook een gevolg van de resonantie tusschen de randwervels en den opvangtrechter, de lucht in de tunnelbuis of in de meetkamer. Op grond van beide verschijnselen is het gewenscht metingen bij 55 à 60 m/sec in den vrijen straal zooveel mogelijk te vermijden.

Voor den bedrijfstoestand van de tunnel werd, mede naar aanleiding van deze uitkomsten, een keelopening van 2,75 × 3,65 m met een verlenging van de uitstroomtuit van 0,30 m gekozen. (Deze verlenging geeft namelijk nog een verdere verbetering).

De invloed van de divergentie van het inzetstuk op den drukgradiënt is in fig. 3a gegeven bij vier standen van de wanden van het inzetstuk, nl. bij een divergentie per wand van 9, 12, 15 en 19 mm (gemeten over een wandlengte van 4 m). Het onderzoek werd uitgevoerd met één constante waarde van de keelopening van den opvangtrechter en gesloten gaten in dezen trechter. Het blijkt, dat de grootte van den statischen druk vrij veel, het verloop daarvan slechts weinig met de divergentie verandert. De gunstigste wanddivergentie



Teekening N.L.L.

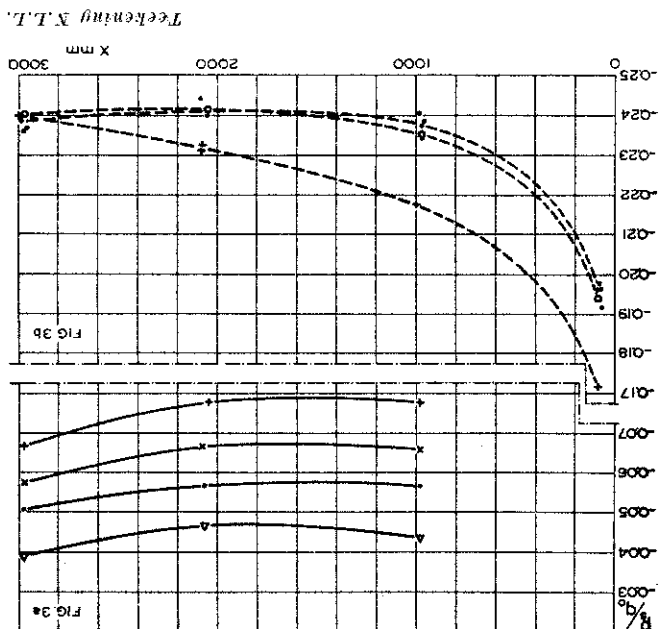
Fig. 2. De drukgradiënt langs de hartlijn van den open straal.

- Invloed van de opvangtrechteropening. ($V_0 = 65$ m/sec).
 — + — opvangtrechteropening: 2,65 × 3,55 m.
 — × — opvangtrechteropening: 2,75 × 3,65 m.
 — Δ — opvangtrechteropening: 2,80 × 3,70 m.
- Invloed van de verlenging van de uitstroomtuit. (Opvangtrechteropening: 2,65 × 3,55 m; $V_0 = 65$ m/sec).
 — + — uitstroomtuit niet verlengd.
 — • — uitstroomtuit 200 mm verlengd.
- Invloed van de windsnelheid. (Opvangtrechteropening: 2,65 × 3,55 m).
 — • — windsnelheid $V_0 = 45$ m/sec.
 — × — windsnelheid $V_0 = 50$ m/sec.
 — Δ — windsnelheid $V_0 = 55$ m/sec.
 — o — windsnelheid $V_0 = 60$ m/sec.
 — + — windsnelheid $V_0 = 65$ m/sec.

blijkt 9 mm te zijn. De onderdruk in het inzetstuk is dan slechts gering.

Lit fig. 3b (open gaten in opvangtrechter) blijkt, dat de drukgradiënt bij evenwijdige wanden vrij groot is. De gunstigste divergentie per wand bedraagt hier 19 mm, waarbij de verschillen in den

Fig. 3. De drukgradiënt langs de hartlijn van den gesloten straal. Invloed van de divergentie van het inzetstuk.



a. Gaten in den opvangtrechter gesloten.
 △ divergentie per wand: 9 mm (0.13°).
 . divergentie per wand: 12 mm (0.17°).
 × divergentie per wand: 15 mm (0.22°).
 + divergentie per wand: 19 mm (0.27°).
 b. Gaten in den opvangtrechter geopend.
 --- divergentie per wand: 0 mm (0°).
 --- divergentie per wand: 15 mm (0.22°).
 --- divergentie per wand: 19 mm (0.27°).

statischen druk op 1, 2 en 3 m slechts circa 0.3% van den stuwdruk bedragen. De onderdruk in het inzetstuk is bij geopende gaten van den opvangtrechter aanzienlijk grooter dan die bij afgedichte gaten; zij bedraagt circa 24% van den stuwdruk bij 19 mm wanddivergentie in plaats van ongeveer 5% bij 9 mm wanddivergentie en afgedichte gaten. De oorzaak van dit verschijnsel is, dat de druk in het inzetstuk bepaald wordt door de plaats, waar het kanaal in verbinding staat met de meetkamer. Bij gesloten gaten wordt de communicatie hoofdzakelijk gevormd door de spleet tusschen den opvangtrechter en het inzetstuk, bij open gaten door deze openingen zelf. De druk in de spleet, resp. de gaten is, afgezien van den invloed van door lekkage van het inzetstuk en den opvangtrechter ontstane secundaire stroomingen, gelijk aan den druk in de meetkamer. De gaten bevinden zich echter in een doorsnede met een oppervlak grooter dan dat van de doorsnede, waarin zich de spleet bevindt, terwijl beide oppervlakken grooter zijn dan dat van de meetplaats. Van daar dat de druk in het inzetstuk negatief is en dat deze onderdruk bij open gaten belangrijk grooter is dan bij gesloten gaten.

Op grond van deze uitkomsten werd de toestand

met open gaten en 19 mm divergentie als de normale voor de proeven in den gesloten straal gekozen.

63. De stuwdrukverdeling op de meetplaats (fig. 4 t/m 7).

De metingen in de open meetplaats zijn uitgevoerd bij een gemiddelde snelheid van 45 m/sec. een opvangtrechteropening van 2.65×3.65 m en zonder verlengstuk aan de uitstroomtuit. De afstand van het vlak, waarin gemeten werd, tot de uitstroomtuit bedraagt 1.75 m (de totale lengte

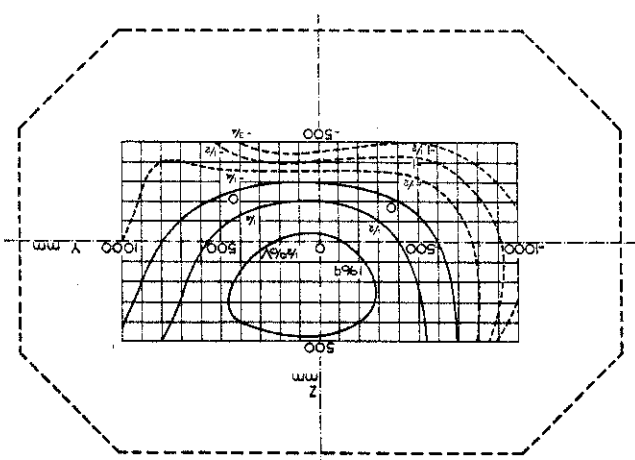


Fig. 4. Afwijkingen van den plaatslijken stuwdruk (en snelheid) van den gemiddelden stuwdruk (en snelheid) in de open meetplaats in het vlak $x = 1.75$ m. (ϕ opvangtrechteropening: 2.75×3.65 m; $V_0 = 45$ m/sec).

van den straal is 4 m, terwijl het ophangpunt der modellen zich normaal op 2 m, dus in het hart van den straal, bevindt). Uit fig. 4 blijkt, dat in het meetgebied van 1×2 m de stuwdrukafwijkingen variëren van $-1\frac{1}{2}\%$ tot $+1\frac{1}{2}\%$ van den gemiddelden stuwdruk en de snelheidsafwijkingen van $-3\frac{1}{4}\%$ tot $+1\frac{1}{2}\%$. Vervolgens blijkt, dat het gebied met den hoogsten stuwdruk zich circa 0.2 m boven en 0.1 m rechts van het hart van den straal bevindt. De asymmetrische stuwdruk- en snelheidsverdeling langs de horizontale (Y-) as is onbelangrijk, terwijl de asymmetrie langs de verticale (Z-) as iets grooter is. Bij de beproeving van een

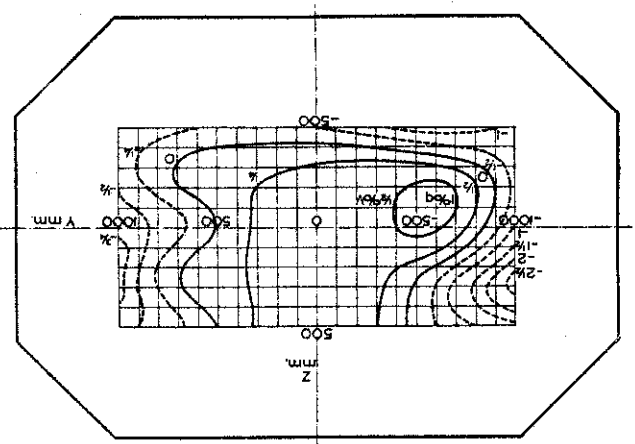
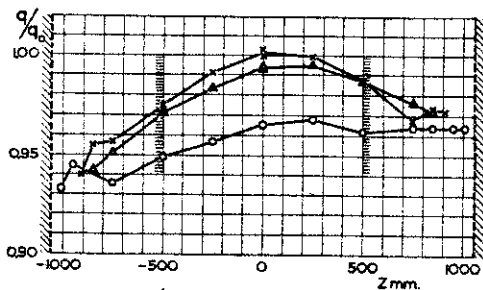
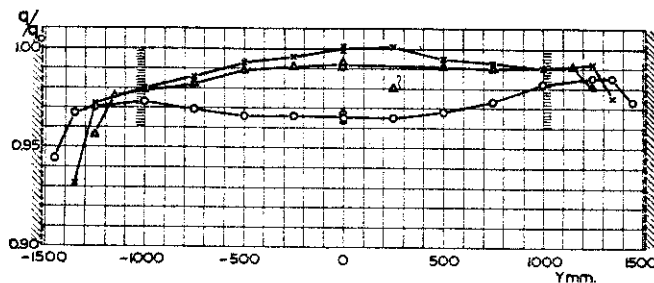


Fig. 5. Als fig. 4, doch in de gesloten meetplaats in het vlak $x = 2.00$ m. (Divergentie per wand: 19 mm (0.27°); $V_0 = 45$ m/sec).

vleugel- of vliegtuigmodel is dit echter, wegens de geringe afmetingen van de modellen langs deze as, meestal van geen belang.

De metingen in de gesloten meetplaats zijn uitgevoerd bij dezelfde gemiddelde snelheid als in de open meetplaats en bij de gunstigste wanddivergentie (per wand 19 mm). De afstand van het vlak, waarin gemeten werd, tot de uitstroomtuit bedraagt 2,00 m. Uit fig. 5 volgt, dat de stuwdrufwijkingen varieeren van $-2\frac{1}{2}\%$ tot $+1\%$ van den gemiddelden stuwdruk en dus de snelheidsafwijkingen van $-1\frac{1}{4}\%$ tot $+\frac{1}{2}\%$. Het gebied van den hoogsten stuwdruk bevindt zich circa 0,1 m onder en 0,5 m links van het hart van den straal. In den linker bovenhoek van het beschouwde meetgebied is een gebied van lage snelheid aanwezig. Op deze plaats zal zich echter vrijwel nooit een model bevinden. De asymmetrie over de horizontale hartlijn is grooter dan in de open meetplaats en zal aanleiding geven tot een gering rolmoment. Dit rolmoment kan, bij rolmomentenmetingen aan modellen, in den symmetrietoestand bepaald en als correctie bij de verdere metingen toegepast worden. Bij de gewone lift- en weerstandsmetingen heeft de asymmetrische aanstrooming slechts ondergeschikte beteekenis. De stuwdruk- en snelheidsverdeling langs de verticale as is gelijkmatiger dan in de open meetplaats.

In beide gevallen is de snelheidsverdeling over de straaldorsnede voldoende goed voor het uitvoeren van normale metingen.



Teekening N.L.L.

Fig. 6. Het verloop van den stuwdruk in den open straal langs de hartlijnen van straaldorsneden op verschillende afstanden x van de uitstroomtuit. (Uitstroomtuit 20 cm verlengd; opvangtrechteropening: $2,80 \times 3,70$ m; $V_0 = 65$ m/sec).

Y-as = horizontaal.

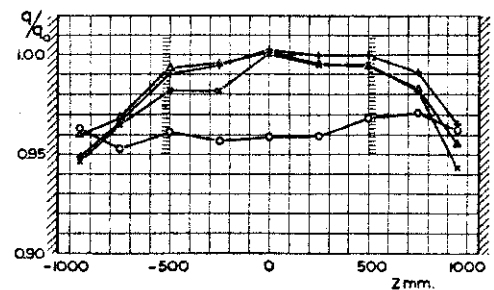
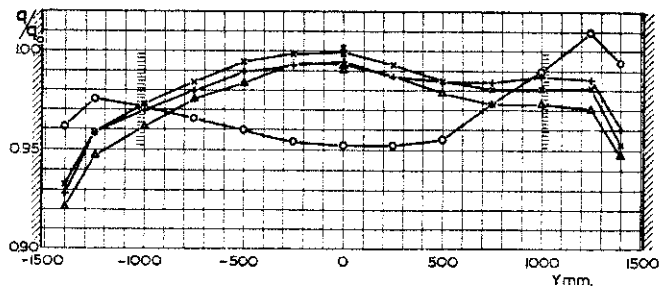
Z-as = verticaal.

- o — afstand tot uitstroomtuit $x = 0,30$ m.
- + — afstand tot uitstroomtuit $x = 1,00$ m.
- × — afstand tot uitstroomtuit $x = 2,00$ m.
- Δ — afstand tot uitstroomtuit $x = 3,00$ m.
- ≡ begrenzing normaal meetgebied.
- ≡≡ begrenzing straal.

Volledigheidshalve werd nog nagegaan hoe de snelheid in de richting van de X-as verandert. De gegeven stuwdrucken zijn hier dimensieloos gemaakt door deeling door den stuwdruk in het hart van den straal op 2,00 m vanaf de uitstroomtuit.

De metingen in de open meetplaats werden uitgevoerd bij een opvangtrechteropening van $2,80 \times 3,70$ m en een verlenging van de uitstroomtuit van 0,200 m.

In fig. 6 wordt het verloop van den stuwdruk gegeven langs de horizontale en verticale hartlijn op 0,30, 2,00 en 3,00 m vanaf de uitstroomtuit. De gemiddelde luchtsnelheid bedraagt bij deze proeven 65 m/sec. Het blijkt, dat in den straal de stuwdruk tot 2 m vanaf de uitstroomtuit stijgt en vervolgens afneemt (tegengesteld aan het verloop van den statischen druk). Langs de horizontale hartlijn vertoont de stuwdrukverdeling voor $x = 0,30$ m (gerekend vanaf de onverlengde uitstroomtuit) in het midden de laagste waarde en neemt naar de zijkanten toe. In de stuwdrukverdeling langs de verticale hartlijn komt dit karakter niet tot uiting. Op 2,00 m en 3,00 m daarentegen heeft de stuwdruk in het midden de hoogste waarde. Op 2,00 m bedraagt de maximum afwijking over het gebied van $y = -1000$ mm tot $y = +1000$ mm 2% van den stuwdruk (overeenkomende met $\pm 1\%$ van den gemiddelden stuwdruk en $\pm \frac{1}{2}\%$ van de gemiddelde snelheid). Op 3,00 m bedraagt de afwijking in dit gebied circa 1,2% van den stuw-



Teekening N.L.L.

Fig. 7. Als in fig. 6, doch in den gesloten straal. (Divergentie van het inzetstuk: 19 mm; gaten in den opvangtrechter geopend; $V_0 = 65$ m/sec).

Y-as = horizontaal.

Z-as = verticaal.

- o — afstand tot uitstroomtuit $x = 0$ m.
- + — afstand tot uitstroomtuit $x = 1,00$ m.
- × — afstand tot uitstroomtuit $x = 2,00$ m.
- Δ — afstand tot uitstroomtuit $x = 3,00$ m.
- ≡ begrenzing normaal meetgebied.
- ≡≡ tunnelwand.

druk. Hieruit blijkt, dat de stuwdrukverdeling met toenemende x gunstiger wordt.

In de *gesloten meetplaats*, bij de gunstigste divergentie van het inzetstuk (19 mm per wand) en met geopende gaten in den opvangtrechter, werd eveneens de wijziging in de stuwdrukverdeling langs de X-as gemeten.

In fig. 7 wordt het verloop van den stuwdruk op 0, 1,00, 2,00 en 3,00 m vanaf de uitstroomtuit gegeven. De stuwdrukverdeling op 0 m vanaf de uitstroomtuit vertoont, zoowel langs de horizontale als de verticale hartlijn, evenals die op 0,30 m bij de open meetplaats, in het midden de kleinste waarde en neemt naar de zijkanten toe. Langs de horizontale hartlijn van de straald doorsnede bedraagt de maximum afwijking van den stuwdruk over het meetgebied op 2,00 m vanaf de uitstroomtuit circa $2\frac{1}{2}\%$ (overeenkomende met $\pm 1\frac{1}{4}\%$ van den gemiddelden stuwdruk, dus $\pm 0,6\%$ van de gemiddelde snelheid).

64. De richting der strooming (fig. 8 en 9).

De metingen in de *open meetplaats* zijn verricht in een vlak op 2,00 m afstand van de uitstroomtuit bij een gemiddelde luchtsnelheid van 65 m/sec. De opvangtrechteropening bedroeg bij deze metingen $2,65 \times 3,55$ m, terwijl de uitstroomtuit niet was verlengd. Zoowel langs de Y-as, als langs de Z-as werden de richtingsafwijkingen in beide richtingen van den luchtstroom opgemeten; voorts werden de hoeken, die de strooming met het horizontale vlak maakt, gemeten langs de verticalen in $y = \pm 1000$ mm en die met het verticale vlak evenwijdig aan de tunnelhartlijn langs de horizontalen in $z = \pm 500$ mm (zie fig. 8).

De verticale richtingsafwijkingen langs de Y-as bedragen aan de $-Y$ -zijde circa $+0,7^\circ$ en zijn zoodanig, dat de luchtstroom opwaarts gericht is. Aan de $+Y$ -zijde neemt de grootte geleidelijk af om voor $y = 1250$ mm een waarde van ongeveer $-0,6^\circ$ te verkrijgen (de luchtstroom is hier dus benedenwaarts gericht). Bij metingen aan draagvlakmodellen veroorzaken deze richtingsafwijkingen een verschil in invalshoek tusschen de vleugeltippen en dus een rolmoment. De strooming aan de $+Y$ -zijde (dus aan den linkervleugel van het onderste-boven opgehangen draagvlak) zal eerder loslaten dan aan de andere zijde.

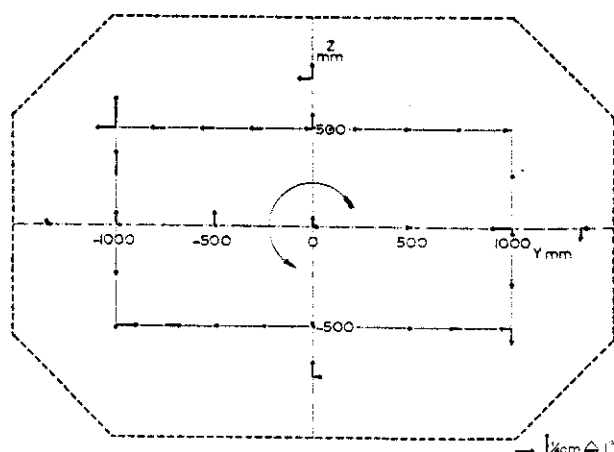
De horizontale richtingsafwijkingen langs de Y-as zijn ongeveer gelijk aan de meetnauwkeurigheid en alle naar het midden gericht. Mogelijk is langs deze lijn eenige straalcontractie aanwezig.

De verticale componenten van de richtingsafwijkingen langs de Z-as zijn alle naar boven gericht. Met toenemende z -waarden worden deze componenten groter (tot $0,8^\circ$).

De horizontale richtingscomponenten langs de Z-as zijn klein en in de bovenste helft van den straal naar de linkerzijde gericht; in de onderste helft naar rechts.

Uit deze laatste richtingsafwijkingen mag niet tot de aanwezigheid van rotatie in den straal geconcludeerd worden, daar dit in tegenspraak is met

de verticale richtingscomponenten langs de Y-as en met de afwijkingen langs een deel van den omtrek van het meetgebied. De verticale richtingscomponenten langs de verticaal $y = +1000$ mm zijn namelijk overwegend naar beneden en langs de verticaal $y = -1000$ mm overwegend naar

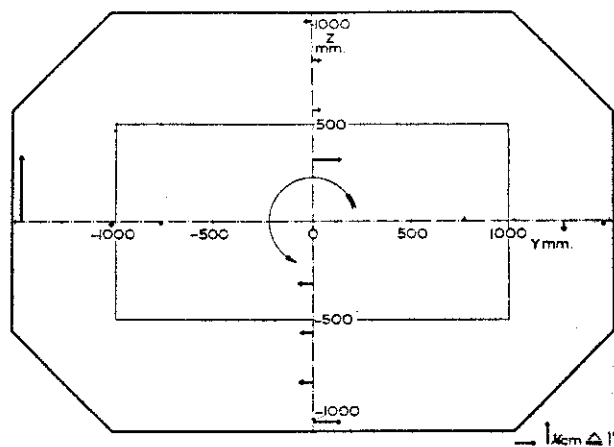


Teekening N.L.L.

Fig. 8. Horizontale en verticale richtingsafwijkingen in de open meetplaats op 2,00 m afstand van de uitstroomtuit, gezien tegen de windrichting in. (Opvangtrechteropening: $2,65 \times 3,55$ m; uitstroomtuit niet verlengd; $V_0 = 65$ m/sec). De groote pijl geeft de draairichting aan, die overeenkomt met die van de schroef.

boven gericht. Uit het bovenstaande volgt dat, daar de afwijkingen onregelmatig zijn, zij niet direct aan door het schroefaggregaat veroorzaakte rotatie te wijten zijn, doch het gevolg zijn van op andere wijze in de strooming gebrachte, meer plaatselijke onregelmatigheden.

In fig. 9 zijn de resultaten van de richtingsmetingen op de meetplaats bij *gesloten kanaal* op dezelfde wijze weergegeven.



Teekening N.L.L.

Fig. 9. Als fig. 8, doch in de gesloten meetplaats. (Divergentie per wand: 19 mm; $V_0 = 65$ m/sec). De groote pijl geeft de draairichting aan, die overeenkomt met die van de schroef.

Door meettechnische moeilijkheden zijn de metingen hierbij minder uitvoerig dan in de open meetplaats; zij moesten beperkt blijven tot het bepalen van de verticale richtingscomponenten langs de Y-as (van $y = -500$ mm tot $y = +500$ mm werd niet gemeten) en de horizontale langs de

Z-as (hier was het niet mogelijk metingen te verrichten in $z = 0$).

Uit de figuur blijkt, dat de verticale richtingsafwijkingen langs de Y-as zeer klein zijn en in de punten binnen het meetgebied binnen de meetspreiding vallen. Bij metingen aan draagvlakmodellen zullen de metingen, uitgevoerd in de gesloten meetplaats, in dit verband derhalve de voorkeur verdienen boven die in de open meetplaats.

Behalve bij de meetpunten aan den tunnelwand zijn de horizontale richtingsafwijkingen langs de positieve Z-as (maximaal $1,4^\circ$) naar rechts gericht en langs de negatieve Z-as naar links (maximaal $-0,7^\circ$). Deze richtingsafwijkingen geven een aanwijzing dat, tengevolge van den sterk verminderden kanaalweerstand bij gesloten meetplaats, de leidschoepen van het schroefaggregaat een te groote draaiing aan den windstroom geven, hetgeen verklaarbaar is, omdat bij het ontwerp aan den eisch van rotatievrijheid alleen voldaan zou worden voor de tunnel met vrijstraal.

65. De turbulentiegraad (fig. 10).

Zoowel bij open als gesloten meetplaats werd het kritisch getal van Reynolds (Re_k) bepaald door weerstandsmetingen met twee metalen bollen (diameter 200 mm en 100 mm) met gepolijst oppervlak. De resultaten van deze metingen zijn verzameld in onderstaande figuur en tabel.

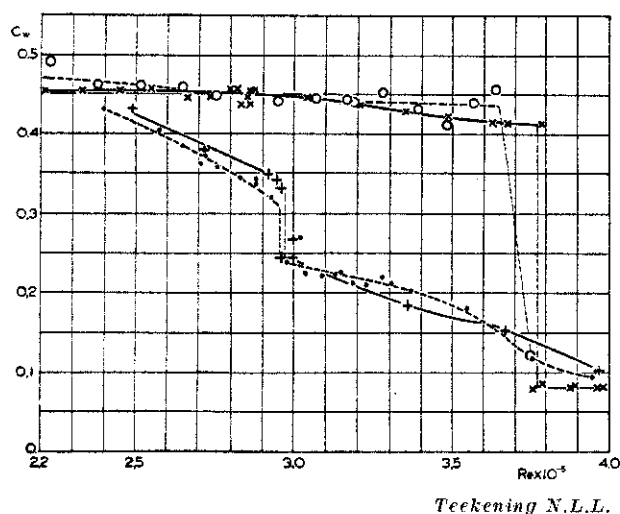


Fig. 10. Bepaling van den turbulentiegraad in de open en gesloten meetplaats door weerstandsmetingen met bollen.

	Boldiameter	Meetplaats	Re_k
--- . ---	200 mm	open	$3,0 \cdot 10^5$
--- o ---	100 mm	"	$3,7 \cdot 10^5$
--- + ---	200 mm	gesloten	$3,0 \cdot 10^5$
--- x ---	100 mm	"	$3,8 \cdot 10^5$

Het verschil in Re_k voor de metingen met grootten en kleinen bol moet in de eerste plaats toegeschreven worden aan den invloed van den boldiameter op Re_k . Uit metingen in verschillende tunnels is gebleken, dat een hogere waarde van Re_k verkregen wordt naarmate de boldiameter kleiner is. Dit verschijnsel houdt verband met de

z.g. schaal van de turbulentie. Mogelijk is echter ook de windsnelheid van invloed op den turbulentiegraad van de tunnel of hebben kleine onregelmatigheden in den vorm en het oppervlak van den grooten bol invloed gehad op de uitkomsten van de weerstandsmetingen.

7. Conclusies.

Bij het onderzoek van de strooming op de meetplaats van windtunnel 3 zijn de volgende uitkomsten verkregen.

- Door vergroting van de opvangtrechteropening wordt de drukgradiënt in den vrijstraal gunstig beïnvloed; tevens treden dan minder trillingen van den opvangtrechter op.
- Verlenging van de uitstroomtuit geeft eveneens een gunstiger statisch drukverloop in den vrijstraal en minder trillingen. De gunstigste bedrijfstoestand voor open meetplaats wordt bereikt bij een verlenging van de uitstroomtuit met 0,3 m en een opvangtrechteropening van $2,75 \times 3,65$ m.
- Met gesloten meetplaats wordt de gunstigste bedrijfstoestand bereikt bij een wanddivergentie van 19 mm ($= 0,27^\circ$ per wand) en openende gaten in den opvangtrechter.
- De snelheidsverdeling in het meetgebied vertoont zoowel bij de open als gesloten meetplaats een zekere asymmetrie. Ter plaatse van de modellen bedragen de afwijkingen van de gemiddelde snelheid $\pm 0,5\%$ voor beide kanaaltoestanden, terwijl de verdeling gunstiger wordt op groter afstand van de uitstroomtuit.
- In de open meetplaats bedragen de verticale richtingsafwijkingen langs de horizontale hartlijn $\pm 0,7^\circ$; in de gesloten meetplaats liggen deze afwijkingen binnen de meetspreiding. Bij open meetplaats komt geen rotatie in den luchtstroom voor; bij gesloten meetplaats is er een aanwijzing, dat de straal een weinig roteert.
- De turbulentiegraad van de tunnel (afgeleid uit weerstandsmetingen met een bol van 0,100 m diameter) is laag: $Re_k = 3,7 \times 10^5$. Metingen met een groter bol (diameter 0,200 m) geven echter een lagere waarde van Re_k .
- De kwaliteit van de strooming in de windtunnel in den huidige vorm voldoet, zoowel met open als gesloten meetplaats, aan alle eischen, die daaraan voor alle normaal voorkomende metingen gesteld moeten worden.

8. Notaties.

- n = aantal omwentelingen van de schroef (per minuut).
 N = schroefasvermogen (pk).
 a = verliesfactor van de windtunnel $= \frac{1200 N}{V_0^3 F}$

F = oppervlak van de uitstroomtuit ($= 2,12 \times 3,03$ m met afgeschuinde hoeken $= 5,92$ m²).
 V_o = snelheid in het hart van den straal voor $x = 2,00$ m (m/sec).
 q_o = stuwdruk behorende bij V_o (kg/m²).
 q = stuwdruk in een meetpunt (kg/m²).
 p_s = statische druk (kg/m²).

x = afstand van het meetpunt tot de uitstroomtuit (mm) (0—4,0 m).
 y = afstand van het meetpunt tot het verticale symmetrievlak van den straal (mm) (—1,50 — +1,50 m).
 z = afstand van het meetpunt tot het horizontale symmetrievlak van den straal (mm) (—1,05 — +1,05 m).

Afgesloten: Februari 1942.

REPORT A 796.

THE CALIBRATION OF WINDTUNNEL 3 OF THE NATIONAAL LUCHTVAART- LABORATORIUM.

Summary.

The results of the calibration of windtunnel 3 with normal cross section (dimensions $2,1 \times 3,0$ m) with open and closed jet are given. The tunnel has not yet been calibrated with enlarged cross section (3×4 m).

The maximum velocity with open jet is 70 m/sec, with closed jet 81 m/sec, the power factors ($a = \frac{1200 N}{V_o^3 F}$) are 0,35 and 0,21 respectively.

Air pulsations and vibrations of the adjustable exit cone, occurring originally at an air velocity of 55 à 60 m/sec in the open jet, were practically eliminated by enlarging the exit cone opening and stiffening this cone and its supporting construction.

The best downstream pressure gradient with open jet is obtained by an elongation of 0,30 m of the entrance cone and at an opening of $2,75 \times 3,65$ m of the exit cone. With closed jet the best downstream pressure gradient is obtained when each wall has a divergence of $0,27^\circ$ and the holes in the exit cone are open.

The velocity distribution over a cross section of 1×2 m is uniform within $\pm 1/2$ per cent in the open, as well as in the closed jet. The direction of the airstream has been measured; the maximum deviation is $\pm 0,7^\circ$ in the open jet and within accuracy of measurement in the closed jet. No rotation of the airstream in the open jet was found; in the closed one was an indication for some rotation.

The turbulence of the windtunnel has been measured with polished metal spheres of 0,100 and 0,200 m diameter. With the larger sphere the critical Reynolds Number ($c_w=0,3$) was $Re_k=3,0 \cdot 10^5$, with the smaller one $Re_k=3,7 \cdot 10^5$.

The quality of the flow in the tunnel in its present form is satisfactory.

BERICHT A 796.

UNTERSUCHUNG DES WINDKANALS 3 DES NATIONAAL LUCHTVAART- LABORATORIUMS.

Zusammenfassung.

Die Untersuchung der Strahleigenschaften des Windkanals mit normalem Meszquerschnitt (Abmessungen $2,1 \times 3,0$ m) in offenem und geschlossenem Zustand wird beschrieben. Die Untersuchung des Kanals mit vergrößertem Querschnitt (Abmessungen 3×4 m) hat noch nicht statt gefunden.

Die höchste Windgeschwindigkeit im Freistrahle ist 70 m/sec, im geschlossenen Strahl 81 m/sec, die dazu gehörigen Leistungsbedarfzahlen ($a = \frac{1200 N}{V_o^3 F}$) betragen 0,35 bzw. 0,21.

Im Anfang wurden bei Luftgeschwindigkeiten von 55 bis 60 m/sec Luftpulsationen und Schwingungen des verstellbaren Auffangtrichters beobachtet. Diese konnten mittels Vergrößerung der Auffangtrichteröffnung und mittels Versteifung des Trichters und der dazugehörigen Tragkonstruktion beseitigt werden.

Der beste Druckverlauf entlang der Freistrahlachse wird erreicht wenn die Düse um 0,30 m verlängert wird und die Öffnung des Auffangtrichters $2,75 \times 3,65$ m beträgt. Im geschlossenen Strahl wird der günstigste Druckverlauf erreicht mit einer Wanddivergenz von $0,27^\circ$ und mit den Löchern im Auffangtrichter geöffnet.

Die Windgeschwindigkeit an der Versuchsstelle innerhalb eines Rechteckes von 1×2 m ist im Freistrahle und im geschlossenen Strahl gleichmäßig bis auf $\pm 1/2\%$, die Windrichtung im Freistrahle ist innerhalb $\pm 0,7^\circ$, im geschlossenen Strahl innerhalb der Meszgenauigkeit, parallel zur Kanalachse. Der Freistrahle hat keine Rotation; im geschlossenen Kanal hat die Strömung möglicherweise eine kleine Rotation.

Die Turbulenz des Windkanals ist mittels zwei polierten Metallkugeln (0,100 m und 0,200 m Durchmesser) gemessen worden. Der grosse Kugel gab eine kritische Reynold'sche Zahl $Re_k = 3,0 \cdot 10^5$, der kleine $3,7 \cdot 10^5$.

Die Qualität der Strömung im Windkanal in der heutigen Form ist befriedigend.

Symbols.

n	= propeller revolutions (per minute).
N	= power at the propellershaft (H.P.).
a	= power factor of the windtunnel = $\frac{1200 N}{V_o^3 F}$
F	= cross section area of the test section (= $2,12 \times 3,03$ m with cut off corners = $5,92 \text{ m}^2$).
V_o	= velocity in the centerline of the jet at $x = 2,00$ m (m/sec).
q_o	= dynamic pressure corresponding with V_o . (kg/m ²).
q	= dynamic pressure (kg/m ²).
p_s	= static pressure (kg/m ²).
x	= distance of a point from the entrance cone (mm) (0—4,0 m).
y	= distance of a point from the vertical plane of symmetry of the jet (mm) (—1,50 — +1,50 m).
z	= distance of a point from the horizontal plane of symmetry of the jet (mm) (—1,05 — +1,05 m).

Formelzeichen.

n	= Schraubendrehzahl (pro Minute).
N	= Leistung an der Schraubenachse (P.S.).
a	= Leistungsbedarfzahl des Windkanals = $\frac{1200 N}{V_o^3 F}$
F	= Querschnitt der Versuchsstrecke (= $2,12$ $\times 3,03$ m mit abgeschrägten Ecken = $5,92 \text{ m}^2$).
V_o	= Geschwindigkeit in der Strahlmitte für $x = 2,00$ m (m/sec).
q_o	= Staudruck gehörend zu V_o . (kg/m ²).
q	= Staudruck (kg/m ²).
p_s	= statischer Druck (kg/m ²).
x	= Entfernung des Meszpunktes von der Düse (mm) (0—4,0 m).
y	= Entfernung des Meszpunktes von der ver- tikalen Symmetrie-Ebene der Versuchs- strecke (mm) (—1,50 — +1,50 m).
z	= Entfernung des Meszpunktes von der horizontalen Symmetrie-Ebene der Ver- suchsstrecke (mm) (—1,05 — +1,05 m).

RAPPORT A 797.

Nationaal Luchtvaartlaboratorium, Amsterdam.

De meetinstallatie van windtunnel 3 van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium

door

Ir. E. DOBBINGA.

Overzicht.

Een beschrijving wordt gegeven van de apparatuur voor het meten van de luchtkrachten, uitgeoefend op modellen in windtunnel 3 (grootte tunnel).

Indeeling.

1. Inleiding.
2. Keuze van ophangstelsel.
3. Beschrijving van den meetwagen.
4. Beschrijving van het overbrengingsmechanisme.
5. De balansen.
 51. Algemeen.
 52. Beschrijving van de balansen.
6. Leveranciers en kosten.

1. Inleiding.

De meetinstallatie dient om de luchtkrachten, die, bij de meest voorkomende d.w.z. normale drie- en zescomponentenmetingen, op de in de grootte windtunnel opgehangen modellen door den wind worden uitgeoefend, te meten. De installatie kan in drie deelen worden gesplitst n.l.:

1. de constructie, waarop de balansen zijn gemonteerd (meetwagen),
2. de constructie, waaraan het model wordt opgehangen en waardoor de op het model werkende krachten op de balansen worden overgebracht (overbrengingsmechanisme),
3. de balansen.

In punt 2 worden enkele algemeene opmerkingen over het gekozen systeem gemaakt, terwijl in de punten 3 t/m 5 een meer uitvoerige beschrijving van de installatie is gegeven.

2. Keuze van ophangstelsel.

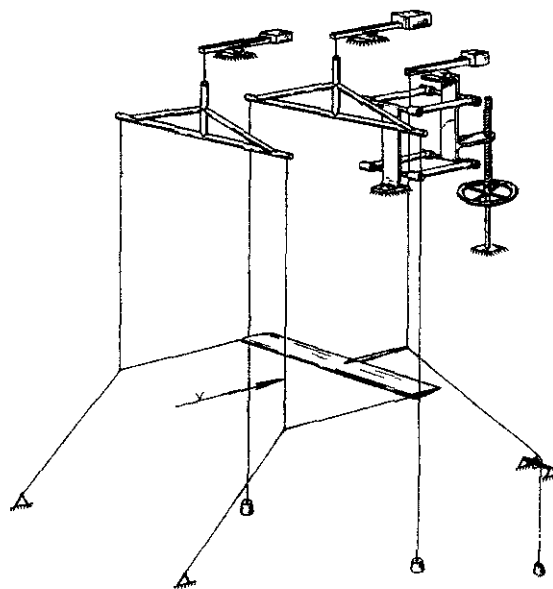
Bij het ontwerp van de meetinstallatie werden, teneinde een snel en economisch windtunnelbedrijf te verkrijgen, de volgende algemeene eischen gesteld:

- a. de montage van de modellen moet snel kunnen geschieden,
- b. er moet snel gemeten kunnen worden, hetgeen insluit, dat de balansen direct aanwijzend moeten zijn,
- c. het noodige reken- en correctiewerk moet zooveel mogelijk beperkt worden; hiertoe moet iedere luchtkrachtcomponent door één afzonderlijke balans worden gemeten, terwijl

er een eenvoudig verband moet bestaan tusschen de grootte van de te meten krachten en momenten en de aanwijzingen van de balansen.

De ophanging van de te onderzoeken modellen kan op verschillende manieren geschieden.

Het eenvoudigste ophangstelsel voor driecomponentenmetingen, dat o.a. in de oude N.L.L.-



Teekening N.L.L.

Fig. 1. Schematische voorstelling van de methode van ophangen van vleugel- en vliegtuigmodellen voor het uitvoeren van driecomponentenmetingen in de vroegere N.L.L.-windtunnel (no. 1) en in de kleine windtunnel (no. 4) van het N.L.L.

tunnel (no. 1) werd toegepast en ook nog in de kleine tunnel (no. 4) wordt gebruikt, is in fig. 1 geschetst. Hierbij is het model opgehangen aan verticale en horizontale draden, die direct naar de balansen loopen. Dit systeem voldoet niet aan de hierboven geformuleerde eischen, omdat:

- 1° de ophanging van de modellen veel tijd kost, daar de draden zuiver verticaal resp. horizontaal moeten worden gesteld,

- 2° het verband tusschen den weerstand en de aanwijzing van de weerstandsbalans voor en na iedere meting door ijking moet worden bepaald,
- 3° tengevolge van rek van de lange en betrekkelijk dunne ophangdraden de oorspronkelijk verticale draden bij belasting van het model niet verticaal blijven, waardoor de door die draden overgebrachte draagkracht een component in windrichting (weerstandsrichting) geeft,
- 4° de verschillende componenten van de luchtkracht niet onafhankelijk van elkaar gemeten worden; de duikmomentendraad neemt namelijk een deel van de lift op.

Deze bezwaren zijn vermeden bij het voor de groote tunnel gekozen ophangstelsel, dat eenige overeenkomst vertoont met het stelsel, dat in de 10-ft. tunnel van GALCIT¹⁾ is toegepast.

Het model wordt met pianostaaldraden, die om den draadweerstand klein te houden zoo dun mogelijk worden genomen, bevestigd aan een boven den luchtstroom opgehangen raamwerk („ophangraam”), zoodat alle op het model werkende



Foto N.L.L.

Fig. 2. Overzicht van de meetplaats van windtunnel 3; boven: meetwagen; op den achtergrond: het „inzetstuk” in uitgereden toestand.

¹⁾ Millikan, C.B. and Klein, A.L.: Description and calibration of 10 ft. windtunnel at California Institute of Technology. Publication no. 17 of Guggenheim Aeronautical Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena.

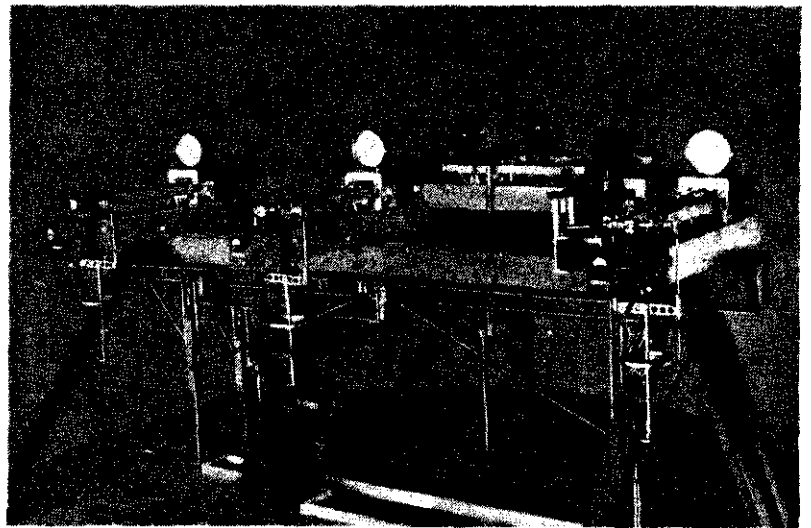


Foto N.L.L.

Fig. 3. Opstelling van de balansen op den meetwagen. De installatie boven de op den waarnemersvloer staande accumulatorenbatterij (zie 19 op fig. 6) is de centrale aandrijving van de balansen.

krachten hierop worden overgebracht. Het ophangraam is door een stelsel van hefboomen en verticale en horizontale trekstangen met de balansen verbonden.

Het systeem is zoodanig gekozen, dat de drie componenten van de kracht en de drie componenten van het moment ieder door één afzonderlijke balans worden gemeten (een uitvoerige verklaring hiervan is in punt 4 gegeven).

Doordat de stangen, waarmee het raamwerk is opgehangen, buiten den wind liggen, konden deze zwaar worden uitgevoerd, waardoor de onderling loodrechte stand niet door rek wordt verstoord.

Bovendien kan het ophangen van de modellen voor drie-componentenmetingen bij deze constructie snel geschieden, daar de stand van de draden, waarmee het model aan het ophangraam verbonden wordt, geen invloed op de meting van lift en weerstand heeft, zoodat alleen de draad waarmee het duikmoment gemeten wordt, nauwkeurig gesteld moet worden.

Verder werd het hefboomstelsel bij de montage zoo ingesteld, dat er een eenvoudig verband bestaat tusschen de grootte van de luchtkrachten en de balansaanwijzingen (een uitzondering vormt de dwarskrachtbalans, die voor de meting geijkt moet worden). Dit verband verandert niet meer, omdat het overbrengingsmechanisme zwaar geconstrueerd is en de stand van stangen en hefboomen zich dus niet meer kan wijzigen.

3. Beschrijving van den meetwagen (fig. 2).

De balansen en de vaste punten van het overbrengingsmechanisme zijn bevestigd aan een vakwerkconstructie, welke tevens een vloer voor de waarnemers draagt. Deze constructie (in het volgende draaiwagen genoemd) rust met drie wielen op een cirkelvormige rail, welke op een tweeden wagen (rijwagen) is bevestigd. Deze laatste rust met vier wielen op twee, in den betonnen vloer boven de meetruimte bevestigde, rails en kan loodrecht op de windrichting worden verreden (zie fig. 2).

De doorbuiging van deze wagens door de wind-

belasting en door het gewicht van den waarnemer moet klein zijn, aangezien het stelsel van horizontale en verticale stangen, waaraan het ophangraam is opgehangen, aan den draaiwagen bevestigd is; doorbuiging van de wagens zou dus de horizontale resp. verticale stand van de stangen kunnen te niet doen, waardoor de op het raam werkende kracht niet meer in de gewenschte richtingen wordt ontbonden. Om deze reden zijn ook de wagens stijf geconstrueerd; de doorbuiging van den rijwagen door belasting in het midden met 100 kg is slechts 0,025 mm.

De electrisch gelaschte rijwagen heeft den vorm van een ringvormige doos, die inwendig door dwarsschotten is versterkt. De buitenwand van de doos wordt gevormd door een vierkant van $\square 40$ balken, de binnenwand door een 400 mm hoogen cylinder van plaat, waarop de cirkelrail van den draaiwagen steunt. Binnen- en buitenwand zijn boven en onder door plaat verbonden.

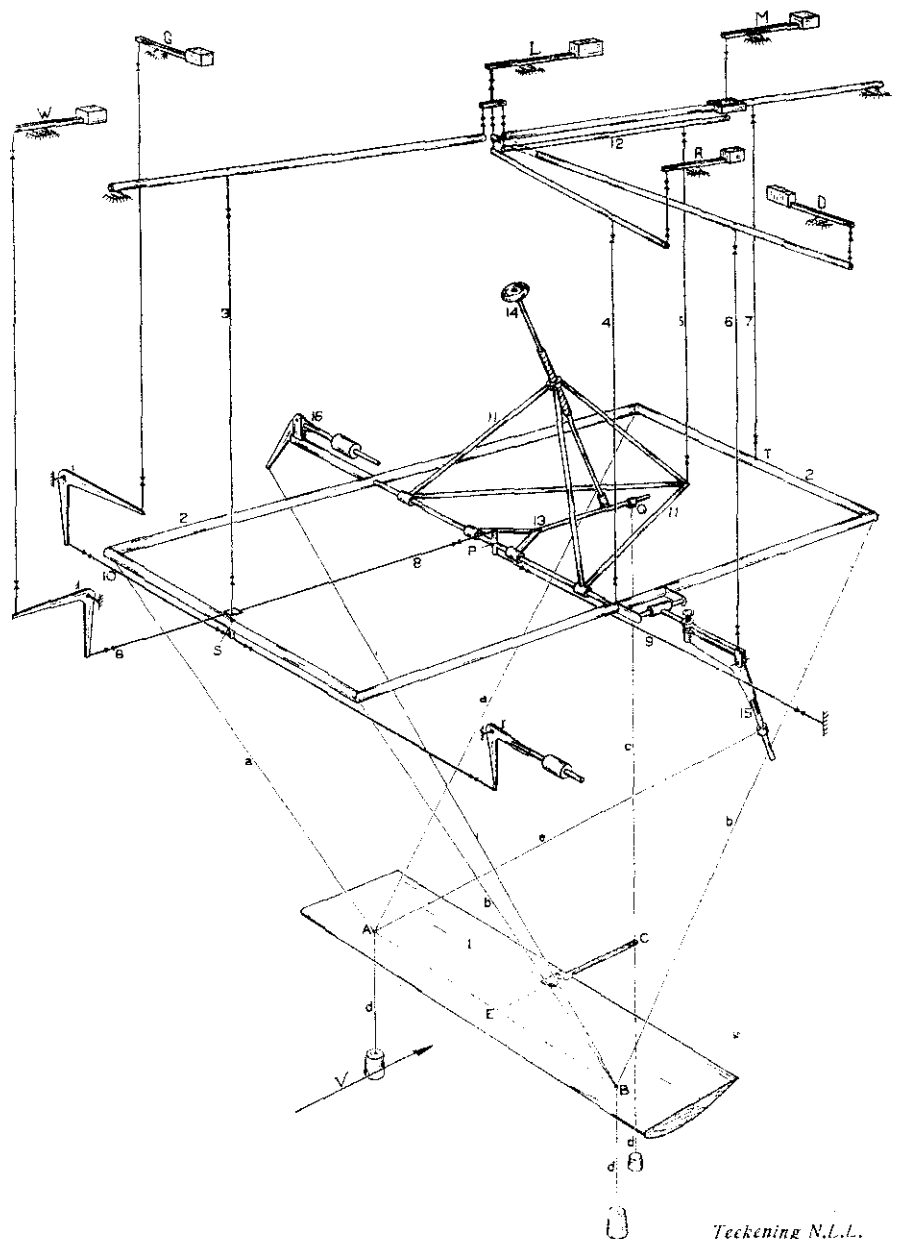
De draaiwagen is een vakwerkconstructie uit $\square 80 \times 80 \times 8$, bestemd voor de bevestiging van de vaste punten van de meetinstallatie. Op dezen wagen is een houten waarnemersvloer gelegd. Op eenigen afstand boven dien vloer draagt de wagen een $\square 18$ - en een $\square 12$ -balk, waarop de balansen zijn gemonteerd (fig. 3). Door een rem op één van de drie wielen kan de draaiwagen in elken stand t.o.v. den rijwagen worden vastgezet. De cirkelrail is voorzien van een schaalverdeling, waarop de hoekverdraaiing kan worden afgelezen.

Aan de opstelling van de meetinstallatie op een dubbel wagen, zooals hierboven is beschreven, zijn de volgende voordeelen verbonden:

1. het is met de beschreven meetwagen mogelijk de modellen over een willekeurigen hoek (gierhoek) om de verticale as te verdraaien,
2. de ruimte boven den luchtstraal wordt niet door een vaste constructie ingenomen. Dit is van belang, daar de praktijk heeft bewezen, dat het voor sommige proeven gewenscht is om over een behoorlijke vrije ruimte boven den straal te kunnen beschikken,
3. de ophanging van de modellen kan eventueel naast den luchtstraal plaats vinden, waardoor een meer intensief gebruik van de tunnel mogelijk is, daar deze tijdens de montage van een model voor andere proeven kan worden gebruikt,
4. het is mogelijk den meetwagen als draai-loopkraan te gebruiken. Wordt aan den draaiwagen een hijschbalk bevestigd, waaraan een takel wordt opgehangen, dan kan elk punt van de meetruimte met deze kraan worden bereikt.

4. Beschrijving van het overbrengingsmechanisme.

Een schematisch overzicht van de ophanging van een model en van de constructie van het over-



Teekening N.L.L.

Fig. 4. Schematische voorstelling van de zescomponentenmeetinstallatie van de N.L.L.-windtunnel 3.

- | | |
|-----------|---|
| 1 | = model, |
| 2 | = ophangraam, |
| 3 t/m 10 | = trek- of drukstangen, |
| 11 t/m 13 | = hefboomen, |
| 14 | = schroefstang voor verstelling van den invalshoek, |
| 15, 16 | = hefboomen, |
| → ← | bladveerscharnieren in ophangstangen (zie fig. 5), |
| a t/m e | pianostaaldraden. |

brengingsmechanisme, dat de op het model werkende krachten naar de balansen leidt, is in fig. 4 gegeven.

Het model is in drie punten A, B en C opgehangen, waarvan de voorste twee voortdurend op hun plaats blijven, terwijl het achterste punt in verticale richting bewogen kan worden voor verstelling van den invalshoek van het model.

Hierna wordt achtereenvolgens de wijze van meten van de verschillende luchtkrachtcomponenten besproken.

Draagkracht, weerstand, giermoment (fig. 4).

De op het model 1 uitgeoefende draagkracht en weerstand en het giermoment (om een verticale as) worden door de draden a en b direct op het ophangraam 2 overgebracht; van daar worden zij via stangen en hefboomen naar de gelijknamige balansen geleid.

De draagkracht wordt opgenomen door de verticale stangen 3 t/m 7, waaraan het ophangraam is opgehangen; deze stangen zijn bevestigd aan hefboomen (overbrengingsverhouding 1 : 5), die alle in het uiteinde van hun langen arm aan de liftbalans L zijn opgehangen. Deze balans wordt dus steeds met een vijfde van de draagkracht op het model belast, onverschillig waar deze aangrijpt.

De door de ophangdraden a en b op het raam overgebrachte weerstand wordt via een horizontale stang 8 en een hefboom (1 : 1) naar de weerstandsbalans W gevoerd.

Door de stangen 8 en 9 wordt het midden P van het raam in resp. voorwaartsche en zijdelingse richting vastgehouden; draaiing van het raam om een verticale as door dit midden wordt voorkomen door stang 10, die via een hefboom het moment om deze verticale as naar de gierbalans G leidt.

De verhoudingen van de hefboomsarmen in de overbrenging van het giermoment zijn zoodanig gekozen, dat 1 kg belasting van de balans overeenkomt met 1 kgm giermoment op het model.

Duikmoment (om de as door de ophangpunten A en B).

Aangezien het ophangraam boven den windstraal ligt, is het niet mogelijk het duikmoment om de as AB direct te meten wanneer het model vast aan het ophangraam wordt verbonden. Wel zou in dat geval een duikmoment om een as gelegen in het vlak van het raam gemeten en daaruit het moment om de as AB berekend kunnen worden. De daarvoor aan te brengen correctie (moment van den weerstand om de in het vlak van het raam gelegen as) is echter zeer groot, zoodat het duikmoment verkregen zou worden als betrekkelijk klein verschil tusschen twee groote gemeten bedragen. Dit is op zichzelf reeds ongewenscht en bovendien voldoet het systeem dan niet aan den in punt 2 onder c gestelden eisch.

Bij het ophangstelsel van de groote tunnel wordt het model dan ook niet stijf met het ophangraam verbonden, maar wordt het duikmoment van het model overgebracht op een hefboom 11 (zie fig. 4) en wel zoodanig, dat het moment om de

as AB van het model gelijk is aan het moment om de draaiingsas van hefboom 11 (gaande door P en evenwijdig aan AB). Dit laatste moment wordt door de duikmomentenbalans M gemeten (via stang 5 en hefboom 12) aan een hefboomsarm van 1 m — hefboom 11 heeft een lengte van 0,80 m —, zoodat 1 kg belasting van de balans overeenkomt met 1 kgm duikmoment op het model.

De moeilijkheid van de ophanging schuilt hierin, dat hefboom 12 zijn stand behoudt, terwijl de lijn CE van het model van stand verandert door wijziging van den invalshoek van het model. Teneinde bij deze verstelling toch een goede overbrenging van het moment te behouden, zijn twee hefboomen 11 en 13 aangebracht, die t.o.v. elkaar door een schroefspil 14 kunnen worden versteld voor verandering van den invalshoek van het model. De hefboomen 11 en 12 vormen twee evenwijdige zijden van een parallelogram (in dit geval een rechthoek), dat nooit van vorm verandert; hefboom 13 en lijn CE zijn eveneens twee evenwijdige zijden van een parallelogram (P Q C E), dat echter door middel van de schroefspil 14 van vorm kan veranderen.

Het moment om as AB is steeds gelijk aan dat werkende op resp. hefboom 13, hefboom 11 en hefboom 12. Bij de ophanging van het model moet er voor gezorgd worden, dat P Q C E inderdaad een parallelogram is, dus dat EC gelijk en evenwijdig is aan P Q.

Dwarskracht en rolmoment.

Evenals bij het duikmoment is het ook niet mogelijk het rolmoment om een as door het model direct te meten, wanneer het model stijf met het ophangraam is verbonden, daar dit raam boven den windstraal ligt. Teneinde het rolmoment onafhankelijk van de dwarskracht, die hier de correctie zou veroorzaken, te kunnen meten, werden de hoofdoophangdraden a en b (zie fig. 4) in twee evenwijdige verticale vlakken aangebracht.

De afstand tusschen die twee vlakken kan van 300 tot 1300 mm worden versteld om modellen van verschillende vlucht te kunnen ophangen.

De dwarskracht op het model wordt via draad e, hefboom 15 en stang 6 naar de dwarskrachtbalans D geleid. Deze balans moet voor de proef worden geijkt, aangezien de helling van draad e de overbrengingsverhouding beïnvloedt. De noodige voorspanning in draad e wordt door hefboom 16 gegeven.

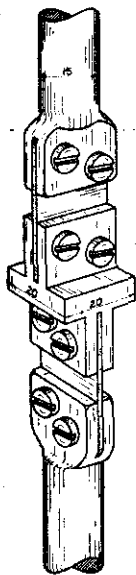
Het rolmoment wordt, zoolang er geen dwarskracht is, door de draden a en de draden b ongewijzigd op het raam overgebracht. Dit rolmoment (om as S P T) wordt door stang 4 naar de rolmomentbalans R gevoerd. De overbrengingsverhoudingen werden ook hier zoo gekozen, dat 1 kg belasting aan de balans overeenkomt met 1 kgm rolmoment op het model.

Werkt behalve een rolmoment ook een dwarskracht op het model, dan zal het op het ophangraam 2 uitgeoefende rolmoment, doordat de kracht in draad e daar ook een bijdrage in levert, in het algemeen verschillen van het op het model uitgeoefende rolmoment; door een geschikte keuze van

de overbrengingsverhouding van hefboom 15 kan, zooals een eenvoudige berekening kan leeren, de invloed van de dwarskracht op de rolmomenten-aanwijzing echter geheel worden uitgeschakeld. Het gemeten rolmoment (moment op het raam om de as S P T) is bij goede instelling van hefboom 15 gelijk aan het op model uitgeoefende rolmoment om een as door E evenwijdig aan S P T.

De hefboom 15 bestaat uit twee deelen, die met een stelschroef t.o.v. elkaar kunnen worden ver- steld; hierdoor kan het model, wanneer het door rek van de draden uit zijn middenstand is geraakt, weer in dien middenstand worden teruggebracht, zonder dat de ijkfactor van de dwarskrachten- balans daardoor beïnvloed wordt (draad e staat loodrecht op den naar beneden wijzenden arm van hefboom 15).

Er is naar gestreefd de constructie van het over- brengingsmechanisme zoo stijf mogelijk uit te vo- ren, aangezien door doorbuiging en rek de horizontale of verticale stand van de trekstangen verloren gaat, waardoor fouten in de meet- resultaten optreden. Het ophang- raam en de hefboomen zijn ge- laschte vakwerken (buis). De ge- bruikte trekstangen zijn minstens 15 mm dik. Vrijwel alle in het systeem voorkomende scharnieren zijn uitgevoerd als bladveerschar- nieren, waardoor een stijve con- structie, zonder speling en wrij- ving werd verkregen. In fig. 5 is een afbeelding gegeven van een dergelijk scharnier in een trek- stang. Op die plaatsen waar een vaste ligging van de schar- nieras noodzakelijk was, werden kruisscharnieren (eveneens uit bladveeren opgebouwd) toege- past. Enkele zwaar belaste schar- nieren zijn uit $35 \times 1,5$ mm of $30 \times 1,5$ mm bandstaal, de overige uit $20 \times 0,5$ mm band- staal vervaardigd.



Teekening N.L.L.

Fig. 5. Uitvo- ring van een bladveerscharnier in een trekstang (maten in mm).

Bladveeren konden in de scharnieren worden toegepast, omdat de uitslag van de balansen en dus de verplaatsingen van het ophangraam en de hoekverdraaiingen in de scharnieren zeer klein zijn (zie punt 51).

Alleen de scharnieren van hefboom 16, die groo- tere hoekverdraaiingen krijgt, zijn met kogellagers uitgevoerd, terwijl hefboom 13, die bij verstelling van den invalshoek van het model over groote hoeken draait, glijlagers heeft. Dit laatste is toe- laatbaar, omdat hefboom 13 niet, zooals ter ver- eenvoudiging van de teekening in fig. 4 is afge- beeld, om een vast aan het raam bevestigde stang, maar om een, niet geteekende, stang van hefboom 11 draait. Hefboom 11 steunt met bladveerschar- nieren op het raam 2. De in het glijlager van hef- boom 13 optredende wrijving heeft dus geen in- vloed op de duikmomentenmeting.

Vrijwel alle scharnieren werden verstelbaar aan

de hefboomen bevestigd, teneinde bij de montage den juiste stand van alle stangen te kunnen in- stellen.

5. De balansen.

51. Algemeen.

De grootste, normaal voorkomende, luchtkrach- ten moeten met de installatie kunnen worden ge- meten. Een indruk van de grootte van deze krach- ten kan uit het volgende voorbeeld worden ver- kregen. Bij een groot draagvlakoppervlak ($2,2 \times 0,4 = 0,88 \text{ m}^2$), de grootste windsnelheid (80 m/sec) en lift-, resp. weerstandscoefficienten van 2,2 resp. 0,5 treedt een draagkracht van 770 kg en een weerstand van 176 kg op. De grootste toe- laatbare lift werd op grond hiervan op 1000 kg, de grootste toelaatbare weerstand op 200 kg ge- steld. Door in de overbrenging van de draagkracht (zie ook punt 4) een systeem hefboomen met een overbrengingsverhouding 1 : 5 aan te brengen, werd het mogelijk zes balansen van vrijwel gelijke uitvoering met maximaal toelaatbare belasting van 200 kg te gebruiken.

Een tweede eisch, die aan de balansen wordt gesteld, is, dat de nauwkeurigheid zoo groot is, dat ook bij kleine modellen en kleine krachten de fout een redelijk klein percentage van de te meten kracht is. De onnauwkeurigheid van de balansen is kleiner dan 10 gram, hetgeen beteekent dat, bij een normaal model van $1,8 \times 0,3 = 0,54 \text{ m}^2$ en een windsnelheid van 80 m/sec de fout in den weer- standscoefficient minder dan 0,00005 bedraagt. Bij kleinere windsnelheden stijgt dit bedrag om- gekeerd evenredig met het kwadraat van de snel- heid.

De derde eisch, waaraan de balansen moeten voldoen is, dat de verplaatsing van het model door het schommelen van de balans klein is. Zijn deze verplaatsingen n.l. te groot, dan bestaat de kans, dat de strooming bij het schommelen van de ba- lansen voortdurend van karakter wisselt; in dat ge- val is het mogelijk, dat balans en model in onsta- bile slingering geraken. Bij de toegepaste balan- sen is deze verplaatsing van uit den middenstand: in de richting van den wind max. 0,1 en in verticale richting max. 0,03 mm.

In de vierde plaats werd geëischt, dat de balan- sen direct aanwijzend moesten zijn.

52. Beschrijving van de balansen.

De constructie van de balansen volgt uit fig. 6. De balanshefboom 1 bestaat uit twee hoekijzers, die door een vakwerk van buizen zijn verstijfd; hij is door op druk belaste bladveerscharnieren 2 met het frame 3 van de balans verbonden. De last grijpt aan bij 4. De balans wordt in evenwicht ge- bracht door een loopgewicht 5 op den arm en door losse gewichten 6 op de schaal aan het uit- einde van den langen arm.

Met het loopgewicht alleen kan een belasting tot 10 kg worden gemeten; bij grootere belasting worden losse gewichten van 2 en 10 kg gebruikt, elk overeenkomende met 10 resp. 50 kg belasting aan stang 4.

De schroefspil 7, waardoor het loopgewicht

wordt bewogen, wordt via een slipkoppeling aangedreven door de conische schijf 8, die door de conische schijf 9 resp. 10 wordt aangedreven, wanneer de belasting groter resp. kleiner is dan die waarbij de balans in evenwicht zou zijn. De schijven 9 en 10 zijn op een gemeenschappelijke as gemonteerd en worden permanent via een drijfwerk door een electromotor in draaiende beweging gehouden. Bij contact tusschen de schijven 8 en 9 rijdt het loopgewicht in de richting van den

scharnieren van het overbrengingsmechanisme, die als bladveerscharnieren zijn uitgevoerd, verzetten zich namelijk tegen uitslag van de balans en geven deze dus een groote stabiliteit. Hierdoor is het verschil tusschen de belasting, waarbij de conische schijf 8 midden tusschen de conische schijven 9 en 10 staat, en die, waarbij schijf 8 juist door een van de aandrijvende conische schijven wordt meegenomen, eenige malen zoo groot als de gewenschte gevoeligheid. Om dit bezwaar te ver-

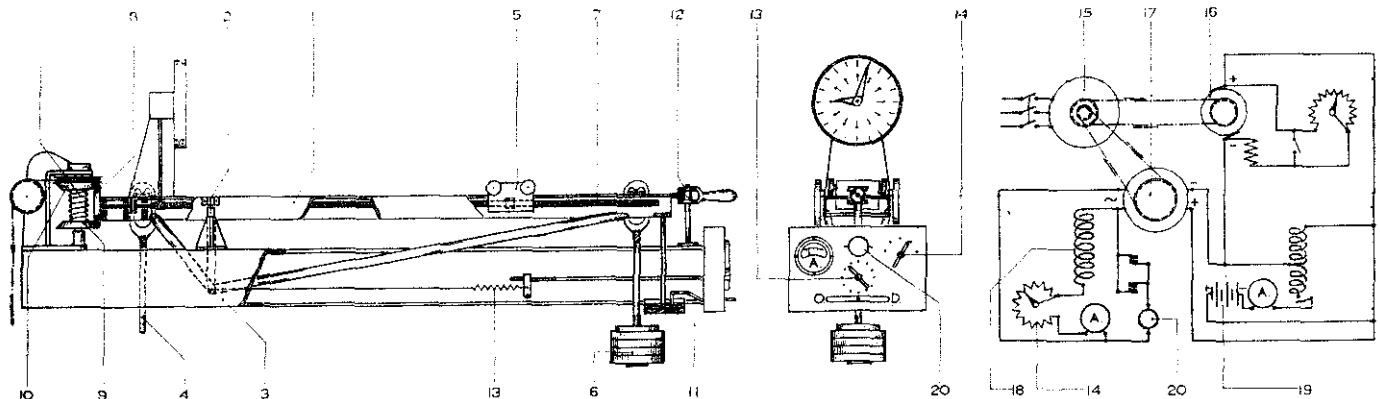


Fig. 6. Schematische tekening en electrisch schema van de balansen.

Teekening N.I.L.

- | | |
|--|--|
| 1. balanshefboom, | 11. oliedemper, |
| 2. bladveerscharnier, | 12. vastzetinrichting, |
| 3. balansframe, | 13. nulstandinstelling, |
| 4. aangrijpingspunt van den last, | 14. regelweerstand voor magnetisch veld, |
| 5. loopgewicht, | 15. aandrijfmotor, |
| 6. losse gewichten, | 16. dynamo, |
| 7. schroefspil voor aandrijving van het loopgewicht, | 17. omvormer, |
| 8. conische schijf op schroefspil 7, | 18. magneetspoel van balans, |
| 9 en 10. aandrijvende conische schijven, | 19. accumulatorenbatterij, |
| | 20. signaallamp. |

langen arm, bij contact tusschen de schijven 8 en 10 in tegengestelde richting. De stand van het loopgewicht, dus het aantal omwentelingen, dat de schroefspil heeft gemaakt, wordt door twee wijzers aangegeven op een, op den balanshefboom gemonteerde, wijzerplaat.

Bij vijf balansen is de schaal van den kleinen wijzer in deelen van 1000 gram, die van den grooten wijzer in deelen van 10 gram verdeeld (een omwenteling van den grooten wijzer komt overeen met 1000 gram belasting). Bij de liftbalans geven de cijfers niet de belasting van de balans, doch die van het raam aan; elk schaaldeel (grooten wijzer) komt hier dus overeen met 50 gram lift op het model.

Aan den langen arm van den balanshefboom is een regelbare oliedemper 11 en een arrêter-inrichting 12 aangebracht. Op den balanshefboom zijn eindcontacten aanwezig, waardoor een signaallamp gaat branden, wanneer het loopgewicht een eindstand nadert.

De wijzers van de balans kunnen bij het begin van een proef op nul worden gesteld door het plaatsen van losse gewichten op de schaal aan den langen arm van den balanshefboom (groot) en door het spannen van een spiraalveertje 13 (fijnregeling).

De gevoeligheid van de balansen zou onvoldoende zijn, indien deze in den hierboven beschreven vorm werden gebruikt. De bladveerscharnieren waarop de balanshefboom steunt en alle

mijden is de volgende speciale inrichting aangebracht. Om de as van de conische schijven 9 en 10 is een spoel gewikkeld met behulp waarvan een wisselend magnetisch veld kan worden opgewekt, waardoor de schijf 8 periodiek naar den kant van de kleinste spleet wordt getrokken en de stabiliteit van de balans ook periodiek wordt opgeheven.

De sterkte van het magnetisch veld kan met een regelbaren weerstand 14 worden ingesteld op de waarde, waarbij de gewenschte gevoeligheid van de balans wordt bereikt. Doordat het magnetisme van teeken wisselt en dus door nul gaat, wordt voorkomen, dat de conische schijven 8 en 9 of 8 en 10 te lang contact houden, waardoor de balansaanwijzing groote schommelingen zou gaan vertoonen.

Het magnetiseeren van de conische schijven is voor het nemen van den nulstand van de balans steeds noodig; bij de meting van luchtkrachten behoeft het meestal niet te geschieden, daar deze krachten aan schommelingen met een voldoende groote amplitude onderhevig zijn.

De conische schijven van alle balansen worden door een enkelen motor 15 door middel van een drijfwerk aangedreven. Deze motor drijft tevens een dynamo 16 (zie fig. 6) en een omvormer 17, die den door de dynamo opgewekten gelijkstroom, waarvan de spanning door een accumulatorenbatterij 19 constant wordt gehouden, omzet in een langzaam fluctueerenden wisselstroom (50 perio-

den/min), die door de magneetspoelen 18 van de balansen wordt geleid.

6. Leveranciers en kosten.

De balansen zijn ontworpen door *Ing. H. A. Hoekstra* van de *Vereenigde Ingenieurs en Handelsbureaux A.G.O.* te Amsterdam en werden door deze firma vervaardigd.

De meetwagen is geleverd door *N.V. Machinefabriek Jaffa, voorheen Louis Smulders en Co.* te Utrecht en het overbrengingsmechanisme door de *Machinefabriek en Metaalgieterij Wiener en Co.* te Amsterdam.

De meetwagen en het overbrengingsmechanisme werden door het N.L.L. ontworpen.

REPORT A 797.

THE AERODYNAMIC BALANCE OF WINDTUNNEL 3 OF THE NATIONAAL LUCHTVAARTLABORATORIUM.

Summary.

In the report are described the suspension system and the six components aerodynamic balance of windtunnel 3 of the N.L.L.

A scheme of the system is given in fig. 4. The airplane models are fastened with music wire to a suspensionframe above the airstream. This frame is attached to the balances by bars and levers with flexible joints (fig. 5).

Each component of the load is measured by one separate balance.

The balances (fig. 6) are self-balancing, the sliding weight of the balance is moved by a screw-spindle, that is driven by conical disks.

The whole system is mounted on a construction, that can be turned over 360° for change of the angle of yaw.

In onderstaande tabel is een globaal overzicht gegeven van de kosten van de onderdeelen van de meetinstallatie; hierin zijn niet begrepen de door het N.L.L. verrichte werkzaamheden in verband met ontwerp en montage van de installatie.

Benaming	Kostprijs ²⁾
Balansen (6 stuks)	f 4500,—
Meetwagen	„ 2500,—
Overbrengingsmechanisme	„ 1500,—

²⁾ Prijzen afgerond op f 500.—.

BERICHT A 797.

DIE MESZEINRICHTUNG DES WINDKANALS 3 DES NATIONAAL LUCHTVAARTLABORATORIUMS.

Zusammenfassung.

Im Bericht wird die Sechskomponentenmeszeinrichtung des Windkanals 3 des N.L.L.'s beschrieben. Eine schematische Zeichnung des Systems ist in Abb. 4 gegeben.

Die Modelle werden mit Klaviersaitendraht an einem über dem Windstrahl liegenden Rahmen aufgehängt. Der Rahmen ist mit den Waagen mittels Stangen und Hebel mit Blattfedergelenken verbunden.

Jede Komponente der Luftkraft wird von einer einzelnen Waage gemessen.

Die Waagen (Abb. 6) arbeiten automatisch, das Laufgewicht wird mittels eines durch konische Scheiben angetriebenen Schraubenspindels bewegt.

Die Meszeinrichtung ist auf einer über 360° drehbaren Konstruktion aufgebaut, damit der Schiebewinkel geändert werden kann.

RAPPORT A 802.

Nationaal Luchtvaartlaboratorium, Amsterdam.

De kleine windtunnel van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium

door

Ir. A. DE LATHOUDER.

Overzicht.

De keuze van de straalafmetingen en van de windsnelheid wordt gemotiveerd. Van de tunnel, haar onderdeelen en de aandrijfing wordt een korte beschrijving gegeven. De meetmethode voor het uitvoeren van driecomponentenmetingen wordt besproken, de daarvoor aanwezige installatie beschreven.

Indeeling.

1. Inleiding.
2. De keuze van het windtunneltype, de meetplaats en de maximale snelheid.
3. Beschrijving van de tunnel.
 31. Algemeen.
 32. De uitstroomtuit, meetplaats en opvangtrechter.
 33. Het omloopkanaal.
 34. Het schroefaggregaat.
 35. De hoekschoepen, de gelijkrichter en het vanggaas.
4. De aandrijfing en het verliesgetal.
5. De meetinrichting.
6. Leveranciers en bouwkosten.

1. Inleiding.

In een gepubliceerde beschrijving van de groote windtunnel (tunnel no. 3) van het N.L.L.¹⁾ werd reeds een overzicht gegeven van de thans in gebruik zijnde tunnels van het laboratorium. Aanleiding tot den bouw van de kleine windtunnel (no. 4) was de wensch, naast de groote tunnel de beschikking te hebben over een andere van kleinere afmetingen voor die proeven, waarbij noch een hooge windsnelheid, noch een groote straald doorsnede vereischt is. Door de combinatie van de tunnels no. 3 en 4 is een economisch bedrijf mogelijk, dat geacht mag worden te voldoen aan de eischen, die de luchtvaarttechniek hieraan in de naaste toekomst zal stellen.

In het onderstaande wordt een beschrijving gegeven van de tunnel, de daarbij behorende meetinstallatie en de aandrijfing. Het onderzoek naar de kwaliteit van den windstroom zal in een afzonderlijk rapport (A 831) behandeld worden.

2. De keuze van het windtunneltype, de meetplaats en de maximale windsnelheid.

Op grond van overwegingen, genoemd in rapport A 795 punt 2 (zie noot 1), werd de kleine tunnel, evenals de groote, uitgevoerd met een omloopkanaal. De meetplaats is open, doch er is voor

gezorgd, dat de open meetplaats desgewenscht op eenvoudige wijze door het tussenplaatsen van een koker in een gesloten straal veranderd kan worden.

Bij de keuze van de afmetingen van de doorsnede van de meetplaats is rekening gehouden met de wenschelijkheid, vleugel- en vliegtuigmodellen van 1 m vlucht te kunnen beproeven, doch tevens met de omstandigheid, dat voor de aandrijving de voor de vroegere N.L.L.-tunnel (no. 1) gebruikte installatie gebezigd moest worden en het vermogen van den schroefmotor dus van te voren vast lag. De straald doorsnede werd zoodanig gekozen ($1,51 \times 1,51$ m), dat de windsnelheid op de meetplaats ongeveer 40 m/sec bedraagt. Het in deze tunnel bereikbare getal van Reynolds bedraagt voor normale vleugel- en vliegtuigmodellen derhalve $0,5 \times 10^6$. Een deel van de thans voorkomende onderzoekingen kan zonder bezwaar bij deze betrekkelijk lage waarde van dat getal uitgevoerd worden. Voor den vorm van de doorsnede werd een vierkant (met afgeschuinde hoeken) gekozen met het oog op proeven met modellen, waarbij, in tegenstelling met vleugelmodellen, de afmetingen van de doorsnede in alle richtingen ongeveer even groot zijn.

In verband met de beproeving van grootere modellen kan het voorste deel van de uitstroomopening (tuit) verwijderd worden. De doorsnede van de vergroote opening bedraagt 2×2 m, doch de hierbij bereikbare windsnelheid is slechts 20 à 25 m/sec.

3. Beschrijving van de tunnel.

31. Algemeen (fig. 1).

Bij de bepaling van den vorm van het kanaal en de daarin aangebrachte onderdeelen werd, evenals bij de groote tunnel, speciale aandacht geschonken aan de eischen voor het verkrijgen van een lagen turbulentiegraad. In verband hiermee werd een betrekkelijk groote kanaallengte (uitdempen van turbulente bewegingen) toegepast. Hierdoor kon

¹⁾ Rapport A 795 „De groote windtunnel van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium.” Deel XI Verslagen en Verhandelingen, blz. A1.

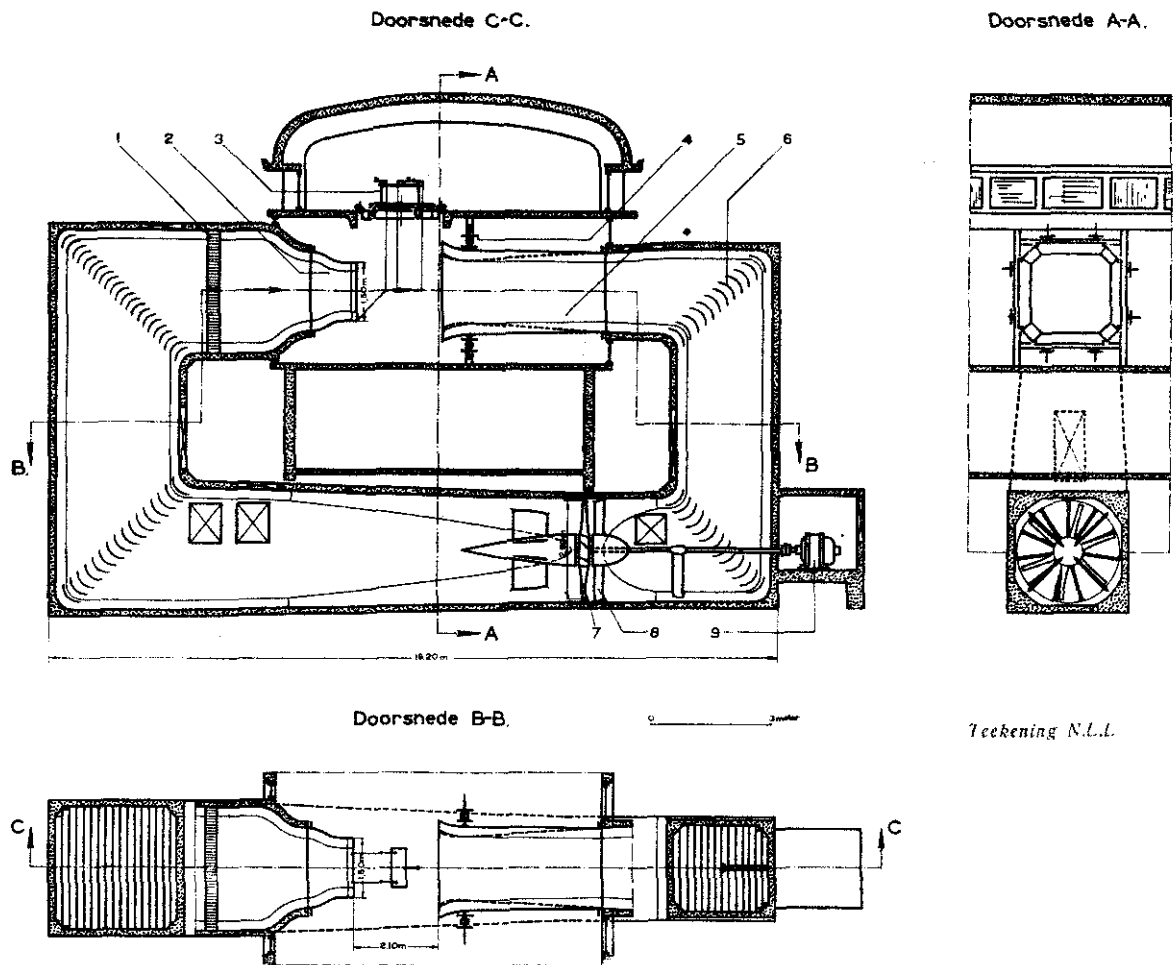


Fig. 1. Schematische voorstelling van tunnel 4.

1. gelijkrichter, 2. losneembare uitstroomtuit, 3. meetwagen met balansen, 4. handwielen voor verstelling, 5. verstelbare opvangtrechter, 6. hoekschoepen, 7. 6-bladige schroef, 8. 11 vaste leidschoepen, 9. 50 pk motor.

tevens de divergentie van de kanaalwanden, welke noodig is in verband met de ter verlaging van de turbulentie aangebrachte insnoering in het kanaal (contractie vóór de uitstroomopening), klein gehouden worden. De onderdeelen in het kanaal werden, ter vermindering van onregelmatigheden in den windstroom, stroomlijnvormig uitgevoerd. Een uitzondering werd hierbij echter gemaakt voor de hoekschoepen in de bochten van het kanaal, die uit financiële overwegingen niet geprofileerd, doch van gebogen strooken plaatijzer gemaakt werden.

Een algemeene indruk van het kanaal en de onderdeelen geeft fig. 1. De meetplaats wordt gevormd door het aan de bovenzijde gelegen open gedeelte van het omloopkanaal. Ter linker en rechter zijde hiervan bevinden zich de uitstroomtuit (2) en de opvangtrechter (5), waardoor de windstroom resp. op de meetplaats komt en deze weer verlaat. De windstroom wordt via de schoepenrijen (6) in de 1e en 2e bocht naar de in het onderkanaal gelegen schroef

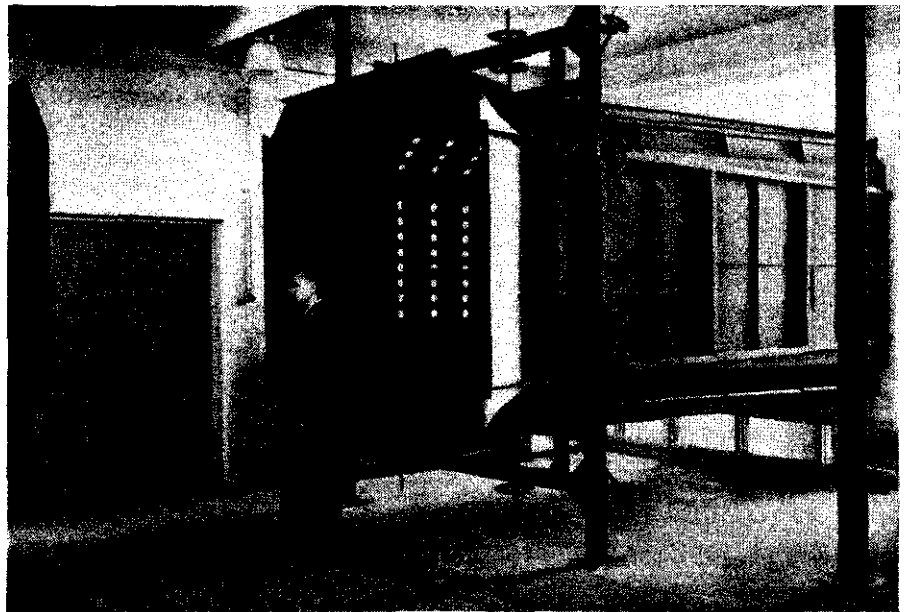


Fig. 2. De meetplaats met den opvangtrechter. Geheel links is nog juist een deel van den tuit zichtbaar.

geleid. Daarna passeert de luchtstroom de schoepen in de 3e en 4e bocht en komt tenslotte door den gelijkrichter (1) via de insnoering en den tuit weer op de meetplaats terug. Met uitzondering van de ter plaatse van en onmiddellijk vóór en achter de schroef gelegen deelen heeft het kanaal

Foto N.L.L.

een vierkante doorsnede met afgeschuinde hoeken. Boven de meetplaats bevindt zich een verrijdbare wagen (meetwagen), die de balansen draagt, waaraan de te beproeven modellen met dunne staaldraden bevestigd worden.

Alleen de tuit, de meetplaats en de opvangtrechter liggen binnen het gebouw, de overige deelen van het tunnelkanaal bevinden zich naast (de verticale kanalen) en onder (het onderkanaal) het gebouw.

De aandacht wordt er op gevestigd, dat in de volgende punten in hoofdzaak nader ingegaan is op die details, welke verschillen van de reeds in rapport A 795 verstrekte gegevens. Daar de constructie voor de meeste onderdeelen overeenkomt met die, welke in de groote tunnel toegepast werd, kan hiervoor dan ook naar genoemd rapport verwezen worden.

32. De uitstroomtuit, meetplaats en opvangtrechter (fig. 2 en 5).

De uitstroomtuit en de opvangtrechter zijn respectievelijk aan de uit- en instroomzijde van het betonkanaal bevestigd. Zij vormen in de ruime meetkamer een voortzetting van het betonkanaal. De tusschen deze onderdeelen gelegen meetplaats heeft een lengte van 2,12 m en een doorsnede van $1,51 \times 1,51$ m. Door de aan de uitstroomzijde gelegen tuit weg te nemen komt een uitstroomopening van 2×2 m vrij.

De tuit is in verband met deze demontage opgebouwd uit 2 deelen. De lengte van de tuit bedraagt 1,15 m. De nauwste doorsnede ($1,50 \times 1,50$ m) bevindt zich op 0,30 m voor de uitstroomopening. In het laatste gedeelte van de tuit is een geringe verwijding aangebracht, die eindigt in een cilindrisch deel met een lengte van 0,15 m en een doorsnede van $1,51 \times 1,51$ m. Deze divergentie heeft ten doel te vermijden, dat de ten gevolge van de insnoering optredende contractie in de strooming zich op de meetplaats voortzet. Het oppervlak van de doorsnede, waarvan de hoeken afgeschuind zijn, bedraagt 2,16 m². De insnoerings- of contractieverhouding, dat is de verhouding der doorsnedeoppervlakken vóór- ($9,49$ m²) en na de insnoering, bedraagt $9,49/2,16 = 4,4$.

De opvangtrechter is verstelbaar door middel van op een om den trechter gebouwd portaal gemonteerde schroefstangen met handwielen. De vier wanden kunnen elk afzonderlijk door 2 handwielen bewogen worden, terwijl de op deze wanden aansluitende hoekplaten, die de afschuiningen in de hoeken van de vierkante doorsnede vormen, met spanschroeven vastgezet kunnen worden. Alle platen zijn scharnierend aan de betonzijde bevestigd en dragen aan de instroomzijde gebogen mondplaten, die het uitwaaiende gedeelte van den trechter vormen, waarin de windstroom na het verlaten van de open meetplaats wordt opgevangen. Deze mondplaten zijn, met het oog op het eventueel tusschenplaatsen van een cilindrische koker voor proeven met gesloten straal, losneembaar aan de vlakke hoofdplaten bevestigd. De keelopening (doorsnede op de scheiding van gebogen- en vlakke trechterplaten) kan versteld worden van

$1,55 \times 1,55$ m tot $2,14 \times 2,14$ m. Hierbij bedraagt de opening van den mond (aan de voorzijde) $1,99 \times 1,99$ m resp. $2,58 \times 2,58$ m. De lengte van den opvangtrechter is totaal 4,08 m, die van de gebogen platen 0,67 m; de straal van deze laatste bedraagt 1,25 m. De opvangtrechter heeft aan de betonzijde een doorsnede van $2,00 \times 2,00$ m. Voor normaal bedrijf (open straal: $1,51 \times 1,51$ m) wordt de trechter ingesteld op een keelopening van $1,90 \times 1,90$ m (mondopening $2,34 \times 2,34$ m). De divergentie van de trechterwanden bedraagt dan ongeveer $0,9^\circ$ per wand. In den trechterwand bevinden zich 3 rijen gaten (6 cm $\varnothing$), die ten doel hebben de uit de meetkamer door den straal te veel meegevoerde lucht te spuien en eventueel optredende luchtrillingen in den opvangtrechter te dempen.

Tusschen den tuit en den opvangtrechter bevindt zich een op rails verrijdbare *montagewagen*. Deze wagen wordt gebruikt voor het opstellen van de te onderzoeken modellen, indien deze niet aan de balansen opgehangen worden. Tevens kan, wanneer dit wenschelijk mocht blijken, op dezen wagen een koker gemonteerd worden om een gesloten meetplaats te verkrijgen. De wagen rijdt op rails, die loodrecht op de hartlijn van de tunnel staan en kan dus buiten den windstroom geplaatst worden.

33. Het omloopkanaal.

Het omloopkanaal is uitgevoerd in gewapend beton met een wanddikte van 15 cm. Het kanaal heeft een vierkante of nagenoeg vierkante doorsnede met afgeschuinde hoeken. De overgangen naar de ronde schroefdoorsnede worden gevormd door vloeiend verlopende betonschalen, die voor en achter de schroef in het kanaal aangebracht zijn.

De verwijding van het kanaal, die noodig is om tot de gewenschte doorsnede vóór de insnoering te komen, is verkregen door een sprongsgewijze doorsnedevergroting in de 1e en 2e bocht en een regelmatige divergentie van de kanaalwanden. Het doorsnedeverloop in het betonkanaal is als volgt. De verwijding van het op den trechter aansluitende deel van het kanaal bedraagt $3,1^\circ$ per wand. In het tusschen de 1e en 2e bocht gelegen verticale kanaal divergeeren alleen de in het zijvlak van de tunnel gelegen wanden ($2,9^\circ$ per wand), de beide andere wanden zijn evenwijdig en verticaal. De sprongsgewijze vergrotingen in de 1e en 2e bocht bedragen resp. 9% en 8% van de plaatselijke doorsnede. Onmiddellijk achter de 2e bocht gaat de vierkante doorsnede ($2,6 \times 2,6$ m) over in de cirkelvormige schroefdoorsnede. Achter de schroef bedraagt de divergentie van de vier wanden $1,3^\circ$ per wand. De in dit deel gelegen betonschalen, die de overgangen van de ronde naar de vierkante doorsnede vormen, zijn deelen van een kegelmantel, waarvan de beschrijvende lijnen hoeken van $5,0^\circ$ met de hartlijn van de tunnel maken. Bij de 3e bocht heeft het kanaal een doorsnede van $3,1 \times 3,1$ m. Deze doorsnede blijft ongewijzigd in het hierop aansluitende verticale kanaal en het horizontale gedeelte tot de plaats waar de insnoering begint.

Het kanaal is toegankelijk door in de wanden aangebrachte deuren en luiken en kan verlicht worden met lampen, die in den kanaalwand ingebouwd zijn.

34. Het schroefaggregaat (fig. 3).

Het schroefaggregaat is grootendeels gelijkvormig aan dat van de groote tunnel (zie rapport A 795 punt 44). Volledigheidshalve wordt hier echter nog een opsomming van de belangrijkste details gegeven.

De schroef is 6-bladig, heeft een diameter van



foto N.L.L.

Fig. 3. Het schroefaggregaat.

2,60 m en is vervaardigd uit hydronalium. De bladen zijn in rust verstelbaar. De schroefnaaf is omgeven door een stroomlijnformige omkleeding, die uit drie deelen bestaat. Het middelste deel, dat met de schroef meedraait, heeft een diameter van 0,78 m (= 0,3 schroefdiameter). Het voorste deel bestaat uit een bolvormigen kop, die aan den tunnelwand bevestigd is met 11 vaste leidschoepen. Deze laatsten veroorzaken een rotatie in de strooming, die gelijk en tegengesteld is aan de door de schroef veroorzaakte rotatie, waardoor de windstroom achter de schroef rotatievrij is. Het achterste deel van de stroomlijnformige naafbekleding bestaat uit een puntstuk, dat door vier diagonaalsgewijs geplaatste stroomlijnformige pooten gesteund wordt.

De schroefnaaf is gemonteerd op een as (6,5 cm $\varnothing$), die door 3 lagers ondersteund wordt. Eén lager is gemonteerd in den kop van de naaf, één buiten den tunnelwand in de moterkamer, terwijl het derde tusschen beide eerstgenoemde lagers is opgesteld op een bok met twee stroomlijnformige pooten.

35. De hoekschoepen, de gelijkrichter en het vanggaas.

De hoekschoepen, die in de vier bochten van het kanaal gemonteerd zijn, zijn vervaardigd uit gebogen strooken plaatijzer van 4 mm dikte. De pro-

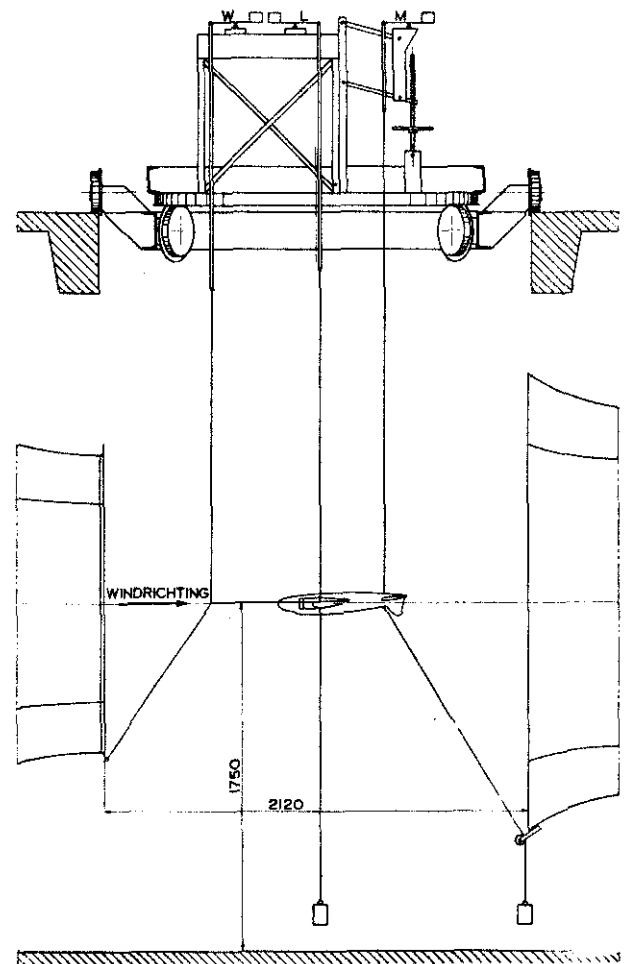
fielen zijn cirkelbogen met een middelpuntshoek van 94° . Zij zijn aan de instroomzijde afgerond en aan de achterzijde scherp bijgeslepen. De schoepen worden aan de einden gedragen door tappen, die draaibaar bevestigd zijn op in het beton aangebrachte ijzeren strippen. Om een zoo regelmatig mogelijke strooming op de meetplaats te verkrijgen, werden de schoepen in de 4e bocht (laatste bocht voor de uitstroomopening) op onderling kleineren afstand geplaatst dan die in de overige bochten. Ook de afmetingen van deze schoepen zijn kleiner. De schoepen in de eerste drie bochten vormen cirkelbogen met een straal van 400 mm en een koorde van 585 mm, die in de laatste bocht hebben een straal van 300 mm en een koorde van 440 mm. De onderlinge schoepafstand bedraagt in de eerste drie bochten 250 à 260 mm, in de laatste bocht 190 mm.

De gelijkrichter bevindt zich onmiddellijk achter de vierde bocht. Deze bestaat uit een groot aantal evenwijdig aan de hartlijn geplaatste kanalen van dun messingplaat (0,4 mm dik). De lengte van deze kanalen bedraagt 300 mm, de doorsnede 50×50 mm.

Het vanggaas is achter den opvangtrechter geplaatst en bestaat uit een netwerk van ijzerdraad (2 mm $\varnothing$) met een maaswijdte van 50 mm. Het wordt gesteund door staven met stroomlijnprofiel.

4. De aandrijfinrichting en het verliesgetal.

De direct aan de schroefas gekoppelde gelijkstroommotor van 50 pk wordt gevoed door een



Teekening N.L.L.

Fig. 4. Schematische voorstelling van de meetinrichting.

Ward-Leonard omvormeraggregaat. De motor heeft een ankerspanning van 440 Volt. De omvormer (440 Volt) wordt aangedreven door een draaistroommotor van 65 pk en 380 Volt en heeft een toerental van 1450 omw/min. Het toerental van de schroef is nauwkeurig regelbaar van 0 tot ong. 700 omw/min. Bij een door den schroefmotor geleverd vermogen van 49,3 pk (toerental = 700 omw/min) bedraagt de windsnelheid op de meetplaats 41,9 m/sec.

Het *verliesgetal* a , dat de verhouding aangeeft tusschen het door den motor geleverde vermogen N en het vermogen in den windstroom op de meetplaats (= stuwdruk $\times$ windsnelheid $V \times$ straaldoorsnede F), bedraagt

$$a = \frac{1200 N}{V^3 F} = \frac{1200 \times 49,3}{41,9^3 \times 2,16} = 0,37$$

Het *verliesgetal* is iets grooter dan dat voor de groote tunnel ($a = 0,35$). De oorzaak hiervan is vermoedelijk gelegen in het relatief grootere wandoppervlak (wrijvingsverliezen) in de kleine tunnel en den minder gunstigen vorm van de hoekschoepen, waardoor extra kanaalverliezen optreden.

5. De meetinrichting (fig. 4 en 5).

De meetinrichting is bestemd voor het meten van de drie in het symmetrievlak van het model gelegen componenten: draagtkracht (lift), weerstand en (duik)moment.

Het te beproeven model wordt hiertoe opgehangen op de in fig. 4 aangegeven wijze. Met de lift- en momentendraden (resp. aan vleugel en staart) is het model direct aan de balansen L en M bevestigd. De momentenbalans kan door middel van een handwiel op en neer bewogen worden om den invalshoek van het model te verstellen. De weerstand van het model wordt opgenomen in de horizontale draden, die zich op eenigen afstand voor het model splitsen in een verspanning naar den tunnelwand en de verticale weerstanddraden, die aan de weerstandbalans W bevestigd zijn. Het verband tusschen de aanwijzing van de balans en de kracht in de horizontale weerstanddraden moet door ijking bepaald worden.

De balansen zijn opgesteld op een om een verticale as draaibare wagen. Door het verdraaien van dezen wagen wordt het model onder een gierhoek t.o.v. de windrichting gesteld. Het geheel is geplaatst op den meetwagen, die in een richting, lood-

recht op het symmetrievlak van de tunnel, verreden kan worden. Het aan den meetwagen opgehangen model kan op deze wijze buiten den windstroom gebracht worden.

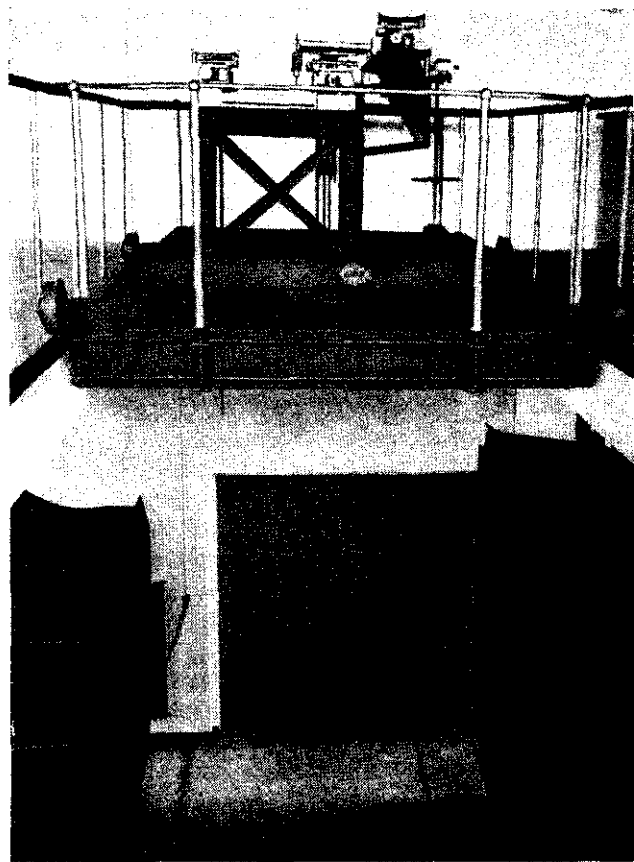


Foto N.L.L.

Fig. 5. De meetwagen met balansen en de daaronder gelegen meetplaats met het model.

6. Leveranciers en bouwkosten.

De onderdeelen van de kleine tunnel werden geleverd door dezelfde leveranciers, die de overeenkomstige onderdeelen voor de groote tunnel vervaardigen. Zij zijn genoemd in punt 7 van rapport A 795.

Een overzicht van de globale kosten der verschillende onderdeelen is gegeven in tabel 1. Hierin zijn niet begrepen de kosten van de meetkamer en de overige deelen van het gebouw, die de tunnel omgeven. Ook de door het N.L.L. gemaakte kosten in verband met het ontwerp en den bouw van de tunnel zijn buiten beschouwing gelaten.

Tabel 1. Overzicht van de bouwkosten van de kleine windtunnel.

Omschrijving van de onderdeelen	Kostprijs ¹⁾
Betonkanaal (inclusief vulstukken vóór- en achter de schroef en kleine ingestorte onderdeelen als deuren, luiken enz.)	f 8.500
Electrische installatie voor de aandrijving	„ 6.000 ²⁾
Tunnelonderdeelen (schroefaggregaat, hoekschoepen, uitstroomtuit, opvangtrechter, vanggaas)	„ 16.500
Gelijkrichter	„ 2.000
Meetwagen met balansen	„ 2.000 ³⁾
Diversen (verlichting, hulpwerkzaamheden, enz.)	„ 1.000
Totaal	f 36.000

¹⁾ Prijzen afgerond op f 500.—

²⁾ Motor en omvormer afkomstig van tunnel no. 1, prijs geschat.

³⁾ Balansen en draaibare wagen van tunnel no. 1, prijs geschat.

REPORT A 802.

THE SMALL WINDTUNNEL OF THE
NATIONAAL LUCHTVAART-
LABORATORIUM.

Summary.

Besides the large windtunnel¹⁾, a smaller one of the same type has been built (tunnel 4) for those investigations, which require neither a high windspeed nor a large cross-section of the jet.

The cross section of the jet is $1,51 \times 1,51$ m, the length being 2,12 m. The highest windspeed is about 42 m/sec, the corresponding Reynolds number for normal aerofoils $0,5 \times 10^6$. The open jet may be enlarged to 2×2 m by removing part of the entrance-cone. The throat of the exit-cone is adjustable.

The tunnel has been constructed of reinforced concrete. For the greater part of the channel the air-passage has a square cross-section. Just before the entrance cone, the tunnel has a contraction, the ratio of contraction being 4,4. The honeycomb has been constructed of sheet-brass and located in the largest cross-section ($3,1 \times 3,1$ m) of the tunnel. Adjustable guide vanes of circular bended sheet-iron have been placed in the four corners of the channel.

The 6-bladed air-screw has a diameter of 2,60 m, the number of revolutions being about 700/min. A system of 11 radial guide vanes has been placed in front of the propellor. The screw has been coupled to a 50 HP D.C. motor, fed by a Ward-Leonard generator. At the maximum windspeed of 41,9 m/sec the power consumption (output of screw-motor) amounts to 49,3 HP. The powerfactor is:

$$a = \frac{1200 N}{V^3 F} = 0,37$$

The balance equipment consists of three simple balances (lift, drag, pitchingmoment), mounted on a removable platform above the working section.

The investigation of the quality of the airflow will be described in Report A 831.

¹⁾ Report A 795: „De groote windtunnel van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium“, Deel XI Verslagen en Verhandelingen van het N.L.L., p. A1.

BERICHT A 802.

DER KLEINE WINDKANAL DES
NATIONAAL LUCHTVAART-
LABORATORIUMS.

Zusammenfassung.

Für die Untersuchungen, welche weder eine grosse Geschwindigkeit noch einen grossen Messquerschnitt fordern, ist neben dem grossen Kanal¹⁾ ein kleinerer Kanal erbaut worden.

Der Freistrahle hat einen Querschnitt von $1,51 \times 1,51$ m und eine Länge von 2,12 m. Die höchste Geschwindigkeit beträgt etwa 42 m/sec. Diese Geschwindigkeit entspricht einer Reynoldsschen Zahl von $0,5 \times 10^6$ für normale Tragflügelmodelle. Der Freistrahle kann auf 2×2 m vergrössert werden durch Wegnehmen eines Teiles der Düse. Mit Rücksicht hierauf ist der Auffangtrichter verstellbar.

Der Kanal ist hergestellt aus Eisenbeton und hat einen viereckigen Querschnitt. Das Einschnürungsverhältnis des Kanales beträgt 4,4. Im grössten Querschnitt des Kanales ($3,1 \times 3,1$ m) ist der aus dünnem Messingblech hergestellten Gleichrichter eingebaut worden. In den vier Kanalecken befinden sich einstellbare Umlenkschaufeln aus kreisförmig gebogenem Eisenblech.

Die Luftschaube ist sechsflügelig, hat einen Durchmesser von 2,60 m und eine Drehzahl von rund 700 Umdr./Min. bei der Höchstgeschwindigkeit. Unmittelbar vor der Schraube befindet sich ein Leitapparat mit 11 Flügeln. Die Schraube ist gekuppelt an einem Gleichstrommotor von 50 PS, der von einem Ward-Leonard Aggregat angetrieben wird. Bei einer Geschwindigkeit von 41,9 m/sec leistet der Gebläsemotor 49,3 PS. Die Leistungsbedarfzahl beträgt

$$a = \frac{1200 N}{V^3 F} = 0,37$$

Die Messvorrichtung besteht aus drei einfachen Waagen, die auf einer fahrbaren Plattform über den Freistrahle aufgestellt sind.

Die Untersuchung der Strahleigenschaften soll im Bericht A 831 beschrieben werden.

¹⁾ Bericht A 795: „De groote windtunnel van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium“, Deel XI Verslagen en Verhandelingen van het N.L.L., S. A1.

RAPPORT M 984.

Nationaal Luchtvaartlaboratorium, Amsterdam.

Corrosie en corrosie-beproevingsmethoden bij lichte metalen.

Voordracht gehouden in den Kring Metalen van den Bond voor Materialenkennis
op 10 October 1941

door

Dr. Th. A. H. M. DOBBELMANN.

Overzicht.

De corrosiereactie en de corrosiebestrijdingsmethoden worden in het kort besproken. Uitvoeriger wordt ingegaan op de diverse klassen van corrosiebeproevingsmethoden; speciaal de beproevingsmethoden, waarmede het Nationaal Luchtvaartlaboratorium ervaring opdeed, zijn meer gedetailleerd naar voren gebracht. Er is gestreefd naar een systematische behandeling van de diverse corrosiebeproevingsmethoden.

Indeeling.

1. Omschrijving van de begrippen corrosie, erosie en verweering.
2. De corrosiereactie.
 21. Natuurlijk voorkomen.
 22. Chemische omzettingen.
 23. De lokaalelement-theorie.
3. De corrosiebestrijding.
 31. Door legeringsbestanddeelen en thermische behandeling.
 32. Door platten.
 33. Door kunstmatige oxydlaag.
 34. Door verf en lakken.
4. De corrosiebeproeving.
 41. Corrosiewaarneming.
 411. De kwalitatieve bepalingen.
 412. Corrosiemeting door gewichtsveranderingen.
 413. Corrosiemeting door achteruitgang van de mechanische eigenschappen.
 42. Beproevingsmethoden en hun apparatuur.
 421. Reproduceerbaarheid en betrouwbaarheid.
 422. Natuurlijke buitenproeven.
 423. Beproeving in stilstaand vloeistofmilieu.
 424. Beproevingsmethoden met vloeistofmilieu in beweging.
 425. Beproeving bij afwisseling van vloeistof- en gasmilieu.
 426. Kortbeproevingen.
 427. Beproeving met tevens mechanische beïnvloeding.
5. Literatuur.

1. Omschrijving van de begrippen corrosie, erosie en verweering.

Het woord „corrosie” beteekent etymologisch „invreting” en deze beteekenis is goed bewaard gebleven in het begrip „corrosie”.

De literatuur geeft meestal de omschrijving: „een van het oppervlak uitgaande, ongewenschte chemische aantasting van metalen” (*lit. 1 en 2*) (onder chemische is tevens electro-chemische aantasting te verstaan).

Deze omschrijving komt goed overeen met de corrosieverschijnselen, die men tot op heden heeft bestudeerd.

De toevoeging van de bepaling „ongewenscht” doet bij eersten aanblik in de wetenschappelijke definitie van een verschijnsel eenigszins vreemd aan. Men bedenke hierbij evenwel, dat het cor-

rosievraagstuk niet alleen een wetenschappelijk, maar tevens een praktijkprobleem is, d.w.z. een probleem, dat verband houdt met het „maken”, speciaal met het in stand houden van het gemaakte, d.w.z. met het praktisch nut van het geconstrueerde.

Ongewenschte mechanische aantastingen worden in analogie met het woord corrosie betiteld met „erosie”. (*lit. 3*).

De ongewenschte chemische aantasting, die plaats vindt bij hout, textielproducten, verf e.d. noemt men meestal „verweering”.

2. De corrosiereactie.

21. Natuurlijk voorkomen.

Alhoewel de corrosie een ongewenschte chemische aantasting is, een chemische reactie, die jaarlijks tonnen kostbaar materiaal vernietigt (*lit. 4*), houdt dit niet in, dat de corrosiereactie een onnatuurlijke aantasting is. Het tegendeel is waar. Men moet er zich terdege van bewust maken, dat corrodeeren een natuurlijk proces is en dat, chemisch beschouwd, de onedele metalen in vrijen toestand, zooals ijzer, aluminium, zink, lood, magnesium, enz. een gedwongen bestaan voeren, omdat deze metalen in vrijen toestand geen plaats gekregen hebben in de chemische huishouding van onze aardkorst. Dit komt duidelijk aan het licht, wanneer men nagaat hoe hun natuurlijk voorkomen is, d.w.z. hoe hun chemisch- en energetisch-stabiele toestand er uit ziet.

In de natuur worden de metalen aangetroffen:

- a in gedegen toestand, d.w.z. als metaal b.v. goud, platina, koper.
- b als ertsen (hoofdzakelijk oxyden en sulfiden), b.v. bauxiet (Al_2O_3), magneetijzersteen (Fe_3O_4), tinsteen (SnO_2), zinkblende (ZnS), loodglans (PbS), enz..
- c als zouten, b.v. Chilisalpeter (NaNO_3), Magnesiet (MgCO_3), Dolomiet ($\text{CaCO}_3 \cdot \text{MgCO}_3$), Gips (CaSO_4), Zwaarspaat (BaSO_4), enz.

Tabel 1 geeft een overzicht van het natuurlijk voorkomen en eenige hiermee samenhangende eigenschappen.

beïnvloeden. Het is dus op de eerste plaats belangrijk na te gaan, welke belemmerende factoren zich bij het corrosieproces zooal kunnen voordoen.

Tabel 1.

Overzicht natuurlijk voorkomen van eenige metalen.

Gedegen toestand			Als ertsen (oxyden en sulfiden)						Als zouten					
S	E_0	cal	S	E_0	cal	S	E_0	cal	S	E_0	cal	S	E_0	cal
Au	+ 1,5	- 13												
Pt	+ 0,86	17,9												
Ag	+ 0,80	7,0												
(Hg)	+ 0,80	21,5	Hg	+ 0,80	21,5									
(Cu)	+ 0,34	43,8	Cu	+ 0,34	43,8									
			Pb	- 0,12	50,8									
			Sn	- 0,10	70,6									
						Ni	- 0,25	61,5						
						Fe	- 0,43	65,9						
						Zn	- 0,76	84,8						
						Al	- 1,28	128,6						
									Mg	- 1,55	145,5			
									Ca	- 1,90	145,0			
												Na	- 2,45	100,9
												K	- 2,61	98,2
oxydeeren niet bij gloeiing			oxydeeren bij gloeiing			oxydeeren bij kamertemperatuur								
ontleden geen stoom			ontleden oververhitte stoom			ontleden water van 100° C			ontleden koud water					
ontleden geen zuren			ontleden zeer moeilijk zuren behalve HNO ₃			ontleden gemakkelijk verdunde zuren			ontleden alle zuren					

S = symbool van het atoom.

E_0 = normaalpotentiaal.

cal = verbrandingswarmte met O₂.

De onvoordeelige positie, die de lichte metalen Al en Mg innemen, waarschuwt ons à priori voor de belangrijkheid van het corrosieprobleem bij deze materialen.

Deze drie bovengenoemde toestanden zijn de natuurlijke toestanden van onze metalen. Het corrodeeren is dus niets anders dan een terugkeer naar den stabielen toestand.

22. Chemische omzettingen.

Het corrodeeren is een gelijktijdig oxydatie- en reductieproces. Het betreffende metaal wordt geoxydeerd door een milieu, dat zich hierbij reduceert. Zooals bekend, is oxydeeren afgave van electronen en reduceeren opname van electronen.

De fundamentele corrosiereactie bij een tweewaardig metaal wordt dus geschreven:

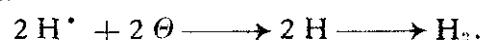


Deze reactie stelt de oxydatie of anodische metaaloplossing voor.

De reductiereactie is gecompliceerder en tevens verschillend naar gelang het milieu een ander is.

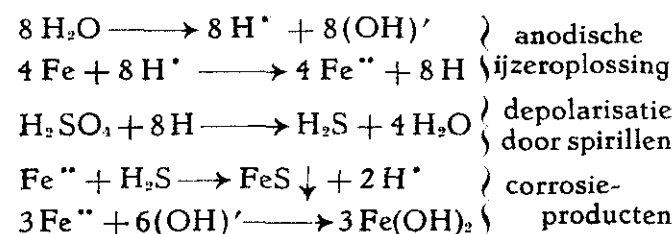
Bij het corrosieverschijnsel interesseert ons, behalve de chemische omzetting, heel speciaal de reactiesnelheid; aan de omzetting zelf kunnen wij weinig veranderen, de reactiesnelheid daarentegen kunnen wij gelukkigerwijze doelmatig

Bij afwezigheid van zuurstof is de reductiereactie:

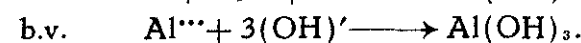


Hierbij wordt de passage van waterstof statusnascendi naar de moleculaire waterstof sterk belemmerd door de z.g. overspanning, die afhankelijk is van den oppervlaktetoestand en edelheid van het betreffende metaal (lit. 5 en 6).

Een treffend voorbeeld van de beïnvloeding van de corrosiereactie danken wij aan de onderzoeken van Dr. Wolzogen Kühr. Hij toonde nl. aan hoe bij corrosie van gietijzeren buisleidingen in anaërobe gronden de reactiesnelheid afhankelijk is van door spirillen veroorzaakte sulfaat-reductie (lit. 7).



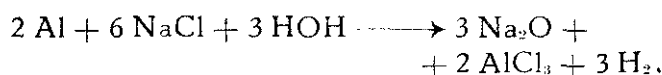
Is voldoende zuurstof in een milieu aanwezig, dan is de reductiereactie:



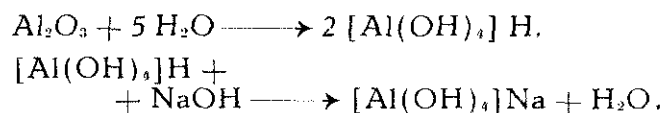
De zuurstof kan hier als depolarisator of vol-

gens een andere theorie electromotorisch werkzaam zijn (*lit.* 8). De reactiesnelheid is wederom afhankelijk van de nauwste schakel in het proces, hetgeen de toevoer der zuurstof of de afvoer der corrosieproducten kan zijn. Een typeerend voorbeeld van reactiebelemmering door onvoldoende afvoer der corrosieproducten is de vorming van de z.g. natuurlijke beschermingslaag. Bij Al vormt zich namelijk met vrije zuurstof een dun laagje Al_2O_3 (ca. $0,2 \mu$ dikte), dat goed vasthecht en terdege afsluit, omdat het kristalvolume van Al_2O_3 groter is dan dat van Al. Door deze afsluiting voor het aantastend milieu wordt de reactiesnelheid tot bijna nul gereduceerd en komt het corrosieproces praktisch tot stilstand.

Een tekenend voorbeeld van corrosieversnelling door regelmatigen afvoer van de corrosieproducten is het gedrag van eenige Aluminiumlegeeringen in zeewater. Uit het NaCl van het zeewater kan zich de base NaOH vormen, alsmede het in water oplosbare AlCl_3 , volgens de reactie:



De gevormde Na_2O kan, wanneer de omstandigheden gunstig zijn, zooals b.v. tusschen geklonken stukken of klemplaatsen, het amphotere Al_2O_3 als aluminaat oplossen:



23. De lokaalelement-theorie.

De hierboven besproken chemische omzettingen zijn, zooals overigens praktisch alle corrosiereacties, electrolytreacties, waarvan het mechanisme door de electrochemische corrosietheorie, speciaal de lokaalelement-theorie, zeer bevredigend verklaard kan worden.

Nernst heeft een theorie ontworpen die, alhoewel te simplistisch van opbouw, toch de inzichten aanmerkelijk kan verdiepen (*lit.* 2, 3 en 8 t/m 11). Wanneer men een metaal in aanraking brengt met een waterige oplossing van een zijner zouten, dan heeft het metaal de tendens om in ionentoestand over te gaan. Nernst vergelijkt dit verschijnsel, waarbij ionen door de vloeistofphase opgenomen worden, met het verdampen van vloeistoffen, waarbij, zooals bekend, vloeistofmoleculen door de gasphase opgenomen worden.

Deze tendens om in ionentoestand over te gaan noemde hij den electrolytischen oplosdruk van het metaal. Deze tendens wordt evenwel tegengewerkt door de reeds in oplossing zijnde metaalionen, die in afhankelijkheid van de concentratie in het metaal trachten te dringen. Deze tegenwerkende kracht zou niets anders dan de heerschende osmotische druk zijn. Na onderdompeling van het metaal in de zoutoplossing treedt na korten tijd een kinetisch evenwicht in, waarbij dan de electrolytische oplosdruk evenveel ionen uitstoot als de osmotische druk er terugbezorgt.

De osmotische druk is afhankelijk van concentratie en temperatuur, de electrolytische oplosdruk

van de natuur van het metaal en van de temperatuur.

Hoe sterker de tendens om in ionentoestand over te gaan, des te „on edeler” noemt men het metaal. De „edele” metalen daarentegen zenden praktisch geen ionen in oplossing en blijven zoo-doende onaangetast.

Wanneer evenwel een metaal in ionentoestand overgaat volgens de reactie:



blijven de electronen op het metaal achter. Hierdoor ontstaat dan vanzelfsprekend een potentiaalsprong tusschen metaal en vloeistofmilieu. Deze potentiaalsprongen zijn inderdaad kwantitatief meetbaar en men heeft zoo een maat voor de edelheid der metalen. Bevat het milieu, waarin het metaal ondergedompeld is, 1 gram-ion per liter van het betreffende metaal, dan is de heerschende potentiaalsprong de z.g. „normaal potentiaal”. In tabel 1 zijn de normaalpotentialen, die de z.g. spanningsreeks vormen, aan de betreffende symbolen toegevoegd.

Het verband tusschen den potentiaalsprong E, de waardigheid van het metaal n, den electrolytischen oplosdruk K en den osmotischen druk p wordt gegeven door de formule van Nernst:

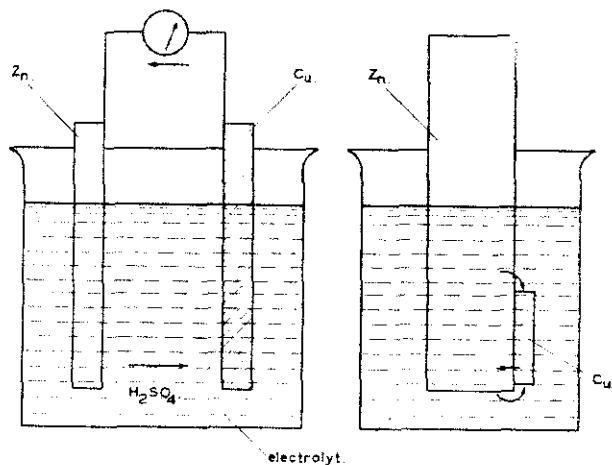
$$E = \frac{0,059}{n} \lg \frac{K}{p}.$$

Uit deze formule is dus dadelijk te zien hoe de potentiaalsprong, d.w.z. de corrodeerbaarheid als er geen belemmerende factoren zouden zijn, afhankelijk is van den aard van het metaal en van de ionenconcentratie, die in het milieu heerscht.

Bij het normale galvanische element wordt er niet één, maar worden er twee verschillende metalen in een vloeistofmilieu ondergedompeld, waarbij dan het eene metaal als anode, d.w.z. ionen en electronen leverend, en het andere als kathode, d.w.z. ionen en electronen verbruikend, functioneert. Men is overeengekomen, onverschillig of het + of — teken aan de potentiaal toegekend wordt, de electrode, die in oplossing gaat, „anode” te noemen en de electrode, waar de ionen geneutraliseerd worden, „kathode” te noemen. De anode lost op en de kathode groeit aan. Deze terminologie kan nooit vergissingen veroorzaken, terwijl het teken + of — afhangt van een thermodynamische zienswijze (noteering van Nernst), ofwel van een verklaring volgens de electronen-theorie (noteering van Evans, heden ten dage de meest gebruikelijke) (*lit.* 12).

Het in oplossing gaan van de anode, d.w.z. het corrodeeren, kan evenwel slechts dan plaats vinden, wanneer het evenwicht K/p verstoord wordt, d.w.z. stroomlevering plaats vindt. Deze stroomlevering nu kan geschieden door sluiting van het element uitwendig, zooals b.v. bij het gewone galvanische element, ofwel door sluiting in het electrolyt. Dit laatste geval van stroomlevering noemt men „lokaalelement” (*de la Rive*).

Fig. 1 laat de beide mogelijkheden van stroomlevering zien. Heterogene plaatsen in metalen functioneeren als lokaalelement, waarbij dus het anodische gebied in oplossing gaat, d.w.z. corrodeert. Deze anodische en kathodische gebieden



Teekening N.L.L.

Fig. 1. Principevoorstelling van het galvanische element en van het lokaalelement.

zijn vaak kwalitatief en soms ook kwantitatief aantoonbaar en veel corrosiegevallen, zooals corrosie door onzuiverheden, corrosie aan de waterlijn, corrosie in den vloeistofdruppel, spanningscorrosie e.d. zijn hierdoor verklaard geworden.

3. De corrosiebestrijding.

Uit het hierboven behandelde, speciaal het feit der ionenvorming door metalen, blijkt duidelijk, dat de corrosie als chemisch natuurverschijnsel altijd zal blijven bestaan, m.a.w. dat de ziekte niet te genezen is. Men moet zich tevredenstellen met de corrosie te bestrijden. De corrosiebestrijding heeft ten doel de corrosiereactie zoo te vertragen en te belemmeren, dat onze bouwmaterialen een voldoende levensduur verkrijgen.

Op dit vraagstuk zijn langs meerdere, principieel verschillende wegen zeer bevredigende oplossingen gevonden.

De corrosiebelemmering wordt bereikt:

- door juiste keuze en juiste hoeveelheden der legeringselementen en toepassing van de meest geschikte thermische behandeling,
- door platteering van het metaal met corrosiebestendig materiaal,
- door het aanbrengen van een kunstmatige oxydlaag,
- door het aanbrengen van verf en lakken.

31. Door legeringsbestanddelen en thermische behandeling.

Zooals bekend hebben de Al-legeringen van het Duralumintype (Al-Cu-Mg) uitstekende mechanische eigenschappen, daarentegen corrodeeren deze legeringen, speciaal in aanraking met NaCl-houdend water (b.v. zeewater), zeer gemakkelijk. Dit is o.a. te wijten aan de edelheid van het koper, dat als koperaluminaat (CuAl_2) aanwezig is.

Ook de moderne legeringen van het type Al-Zn-Mg, waarbij het Cu door Zn vervangen is, hebben goede mechanische eigenschappen, daarentegen zijn deze zeer gevoelig voor interkristallijne corrosie. Al-legeringen zonder Cu, die een juiste thermische behandeling ondergaan, corrodeeren aanzienlijk langzamer.

Voszkühler (lit. 13) komt, wat betreft de aantasting door zeewater, tot de volgende indeeling:

- Goed corrosiebestendig: Al-Mg; Al-Mn; Al-Mg-Mn,
- Middelmatig corrosiebestendig: Al-Mg-Si.
- Weinig corrosiebestendig: Al-Cu-Mg en Al-Si, (Al-Cu-Ni, Al-Cu, Al-Zn-Mg).

32. Door platteeren.

De corrosiebestrijding door platteeren, d.w.z. door het aanbrengen van een dunne laag corrosiebestendig materiaal op een kernmateriaal, dat minder corrosiebestendig is, maar daarentegen goede mechanische eigenschappen bezit, is zeer doelmatig gebleken.

Naar gelang de dikte van de platteerlaag, gaan vanzelfsprekend de mechanische eigenschappen achteruit; daarentegen is een platteerlaag, waarvan de dikte 5 à $7\frac{1}{2}\%$ van de kernmateriaaldikte bedraagt, meestal voldoende corrosiebelemmerend (lit. 14). Als platteermateriaal komt, behalve de corrosiebestendige legeringen, vooral zuiver Al-materiaal van 99,5% en hoger in aanmerking.

33. Door kunstmatige oxydlaag.

Zooals bij de behandeling van de corrosiereactie reeds ter sprake kwam, kan de reactiesnelheid aanzienlijk belemmerd worden door het zich vasthechtende en afsluitende corrosieproduct zelf.

Men is erin geslaagd de oxydlaag kunstmatig en met grootere laagdikte aan te brengen door chemische oxydatie, ofwel door electrische oxydatie. Bij aluminium ontstaat een Al_2O_3 -laag, die zeer hard is (korund is eveneens Al_2O_3) en weinig poriën heeft, omdat het kristalvolume van Al_2O_3 ca. 1,26 maal zoo groot is als het Al-kristalvolume.

Bij Mg en Mg-legeringen heeft de oxydlaag meer poriën, omdat het kristalvolume van MgO kleiner is dan het Mg-kristalvolume.

Voor de chemische oxydatie van Al en Al-legeringen komt vooral het M.B.V.-procédé in aanmerking (lit. 15 en 16). De oxydatie geschiedt door natriumchromaat. Het M.B.V.-procédé is ongeschikt voor Cu-houdende Al-legeringen. De chemische oxydatie ter verkrijging van een oxydlaag op Mg of Mg-legeringen geschiedt door een bad met 10 tot 20% HNO_3 en 15% $\text{Na}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$. De zoo verkregen MgO -lagen vormen een uitstekenden ondergrond voor verven en lakken (lit. 17).

De electrolytische oxydatie van de lichte metalen geschiedt bij Al en Al-legeringen meestal volgens het Bengough-procédé in 3% chroomzuur bij 40°C , of wel volgens het gelijkstroom zwavelzuur-procédé (Eloxal- of Alumilite-procédé) in 10—25% zwavelzuur bij 15 à 20°C (lit. 15 en 16). Het werkstuk wordt als anode in het bad gebracht; het metaaloppervlak gaat dus anodisch in oplossing, waarvoor evenwel de oxydlaag in de plaats komt. Door het grootere kristalvolume van het Al_2O_3 gaat de dikteaangroeiing der anodische oxydlaag sneller dan de oplossing van het aluminium. Na de electrolytische oxydatie wordt de laag „nagedicht” (sealing).

De anodische oxydatie van Mg-legeringen geschiedt volgens analoge procédés, zooals b.v. het Seomag- en het Elomag-procédé. Het Elomag-procédé past alkalisch oxydeerende baden bij 60 à 80° C toe (*lit.* 18).

De oxydlaagdikte, verkregen door het M.B.V.-procédé, bedraagt ca. 1 à 2 μ , door het Bengough-procédé, 3 à 4 μ en met het Alumilite-procédé gaat men gewoonlijk niet verder dan ca. 8 à 15 μ .

34. Door verf en lakken.

De corrosiebestrijding door verf- en laklagen is meer algemeen bekend, zoodat hier met de vermelding alleen volstaan kan worden.

Men onderscheidt bij de verven en lakken het bindmiddel en het pigment. De belangrijkste laksoorten ter bescherming van de lichte metalen, ingedeeld naar hun bindmiddel, zijn: a) olielakken, b) celluloselakken, c) kunstharslakken.

Het te beschermen werkstuk wordt meestal van een „laksysteem” voorzien, d.w.z. met een „schema” van meerdere lagen. Zeer goed voldoet b.v. een grondlaag van kunstharslak (goede hechting), vervolgens een cellulose tusschenlaag en tenslotte een deklaag van olie verf.

De afzonderlijke bestrijdingsmethoden, waarvan hierboven sprake was, worden in de praktijk meestal in combinatie toegepast. Door deze bestrijdingsmethoden heeft men op heden de vergankelijkheid der metalen vrijwel in de hand.

Bij de vliegtuigindustrie wordt de Al-legering zodoende meestal eerst met zorg samengesteld en aan een gunstige thermische behandeling onderworpen, vervolgens geplatteerd, daarna geanodiseerd en tenslotte van een of meerdere laklagen voorzien (*lit.* 15).

4. De corrosiebeproeving.

Bij het nemen van een proef moet onderscheid gemaakt worden tusschen:

- het tweeeebrengen van het verlangde verschijnsel, d.w.z. de methode van beproeving, en
- de hoedanigheden en hoeveelheden van het verschijnsel, d.w.z. de waarneming.

Wat betreft de corrosiebeproeving is er dus onderscheid te maken tusschen de methode, waarmee het corrosieverschijnsel teweeg wordt gebracht en vervolgens de kwalitatieve en kwantitatieve waarneming. De bespreking van de waarneming laten wij hieronder evenwel aan die van de methoden voorafgaan.

41. Corrosiewaarneming.

Indien mogelijk moet de corrosiewaarneming steeds kwantitatief geschieden. Bij de corrosieproeven zijn evenwel veel optredende verschijnselen niet kwantitatief vast te leggen. In deze gevallen geschiedt de bepaling kwalitatief, zooals b.v. bij poriënvorming en barstvorming van corrosiebeschermende lagen, bij verkleuring, bij krijten, bij interkristallijne corrosie e.a.

De kwantitatieve waarneming geschiedt, aangezien het hoofdkarakter van de corrosieaantasting een materiaalverlies en achteruitgang van de mechanische eigenschappen inhoudt, door de

meting van a) gewichtsveranderingen en b) veranderingen van de mechanische eigenschappen. Deze zijn de beide fundamentele meetmethoden van het corrosieverschijnsel.

411. De kwalitatieve bepalingen.

Het belang van de kwalitatieve bepalingen bij corrosie- en verweeringsproeven moet niet onderschat worden en wel omdat vooreerst de kwalitatieve bepaling de voorlooper is van de kwantitatieve en vervolgens omdat het corrosievraagstuk niet alleen een wetenschappelijk probleem is, maar

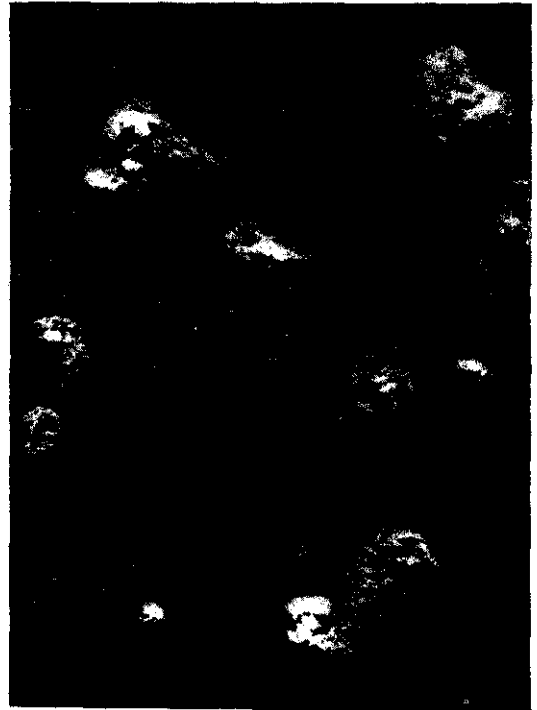


Foto N.L.L.

Fig. 2. Voorbeeld van typeerende corrosiewratten op geanodiseerd Dural-plaatmateriaal. Aantasting door: NaCl 3% + H₂O₂ 0,10% gedurende 60 dagen. V $\approx$ 7,5 $\times$.

tevens een vraagstuk van de praktijk. De praktijk nu beslist over de deugdelijkheid van materialen t.a.v. corrosie en verweering vaak „op het oog”, dus kwalitatief. Zoodra b.v. een aluminium lensvatting corrosiewratten vertoont, is deze afgekeurd onverschillig of de mechanische eigenschappen al of niet achteruit zijn gegaan.

Als kwalitatieve bepaling moeten op de eerste plaats genoemd worden de z.g. „inspecties”. De veranderingen van het oppervlak, met het bloote oog of matige vergrooting (tot ca. 10 $\times$) vastgesteld, vormen belangrijke aanduidingen voor den aard en voortgang van het corrosie- of verweeringsproces.

Een andere zeer waardevolle bepaling wordt verkregen door het vervaardigen van z.g. micropreparaten, waarbij men de morphologie van de aantasting vastlegt. Op grond van deze bepalingen onderscheidt men hoofdzakelijk 3 corrosievormen:

- algeheele corrosie, zooals b.v. koperen koepeldaken laten zien,
- plaatselijke corrosie (z.g. „pitting” of „Lochfrasz”), zie fig. 2 en 3,
- interkristallijne corrosie, zie fig. 4.



Foto N.I.L.

Fig. 3. Voorbeeld van plaatselijke corrosie (pitting) op Bondur plaatmateriaal.
Aantasting door: NaCl 3% + H₂O₂ 0,10% gedurende 5 uur.
V ∞ 250 X.

De interkristallijne corrosie, waar eenige Al-legeeringen, speciaal de moderne Al-Zn-Mg-legeeringen, als het ware een voorliefde voor hebben, is de meest gevreesde corrosievorm omdat, vaak onschuldig uitzien bij het oppervlak, de kern van het materiaal geheel is aangetast en de vereiste vastheidseigenschappen verloren zijn gegaan.

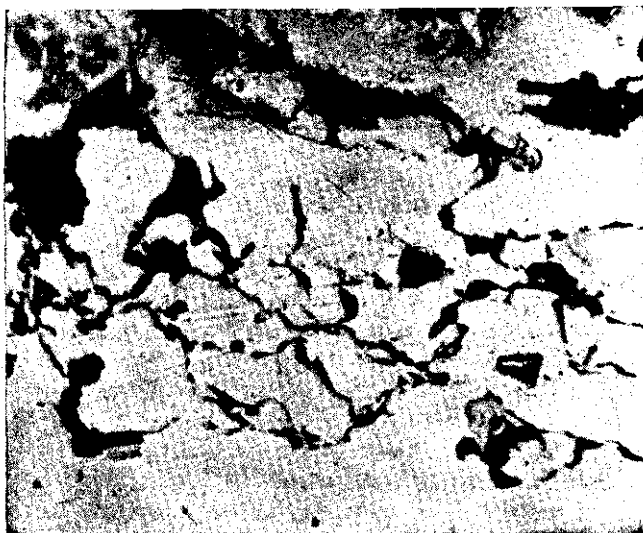


Foto N.I.L.

Fig. 4. Voorbeeld van interkristallijne corrosie bij Aludur.
Aantasting door: NaCl 3% + H₂O₂ 0,10% gedurende 7 dagen. V ∞ 500 X.

De interkristallijne corrosie is een aantasting, die voorkeur heeft voor de kristalliet-grenzen, de „pitting” vreet daarentegen tevens het kristal zelf aan, vandaar ook de benaming van i n t r a-kristallijne corrosie voor dezen laatsten corrosievorm.

Men spreekt ook van „selectieve corrosie”, waarmee men een intra-kristallijne corrosie bedoelt, die voorkeur heeft voor één bepaald legeringsbestanddeel, b.v. het eutecticum (lit. 19).

Een andere waardevolle, kwalitatieve bepalmingsmethode ontstaat door gebruikmaking van kleurstof-indicatoren, die de anodische en kathodische

gebieden door intensieve kleuring afzonderen. Veel gebruikte indicatoren zijn b.v. de Ferroxy-indicator (Phenolphthaleïne met kaliumferricyanide). Een goede indicator is eveneens de universele indicator volgens Goldowski (lit. 20). Dit is een gemengde indicator, die van p_H 3 tot p_H 11 de kleuringen doorloopt: rood-geel-groen-blauw-violet. Om poriën in deklagen zichtbaar te maken voldoet de methode volgens Duffek uitstekend (lit. 21). Hierbij wordt een zwakke stroom door de indicatoroplossing gevoerd. De indicatoren zijn alkalizouten van aromatische azo- en sulfo-kleurstoffen.

412. Corrosiemeting door gewichtsveranderingen.

De corrosieproducten, die ontstaan door het corrosieproces, zijn meestal kwantitatief verwijderbaar. Zoo kan b.v. het gevormde Al₂O₃ en Al(OH)₃ zeer goed met HNO₃ 5% weggenomen worden, zonder dat het onderliggende metaal noemenswaard aangetast wordt.

De gewichtsvermindering door de corrosiereactie dient mede als maatstaf voor de corrodeerbaarheid van het betreffende metaal in een bepaald milieu. De gewichtsverandering is een functie van den reactie-tijdsduur, hoeveelheid uitgangsmateriaal (in gewicht en oppervlak) en van het aantastend milieu (lit. 22).

Deze meetmethode is alleen bruikbaar bij algehele aantasting van het oppervlak, zoals b.v. corrosie in zuurmilieu. Inter- en intra-kristallijne corrosieverschijnselen kunnen zoo niet gemeten worden.

413. Corrosiemeting door achteruitgang van de mechanische eigenschappen.

De mechanische eigenschappen geven het karakter aan van een materiaal bij mechanische belasting. De belasting is hierbij statisch of dynamisch.

De belangrijkste mechanische eigenschappen zijn (lit. 23):

- Sterkte (kracht nodig om de cohesie te verbreken),
- Taaigheid (plastische vervormingsmogelijkheid),
- Hardheid (weerstand tegen plastische vervorming).

Deze eigenschappen worden door de corrosiereactie allen ongunstig beïnvloed. Wat de sterkte-eigenschappen betreft is op te merken, dat de rek eerder en sneller terugloopt dan streksgrens en trekvastheid en de rek daarom een gevoeliger maatstaf geeft.

42. Beproevingsmethoden en hun apparatuur.

421. Reproduceerbaarheid en betrouwbaarheid.

Wat de methode van beproeving betreft, m.a.w. de manier, waarop het verschijnsel te weeg wordt gebracht, moeten bij de corrosieproeven twee belangrijke eischen worden gesteld (lit. 24 en 25):

- de methode moet reproduceerbaar zijn, d.w.z. bij herhaling van de proef moeten telkens dezelfde verschijnselen optreden,

b de methode moet betrouwbaar zijn, d.w.z. de resultaten van de proefneming moeten in overeenstemming zijn met de praktijkervaringen.

Aanzienlijke moeilijkheden staan meestal in den weg om bij de corrosiebeproeving te komen tot een methode, die zoowel reproduceerbaar als ook betrouwbaar is.

Twee principiële te onderscheiden methoden worden steeds toegepast, t.w.:

- a de natuurlijke buitenproef (langdurige proef),
- b de laboratoriumproef (versnelde proef).

De natuurlijke buitenproeven zijn uit den aard der zaak de meest betrouwbare (2e. eisch), omdat de aantastende invloeden, die het materiaal in de praktijk moet kunnen doorstaan, hierbij het best worden benaderd. Het alles overheerschende bezwaar van de buitenproeven is de lange expositietijd (gewoonlijk 3 tot 5 jaar). De reproduceerbaarheid heeft eenige anomalieën. Een expositietijd van Januari tot Januari kan andere resultaten opleveren dan een expositietijd van Augustus tot Augustus, ofschoon in beide gevallen de proefmonsters identiek zijn. Spreidingen tot 33% kunnen daardoor optreden bij ijzercorrosie (*lit.* 26). In den zomer buiten gebracht materiaal corrodeert minder snel dan in den winter buiten gebracht materiaal.

De laboratoriumproeven bootsen grosso modo één of meerdere factoren der natuurlijke omstandigheden na. Bij de laboratoriumbeproevingsmethoden is de reproduceerbaarheid meestal uitstekend, vaak evenwel ten koste van de betrouwbaarheid. Hierdoor krijgen de laboratoriumproeven een soort compromiskarakter.

Bij de corrosiebeproeving is er een zekere tegenstrijdigheid tusschen reproduceerbaarheid en betrouwbaarheid; de reproduceerbaarheid streeft nl. naar inschakeling van zoo min mogelijk en geheel bekende factoren, daarentegen streeft de betrouwbaarheid naar inschakeling van alle factoren, die in de praktijk zich doen gelden. Eenige auteurs (*lit.* 27) gaan zelfs zoover, dat zij het standpunt verdedigen, dat het in het karakter van de versnelde- en kortbeproevingsmethoden ligt geen volledigen uitslag over het gedrag op den langen duur te kunnen geven. Inderdaad riskeert men bij de versnelde laboratoriumproeven, d.w.z. bij het versnellen van de corrosiereactie de corrosievertragende factoren, zooals b.v. oxydlaagvorming, polymerisatie e.d., die in de praktijk juist van beteekenis zijn, te ontloopen of te veranderen.

Ondanks deze moeilijkheden van fundamenteelen aard zijn de corrosiebeproevingsmethoden, speciaal die voor lichte metalen, zoover gevorderd, dat de verkregen resultaten zeer goede richtlijnen voor de praktijk kunnen zijn (*lit.* 28).

De beproevingsmethoden kunnen als volgt ingedeeld worden:

- a de natuurlijke buitenproeven,
- b de laboratoriumproeven:
 - b1 beproeving in stilstaand vloeistofmilieu,
 - b2 beproeving in geroerd vloeistofmilieu,

- b3 beproeving bij afwisseling van vloeistof- en gasmilieu,
- b4 kortbeproevingen,
- b5 beproeving bij tevens mechanische beïnvloeding.

422. Natuurlijke buitenproeven.

In de praktijk moeten de lichte metalen voornamelijk aan drie verschillende omstandigheden weerstand bieden. Buiten beschouwing blijven hier die omstandigheden, welke bij benzinereservoirs, keukeninventaris, conservebusjes, crêmetubes e.d. optreden.

De bedoelde drie omstandigheden zijn:

- a de atmosferische invloeden zooals lucht, regen, sneeuw, condensatie, warmte, koude, bestraling e.d. Dit zijn de z.g. „weer en wind“-omstandigheden,
- b de zee water onderdompeling,
- c de eb en vloed-omstandigheden.

Bij de buitencorrosiebeproeving worden deze omstandigheden nagestreefd door:

- a de „weer en wind“-proef. De proefmonsters worden doelmatig bevestigd op rekken onder een hoek van 45° naar het Zuiden gericht. Fig. 5 laat eenige der weer en wind-rekken zien van het N.L.L. Men lette op de inspectiemoge-

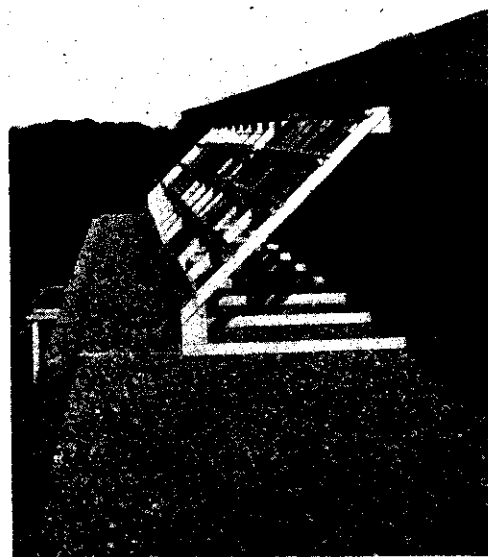


Foto N.L.L.

Fig. 5. Eenige weer en wind-rekken van het N.L.L.

lijkheid aan de achterzijde der proefpaneelen, hetgeen in de praktijk zeer belangrijk is gebleken. De weer en wind-rekken worden in verschillende streken en gebieden opgesteld, zooals b.v. aan de zee kust, in industriegebieden (hoogovenbedrijven) en tropische klimaten, b.v. Florida, Batavia e.d..

De constructie der weer en wind-rekken is soms zoo uitgevoerd, dat door automatische horizontale draaiing en verticale kanteling de proefpaneelen steeds loodrecht op de zonnestralen gericht blijven.

- b de „onderwater-proef”. Bij deze proef zijn de expositierekken onder het laagste niveau van het zeewater aangebracht. Hierbij worden dan tevens de aangroeiwerende eigenschappen van metalen en laklagen gecontroleerd.
- c de „eb en vloed-proef”. Hierbij is de bevestiging der expositierekken zoodanig, dat door het zeewaterniveaoverschil de proefpaneelen geheel droog komen en vervolgens (gedurende een gelijken tijd) geheel ondergedompeld blijven. Naar gelang de opstelling van de rekken is de onderdompeltijd eventueel te wijzigen. Men moet zoo mogelijk vermijden meerdere rijen proefpaneelen boven elkaar aan te brengen.

Voor de beoordeling van het corrosieproces is het noodzakelijk, dat men over zoo veel mogelijk gegevens beschikt, zooals analyses van het zeewater, van de lucht, optredende temperaturen en relatieve vochtigheid, speciale weersgesteldheden, e.d. (*lit.* 29). De kwalitatieve en kwantitatieve corrosiemeting geschiedt op de gebruikelijke wijze, bij voorkeur evenwel door bepaling van den achteruitgang der mechanische eigenschappen.

Bij het controleeren van laklagen kan men de monsters laten uitvallen, zoodra deze de eerste teekenen van verweering vertoonen; het verloop der verdere verweering is in tegenstelling met het verdere verloop bij het corrosieproces van ondergeschikt belang.

423. Beproeving in stilstaand vloeistofmilieu.

Bij deze corrosiebeproevingsmethode, die tevens de eenvoudigste en goedkoopste laboratoriummethode representeert en die wegens zijn eenvoudige apparatuur ook nog veel gebruikt wordt, zijn de proefstukken in een bak met stilstaande vloeistof geplaatst. De vloeistofhoeveelheid behoort van tijd tot tijd, naar gelang van de grootte van het geëxposeerde oppervlak, ververscht te worden. In het algemeen treedt de corrosiereactie op door de in de vloeistof opgeloste hoeveelheid luchtzuurstof.

Temperatuurvariaties hebben bij deze beproeving minder invloed dan men zou kunnen meenen. De temperatuurcoëfficiënt is bij corrodeerend ijzer (*lit.* 30) 1,3 per 10° C, terwijl zooals bekend de chemische reactiesnelheid per 10° meestal een twee- tot drievoud bedraagt. Men bedenke hierbij, dat in het corrosieproces essentieel een reactiebelemmering optreedt. Door den geringen invloed van de temperatuurschommelingen is een beproeving, die over meerdere maanden loopt, goed reproduceerbaar en mogen resultaten, op andere plaatsen en tijden verkregen, onderling vergeleken worden (*lit.* 30).

424. Beproevingmethoden met vloeistofmilieu in beweging.

Wanneer de vloeistof geroerd wordt, treffen in het algemeen meer zuurstofmoleculen het metaaloppervlak dan het corrosieproces verwerken kan. Door het roeren wordt dus het corrosieproces op maximale snelheid gehouden. De roersnelheid en roerintensiteit zijn bovendien van belang om een goede reproduceerbaarheid te bereiken.

Fig. 6 toont de roerder zooals deze bij het N.L.L.

in gebruik is. De zijdelingsche buisjes verliezen bij draaiing door de middelpuntvliedende kracht hun inhoud, waardoor een zuigwerking ontstaat; de aanvoer geschiedt door openingen aan bovenzijde en onderuiteinde. Ter bescherming tegen olie, die uit het lager in de vloeistof zou kunnen komen, is een reservoirtje aangebracht. De geheele roerder is van glas.

Een der meest bekende en meest toegepaste corrosiebeproevingsmethoden van deze klasse,

speciaal bedoeld voor lichte metalen, is de z.g. D.V.L.-proef. Deze methode is genormaliseerd in DIN 4853. Badsamenstelling: NaCl 3% + H_2O_2 0,1%; roersnelheid ca. 120 omw/min; temperatuur 15° C. Fig. 7 toont de N.L.L.-uitvoering van de D.V.L.-proef.

Bij deze corrosiebeproevingsmethode is de versnelling van het proces een 10- tot 50-voud. Reproduceerbaarheid en betrouwbaarheid zijn t.o.v. de aantasting door natuurlijk zeewater goed en zodoende oorzaak van de populariteit van deze methode. Deze beproeving, alhoewel een der beste om in korten tijd het corrodeerend karakter van lichte metalen op te sporen, is, wat andere factoren betreft, nog verre van geheel bevredigend. Speciaal het zuurstofverbruik door het materiaal is nog onopgehelderd. De H_2O_2 -concentratie is op geen moment constant en daarom verkeeren dus de snel corrodeerende en de langzaam corrodeerende materialen niet onder

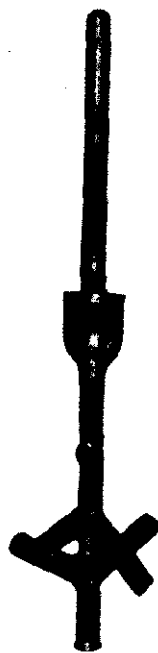


Foto N.L.L.

Fig. 6. Roerder-type bij het N.L.L. in gebruik.

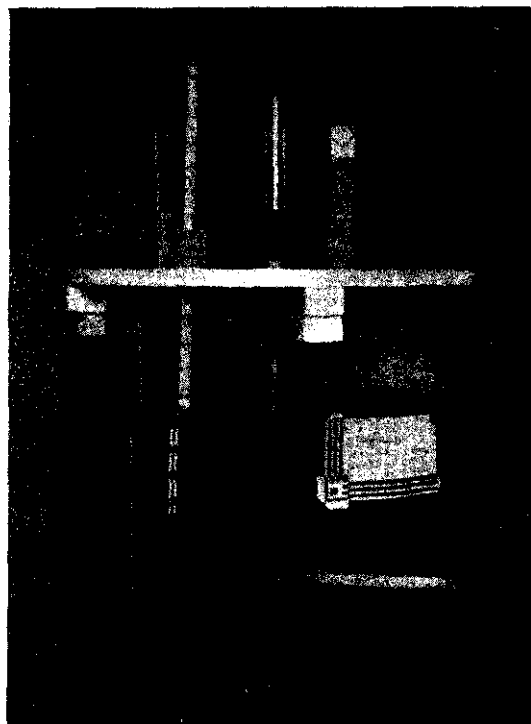
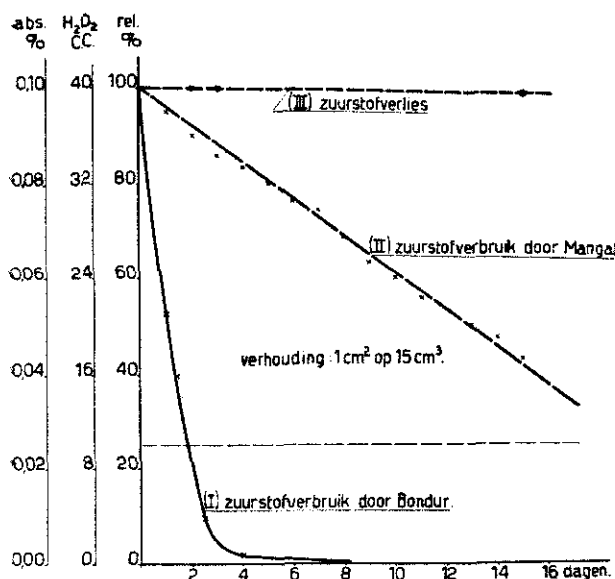


Foto N.L.L.

Fig. 7. Uitvoering D.V.L.-beproevingmethode door het N.L.L.



Tekening N.L.L.

Fig. 8. Verschil in zuurstofverbruik bij corrosie van Bondur (I) en van Mangal (II).

dezelfde beproevingsomstandigheden, hetgeen een onderling vergelijken bemoeilijkt.

Dit verschil in zuurstofverbruik wordt weergegeven door fig. 8. Kromme I geeft het zuurstofverbruik bij het corrodeeren van Bondur (Al-Cu-Mg type), kromme II het zuurstofverbruik bij Mangal (Al-Mg type) en kromme III het zuurstofverlies door niet chemische oorzaken zoals verdamping. De badsamenstelling was 6000 cc van NaCl 3% + H_2O_2 0,10%.

Indien dus volgens DIN 4853 iedere 24 uur de H_2O_2 -concentratie op 0,10% teruggebracht wordt, zal evenwel de aantasting gedurende dit interval, zooals uit de krommen blijkt, voor beide metalen aanmerkelijk verschillen. Bovendien is door een momenteel nog loopend onderzoek al reeds komen vast te staan, dat het meerendeel der H_2O_2 -toevoeging catalytisch ontleed en niet door de corrosiereactie verbruikt wordt.

425. Beproeving bij afwisseling van vloeistof- en gasmilieu.

Gedurende de opdroogperiode is de corrosie-aantasting veelal intensiever dan bij algehele onderdompeling of blootstelling aan de lucht. Om dezen factor in de beproeving te kunnen opnemen zijn methoden ontwikkeld, waarbij de beide fasen vloeistof en gas ofwel afwisselend, ofwel gelijktijdig op het proefpaneel inwerken.

Er kan dus onderscheid gemaakt worden tussen de groep van kunstmatige eb en vloedcondities (afwisselende inwerking der beide fasen) en de groep van regen-, nevel- en dauwcondities (gelijktijdige inwerking der beide fasen).

Bij deze beproevingsmethoden zijn helaas niet steeds alle betrokken factoren voldoende bekend en mag het vergelijkingspaneel van bekend materiaal en bekend corrosief karakter niet ontbreken.

Bij de meeste van deze onderdompelapparaten worden de proefpaneeltjes mechanisch onder en boven het vloeistofniveau gebracht door een electromotor en wormoverbrenging. De tijden van onderdompeling en opdroging zijn regelbaar. Bij

het N.L.L. is momenteel een methode in ontwikkeling, waarbij het vloeistofniveau rijst en daalt, terwijl de proefpaneeltjes niet van plaats veranderen. Het voordeel hiervan is o.a. dat dan zeer eenvoudig in afgesloten vaten gewerkt kan worden, waarbij men een gasmilieu van gewenschte samenstelling kan laten inwerken. Tevens wordt dan de relatieve vochtigheid van het laboratoriumlokaal, die zooals bekend bij deze proefnemingen van zeer grooten invloed is, aan banden gelegd, hetgeen ten gunste van de reproduceerbaarheid komt.

Nevel- en sproeiapparaten, d.w.z. de methoden, waarbij vloeistof- en gasfase gelijktijdig inwerken, zijn in een groot aantal uitvoeringen bedacht. Bezwaren van deze methoden zijn de variaties in druppelgrootte, variaties in plaatselijke temperaturen, niet constante nevelintensiteit e.d. De aantasting is evenwel intensief en daarom kunnen oriënterende gegevens snel verkregen worden.

In aansluiting hierop zouden de z.g. snelverweeringstanks genoemd moeten worden, waarbij behalve de afwisseling vloeistof en gas ook nog factoren als hoge temperatuur, bestraling e.d. afwisselend ingeschakeld worden. Deze apparaten hebben waarde ter onderlinge vergelijking van de monsters. Exacte kwantitatieve gegevens, die universeel gebruikt kunnen worden, zijn hiermede bezwaarlijk verkrijgbaar.

426. Kortbeproevingen.

De laboratorium-beproevingsmethoden onderscheidt men in de hierboven besproken „versnelde beproevingsmethoden” en de „kortbeproevingsmethoden”, die hieronder volgen. De kortbeproevingsmethoden zijn ontwikkeld om den corrosieweerstand van een materiaal in eenige uren te kunnen bepalen in tegenstelling met de versnelde beproevingsmethoden, waarbij de resultaten meestal nog meerdere weken of maanden op zich laten wachten.

Om tot korte beproevingstijden te kunnen komen, staan de navolgende mogelijkheden open:

a Verbetering van de meetnauwkeurigheid.

Door fijnere wegingen, langs electrischen of electro-chemischen weg, door bestudeering der oppervlakte-structuur, door röntgen-spectroscopie e.d. zijn vaak zeer jonge corrosiestadia kwalitatief en kwantitatief vast te leggen, die met de gebruikelijke methoden zelfs niet aantoonbaar zouden zijn.

b Gunstige proefpaneelafmetingen.

Door gebruikmaking van een groot oppervlak zullen in evenredigheid de gewichtsverschillen grootter en daardoor nauwkeuriger zijn; door gebruikmaking van dunnere proefstaven zullen de afnamen van trekvastheid en rek eveneens gemakkelijker en nauwkeuriger te bepalen zijn.

c Snellere inwerking van het milieu.

Door temperatuursverhoging (lit. 31), versnelling van het droogproces, zuurstof onder druk, toevoeging H_2O_2 e.d. zal de aantasting sneller verlopen.

d Verhoging agressiviteit door andere milieusamenstelling.

De factoren, die domineeren bij de corrosie-reactie, kunnen door sterkere vervangen worden. Omdat de meeste metalen basevormende oxyden kunnen worden, zal bij voorkeur de aantasting door zuren intensief zijn. Aluminium, dat een amphotere karakter heeft, wordt ook sterk aangetast door basen (aluminaatvorming).

Deze beide laatste mogelijkheden „versterkte inwerking” en „agressiviteitsverhoging” zijn zeer aantrekkelijke methoden om tot kortbeproevingen te komen en worden daarom ook vaak toegepast; evenwel zijn zij allerm minst van kritiek vrijwaard. Temperatuursverhoging kan onverwachte chemische reacties tengevolge hebben; zoo vindt b.v. een potentiaalomkeering plaats van Fe en Zn bij 75° C (lit. 32 en 33).

Ook behoeft een snel opgebouwde oxydlaag niet dezelfde eigenschappen te hebben als een langzaam opgebouwde laag (men denke b.v. aan het frappante onderscheid tusschen een langzaam en een snel opgebouwde nikkellaag).

Het groote gevaar der kortbeproevingsmethoden, sub c en sub d, is dan ook, dat de chemische reactie zoodanig vervormd wordt, dat vaak alle analogie met de praktijk zoek raakt. De twee eerste methoden, nl. „verbetering van de meetnauwkeurigheid” en „gunstige proefpaneelafmetingen”, hebben daar geen last van en zijn daarom meer toepassing waard dan hun tot op heden ten deel is gevallen.

Onder de oudste en meest bekende kortbeproevingsmethoden vallen de thermische, de volumetrische en de oxydeerende beproevingsmethode volgens *Mylius* (lit. 34).

Het N.L.L. benut deze methoden speciaal voor oriënteerende bepalingen, zooals toename of afname van de corrodeerbaarheid door warmbehandelingen e.d.

Bij de thermische kortbeproevingsmethode volgens *Mylius* is het aantastend milieu HCl 10% bij 20° C aanvangstemperatuur. De proefpaneeltjes zijn zeer klein, nl. 20 cm² (9 × 1 × 0,1 cm). De meting geschiedt door bepaling van de oplossingswarmte in graden per tijdinterval in seconden of minuten.

Bij de volumetrische kortbeproevingsmethode volgens *Mylius* is de meting gebaseerd op de H₂-ontwikkeling en is t.o.v. de thermische meting zoo veel gevoeliger, dat zoodoende de aantasting van zeer zuiver aluminium (b.v. 99,99%), dat zooals bekend buitengewoon corrosiebestendig is en ook zeer slecht oplost in zuren, beproefd kan worden. Het aantastend milieu is HCl 5% en de proefstukken hebben dezelfde afmeting als bij de thermische methode.

De oxydeerende kortbeproeving volgens *Mylius* maakt gebruik van de universele meetmethode door gewichtsverschil vóór en na de reactie. Het aantastend milieu hierbij is NaCl 1% en H₂O₂ 3%, hetgeen een veel agressiever milieu is dan ooit in de natuur voorkomt. De proefpaneeltjes worden iedere 24 uur gewogen.

De drie hierboven beschreven kortbeproevingsmethoden volgens *Mylius* beantwoorden niet steeds goed aan den eisch van reproduceerbaarheid, bovendien is de corrosiereactie zelf zoodanig gewijzigd t.o.v. de aantasting in de praktijk, dat men uitsluitend afgaande op de gegevens, volgens deze methoden verkregen, niet een materiaal voor een bepaalde praktijkbestemming mag goed- of afkeuren. Voor oriënteerende onderzoekingen, vergelijkingsproeven, controle op thermische behandeling of veredeling e.d. zijn de gegevens, door deze methoden verkregen, zeer waardevol.

Een kortbeproevingsmethode van jongeren datum is de methode volgens *Palmaer*. Als meetcriterium neemt *Palmaer* het zuurstofverbruik gedurende het corrodeeren in zuurstofmilieu (lit. 35 en 36). Het proefpaneeltje, dat in een afgesloten glazen vat is opgehangen en waarvan de zuurstofdruk steeds door een vloeistofmanometer gevolgd kan worden, is bovendien bevochtigd met NaCl 5% en CaCl₂ 5,5 n. Deze oplossing heeft een maximaal electrisch geleidingsvermogen. Op den bodem van het vat zijn eenige cm³ van dezelfde vloeistof gebracht, waardoor over het proefplaatje een vloeistoffilmpje blijft van ca. 0,02 mm.

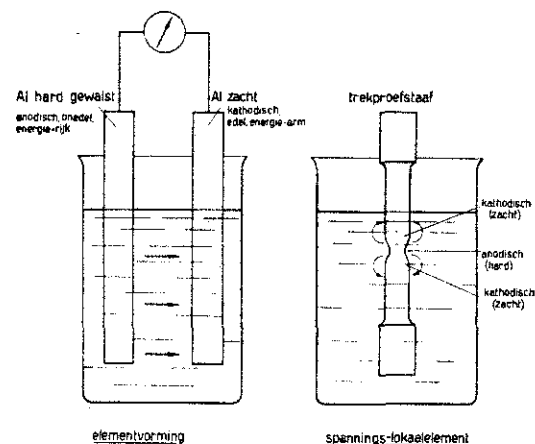
De versnelling is ongeveer een 60-voud bij ijzer-corrosie.

Een kortbeproevingsmethode, die speciaal geschikt is voor beproeving van het corrosiewerend vermogen van niet geleidende beschermende lagen, zooals oxydlagen en verflagen, is de methode van *Tödt* en *Wirth* (lit. 38). Bepaald wordt de stroomsterkte, die door een electrolyt gaat, waarbij het proefpaneel de eene, een edel metaal de andere electrode is.

Het ongunstige van deze methode is de uitschakeling van de plaatselijkheid, terwijl toch de corrosiereactie een typisch topo-chemische reactie is. Alle kathoden van het proefpaneel worden naar de platina electrode verlegd. Ondanks deze bezwaren heeft de methode voor veel gevallen zijn bruikbaarheid bewezen (lit. 39).

427. Beproevingen met tevens mechanische beïnvloeding.

In de praktijk zijn de bouwstoffen zelden of nooit zonder mechanische belasting. De invloed



Teekening N.L.L.

Fig. 9. Corrosie door mechanische beïnvloeding.

van de belasting op de corrosiereactie behoort dus onderzocht en beproefd te worden.

Onderzoekingen op dit gebied hebben aan het licht gebracht, dat zoowel bij statische als ook bij dynamische belasting de corrosie bij vele materialen (b.v. legeringen van het type Al-Cu-Mg of Al-Zn-Mg) aanzienlijk sneller en bij voorkeur interkristallijn optreedt.

Dat de corrodeerbaarheid van materialen beïnvloed wordt door de mechanische omstandigheden, zooals plastische vervorming en statische-, resp. dynamische-elastische vervorming, vindt zijn verklaring o.a. in het feit, dat de mechanische belasting de homogeniteit verstoort en daardoor anodische en kathodische gebieden verwekt, die de corrosiereactie inleiden en onderhouden. In fig. 9 is dit verschijnsel schematisch voorgesteld. Fig. 10 laat de morfologie van een corrosieaantasting duidelijk zien. De walsrichting is zichtbaar geworden, omdat het materiaal door de walsbewerking eigen spanningen verkregen heeft, die de corrosiereactie plaatselijk inleiden. Derge-

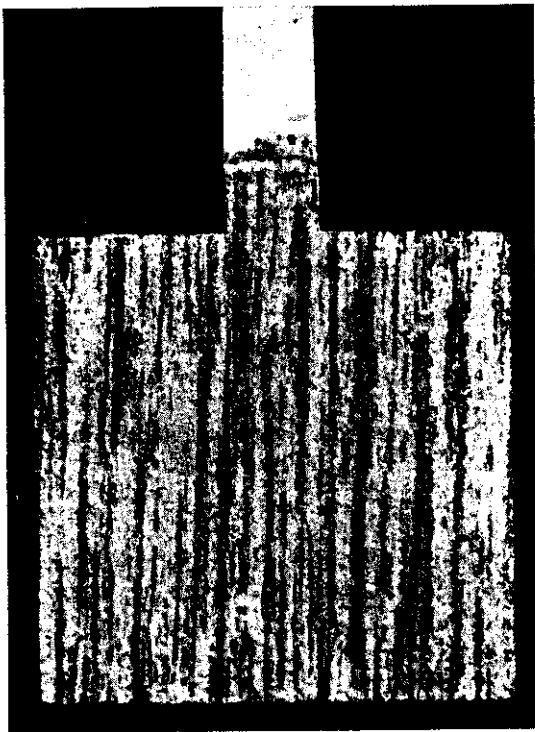


Foto N.L.L.

Fig. 10. Proefpaneel van Bondur, hard gewalst plaatmateriaal na 7 dagen in DVL-roerbeproeving.

Aantasting door: NaCl 3% + H₂O₂ 0.10%.

De walsrichting is zichtbaar geworden door de grotere corrodeerbaarheid bij eigen spanningen in het materiaal.

lijke anodische en kathodische gebieden kunnen ook zeer duidelijk aangetoond worden met de indicatormethode volgens Goldowski (lit. 40).

Naar gelang van de mechanische belasting onderscheidt men beproeving op:

- a spanningscorrosie,
- b vermoeingscorrosie.

4271. Spanningscorrosie.

Bij de spanningscorrosiebeproevingsmethoden kunnen voor het aantastend milieu en de metin-

gen de gebruikelijke methoden toegepast worden. Het proefstuk moet evenwel tevens elastisch of plastisch vervormd worden.

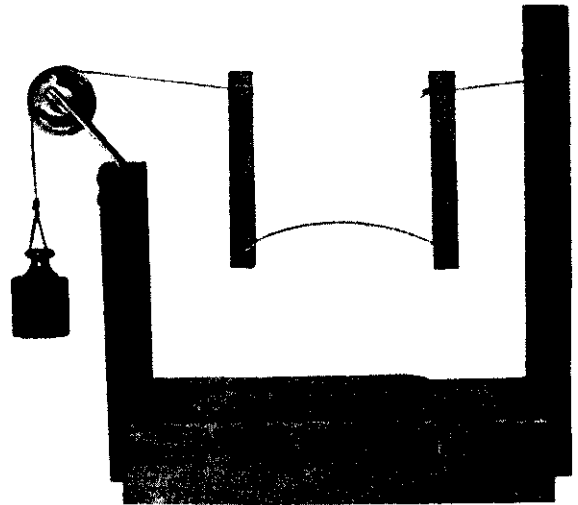


Foto N.L.L.

Fig. 11. Principe van constante belasting van het proefstuk bij spanningscorrosie-onderzoek.

Op het N.L.L. is een apparatuur ontworpen en in gebruik, waarbij de belasting op het proefstuk constant gehouden kan worden en waarvan fig. 11 de principe-opstelling laat zien en fig. 12 de definitieve uitvoering voor een beproeving van 4 proefstaafjes per bak (per milieu).

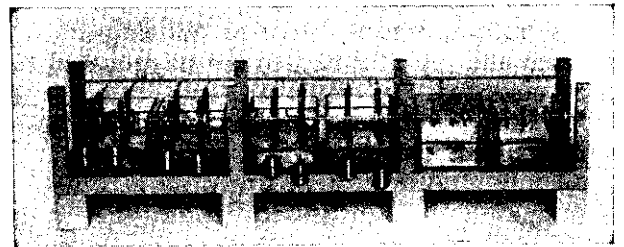


Foto N.L.L.

Fig. 12 Spanningscorrosie-apparatuur van het N.L.L.

In het algemeen mag aangenomen worden, dat bij toenemende, zoowel elastische als plastische vervorming de corrosiegevoeligheid toeneemt.

4272. Vermoeingscorrosie.

De vermoeingsverschijnselen bevorderen in sterke mate de corrosiereactie. Met andere woorden: gelijktijdige vermoeing en corrosie van het materiaal verlagen de vermoeingsgrens (bij aluminiumlegeringen ca. 50%). Dit speciale verschijnsel is ontdekt en voor het eerst naar voren gebracht door Mac Adam (lit. 41).

De proefnemingen kunnen geschieden door middel van de gebruikelijke vermoeingsbanken, waarbij het aantastend milieu over het proefstaafje vloeit. Met toenemend aantal wisselingen daalt de toelaatbare belasting. Opmerkelijk is, dat de vermoeingscorrosiegrens bij veredeld en gegloeid Duraluminium óf dezelfde is óf, zooals gewoonlijk, ongunstiger voor het veredelde metaal.

5. Literatuur.

Uit de bestaande literatuur is een keuze gedaan. Alleen wat met het bovenstaande in rechtstreeksch verband staat en in de meeste vakbibliotheken te raadplegen is, is vermeld.

1. Hachnek, O. K. u. M. 2 (1926) p. 42.
2. Bauer-Kröhnke-Masing. Korrosion Metallischer Werkstoffe. Bnd. I (1936) p. 1.
3. Evans, U. R. Metallic corrosion, passivity and protection. (1937) p. 1.
4. Schaper, G. Stahl und Eisen 56 (1936) p. 1249 en Daeves und Trapp. Stahl und Eisen 57 (1937) p. 169.
5. Schikorr, G. Korrosion II (1933) „Über die Bedeutung der chemischen Reaktionen bei der Korrosion der Metalle“ p. 2.
6. Veen, H. van der. De electrochemische theorie der corrosie. Mededeeling nr. 7 van de Stichting voor Materiaalonderzoek (1934) p. 23.
7. Wolzogen Kühr. Water, 3 Aug. 1934, nr. 16.
8. als 6.
9. Machu, W. Metallische Überzüge (1941) p. 1—14.
10. Nernst, W. Z. Physik. Chem. 4 (1889) p. 129.
11. Helmholtz, H. (Wiedemann) Annalen der Physik und Chemie 34 (1889) p. 89.
12. Gard, C. La corrosion en metallurgie (1936) p. 34—41.
13. Voszkühler, H. Aluminium, Juli 1941, p. 339—351.
14. als 9.
15. Ewijk, L. J. G. van. De Ingenieur (1938) nr. 33. Materialenkennis 8.
16. Jenny, A. Elektrolytische Oxydation des Aluminiums, (1938).

17. Wiederholt, W. Oberflächenschutz von Metallen. Z.V.D.I. 85 (1941) p. 451—460.
18. Elszner, G. K. u. M. 16 (1940) p. 228—235.
19. Burkhardt, A. Technologie der Zn-Legierungen. (1940) p. 4.
20. Goldowski, N. K. u. M. 13 (1937) p. 128.
21. Duffek, V. Z. f. Me. 30 (1938) p. 265.
22. DIN 4851.
23. Brandsma, W. F. Materiaalkeuze p. 1.
24. Schmidt, E. K. O. Z. f. Me. 22 (1930) p. 328.
25. Rackwitz, E. und Schmidt, E. DVL-Jahrbuch 1929, p. 245.
26. Schikorr, G. K. u. M. 16 (1940) p. 424.
27. Löhberg, K. Z. f. Me. 33 (1941) p. 213.
28. Brenner, P. Korrosion I (1932) p. 63.
29. Schikorr, G. K. u. M. 16 (1940) p. 422.
30. Bauer, O. Z. f. Me. 28 (1936) p. 26 en 27.
31. Burkhardt, A. Z. f. Me. 32 (1940) p. 47.
32. Schikorr, G. Metallwirtschaft 18 (1939) p. 1036.
33. Vogel, H. V. K. u. M. 16 (1940) p. 259.
34. Zeerleder, A. et Zurbrugg, E. Essais sur la corrosion de l'Aluminium pur et ses alliages. (1931).
35. Palmaer, W. Korrosion V (1937) p. 10.
36. Palmaer, W. K. u. M. 12 (1936) p. 139—149.
37. Wirth, I. K. K. u. M. 16 (1940) p. 69.
38. Michailoff, M. Th. K. u. M. 8 (1932) p. 85.
40. Goldowski, N. K. u. M. 13 (1937) p. 265.
41. Mc. Adam, D. J. Bur. Stand. J. Res. 13 (1934) p. 527.

K. u. M. = Korrosion und Metallschutz.

Z. f. Me. = Zeitschrift für Metallkunde.

Z. V. D. I. = Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure.

REPORT M 984.

CORROSION AND CORROSIONTESTS ON LIGHT METALS.

Summary.

The metals which serve as building-materials are base and try to return to the oxygenated state (they corrode).

The fundamental corrosionreaction is the anodic solution of the metal



The velocity of the corrosionreaction is the real kernel of the corrosionproblem. The electrochemical corrosiontheory and the theory of the local elements can give an explanation of corrosion and the factors which oppose the corrosionreaction.

The protection of light-metals exists principally in a correct composition of the alloy, in the most favourable thermal treatment, in coating with corrosion-resistant material, in covering with an artificial oxide layer („anodizing“) and in using paint or lacquer.

The corrosiontests are to be divided into atmospheric tests and laboratory tests. The latter are again to be divided into tests in stagnant liquids, moving liquids, liquid- and gasphase, accelerated tests and tests with simultaneous mechanical action.

BERICHT M 984.

KORROSION UND KORROSIONSPRÜFVERFAHREN BEI LEICHTMETALLEN.

Zusammenfassung.

Die Metalle, die als Baumaterial Verwendung finden, sind unedlen Metalle und haben die Tendenz in den oxydierten Zustand zurück zu kehren (korrodieren).

Die grundlegende Korrosionsreaktion ist die anodische Auflösung des Metalles



Die Geschwindigkeit der Korrosionsreaktion ist die eigentliche Kern des Korrosionsproblems. Die elektrochemische Korrosionstheorie und die Theorie der Lokalelementen sind imstande eine Erklärung der Korrosion und Reaktion hemmenden Umstände zu liefern.

Die Korrosionsschutz bei Leichtmetallen wird hauptsächlich erreicht durch richtige Zusammenstellung der Legierung und günstige thermische Behandlung, Plattierung mit korrosionsbeständigem Material, das Anbringen einer künstlichen Oxydschicht (anodisieren) und Behandlung mit Farbe oder Lack.

Die Korrosionsprüfungen werden eingeteilt in die Korrosionsversuche unter natürlichen Bedingungen und die Laboratoriumversuche. Diese letzteren wieder in Versuche mit ruhender Flüssigkeit (Standversuche), mit bewegter Flüssigkeit (Rührversuche), mit Gas und Flüssigkeit (Wechseltauchversuche, Sprühversuche), Kurzprüfungen und Versuche unter gleichzeitiger mechanischer Beanspruchung.

RAPPORT M 985.

Nationaal Luchtvaartlaboratorium, Amsterdam.

Rekmeters voor Materiaal- en Spanningsonderzoek.

Voordracht gehouden in den Kring „Metalen” van den Bond voor Materialenkennis
op 10 October 1941

door

Drs. H. J. SELLING.

Overzicht.

In dit rapport worden de verschillen geformuleerd, welke bestaan tusschen de rekmeters voor materiaal- en spanningsonderzoek. Bij de laatste groep is verder nog onderscheid gemaakt tusschen de meters voor statisch en dynamisch onderzoek, waarbij aan een eenvoudig voorbeeld beschreven wordt aan welke eischen een dynamische rekmeter moet voldoen.

Indeeling.

1. Inleiding.
2. De nauwkeurigheid van de meting.
 21. De afleesfout.
 22. De temperatuurfout.
3. De rekmeter voor materiaalonderzoek.
 31. De Martens-spiegelrekmeter.
4. De rekmeter voor statisch spanningsonderzoek.
 41. De fotocel-rekmeter van E. Lehr.
5. De rekmeter voor dynamisch spanningsonderzoek.
 51. De D.V.L.-dynamische rekmeter.
6. Notaties.
7. Literatuur.

1. Inleiding.

Het meten van rekken kan om verschillende redenen plaats vinden:

1e Bij het materiaalonderzoek.

Hierbij wordt de rek van een proefstaaf als onbekende materiaaleigenschap bepaald als functie van de belasting.

Het verband rek-spanning wordt daarbij in de bekende grafiek uitgezet en deze stelt ons dan in staat te zien tot welke spanning het materiaal elastisch is, enz. In het elastische gebied is dit verband een ondubbelzinnig omkeerbare functie, d.w.z. met een gegeven belasting komt een bepaalde rek overeen en omgekeerd. Deze functie is voor de meeste constructiemetalen bij benadering lineair (wet van Hooke).

2e Bij het spanningsonderzoek.

Men gaat nu uit van den rek als bekende materiaaleigenschap en baseert hierop de spanning, welke in het materiaal optreedt ter plaatse waar de rek gemeten is.

Hoewel men in beide gevallen een kleine lengteverandering wenscht te bepalen, zijn de betreffende meetinstrumenten sterk afwijkend van constructie. Bij de rekmeters voor het spanningsonderzoek moet men bovendien nog onderscheiden: me-

ters voor statische en dynamische belastinggevallen.

Het ligt nu in mijn bedoeling in deze voordracht het „waarom” van deze verschillen te formuleeren.

2. De nauwkeurigheid van de meting.

De factoren, die de nauwkeurigheid van de meting beïnvloeden, zijn:

- 1e. de systematische afwijking,
- 2e. de toevallige afwijking.

De systematische fout is aan de constructie van den meter eigen of ontstaat door een bepaald, verkeerd gebruik van den meter. Deze afwijking kan men door ijking en/of berekening bepalen en, indien niet te groot, als correctie in rekening brengen.

De toevallige fout kan men bij een enkele waarneming niet als correctie in aanmerking nemen. Doet men eenzelfde waarneming vele malen, dan is het natuurlijk mogelijk de waarschijnlijke grootte van deze fout te bepalen en in rekening te brengen. Voor rekmetingen, waarbij men de waarneming niet een willekeurig aantal malen kan herhalen, is het dus gewenscht den invloed van deze fout zoo klein mogelijk te maken.

De belangrijkste componenten van de toevallige fout bij den rekmeter zijn:

- a. de afleesfout,
- b. de temperatuurfout.

21. De afleesfout.

We gaan uit van de veronderstelling, dat de waarnemer een uitslag op 0,2 mm nauwkeurig kan schatten.

De specifieke rek is dan gegeven door

$$\varepsilon = \frac{u \pm 0,2}{V \cdot l}, \quad (1)$$

waarin u de uitslag is in mm, V de vergrooting en l de meetlengte.

Uit (1) volgt, dat niet alleen de vergrooting (gevoeligheid) maar ook de meetlengte van den rekmeter de procentuele grootte van de afleesfout in ε beïnvloedt.

22. De temperatuurfout.

Tengevolge van temperatuurschommelingen ondergaan de onderdeelen van den meter lengteveranderingen. De grootte van deze lengteveranderingen is afhankelijk van het metaal, dat men voor de constructie van den meter gebruikt. De afwijkingen in de meetresultaten, hierdoor veroorzaakt, zijn zeer belangrijk, daar de thermische lengteveranderingen in den meter van dezelfde grootteorde kunnen zijn als de te meten rek. Ter beperking daarvan gebruikt men voor de constructie uitsluitend legeringen, die weinig temperatuurgevoelig zijn.

De fout, die ontstaat door verwarming van het proefstuk, voorkomt men zóó weliswaar niet, maar de temperatuurschommelingen in het proefstuk zijn nooit zoo belangrijk als die in den rekmeter, daar deze wordt aangeraakt en beademd bij het aflezen.

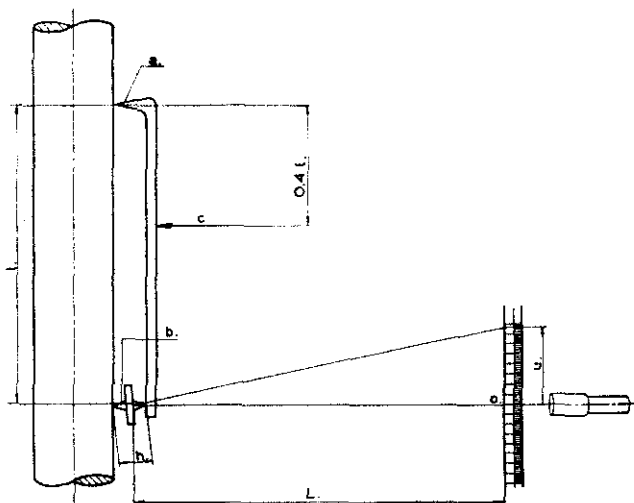
3. De rekmeter voor materiaalonderzoek.

Uit (1) bleek, dat de grootte van het product $V.l$ de procentuele afleesfout in ε beïnvloedt.

Bij het materiaalonderzoek is de spanningsverdeling in de proefstaaf, macro gezien, homogeen. Hierdoor is het mogelijk met een groote meetlengte te werken, waardoor men een vereischte nauwkeurigheid met kleinere gevoeligheid kan bereiken. Dit heeft een groote vereenvoudiging van den rekmeter ten gevolge.

Als voorbeeld van een goeden rekmeter voor materiaalonderzoek noem ik den Martens-spiegelrekmeter en zal ik dezen in het kort behandelen.

31. De Martens-spiegelrekmeter.



Teekening N.L.L.

Fig. 1. Schema van den Martens-spiegelrekmeter.

De beteekenis van de in deze figuur gebruikte letters is:

a: de meetveer met het vaste meetmes,

b: het beweeglijke meetmes (een prismatisch lichaam in welks as het spiegeltje is gemonteerd),

c: bevestigingsklem,

h: hoogte van het beweeglijke meetmes,

l: meetlengte,

L: afstand spiegel-schaalverdeling,

u: uitslag op de schaalverdeling in mm.

Bij de gebruikelijke uitvoering is de meetlengte $l=150$ mm en de meshoogte $h=4,5$ mm (op 0,001 mm nauwkeurig bepaald). De afstand L wordt meestal zóó gekozen, dat $2L/h=500$.

De werkelijke vergrooting is

$$V_w = \frac{u}{\lambda} = \frac{L \operatorname{tg} 2\alpha}{h \sin \alpha}. \quad (2)$$

In de praktijk maakt men echter dikwijls gebruik van een benaderingsvergrooting (lit. 1)

$$V_b = \frac{2L}{h}, \quad (3)$$

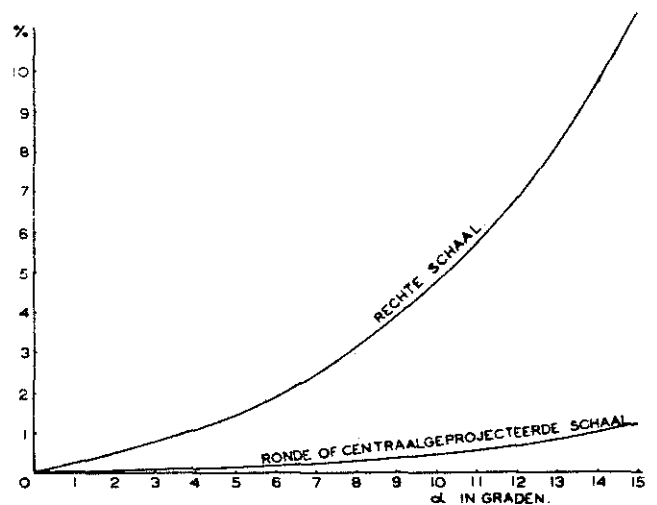
waarin de tangens en de sinus vervangen zijn door den hoek zelf.

Wordt met V_b uit den uitslag van den rek-meter de rek berekend, dan maakt men een fout.

Zij $\lambda_b = \frac{u}{V_b}$ en $\lambda_w = \frac{u}{V_w}$, dan kan men het karakter van de afwijking $\lambda_b - \lambda_w$ door reeksontwikkeling beoordeelen:

$$\begin{aligned} \lambda_b - \lambda_w &= \frac{u h}{2L} \left(1 - \frac{a - \frac{a^3}{3!} + \frac{a^5}{5!} \dots}{a + \frac{4a^3}{3} + \frac{32a^5}{3.5} \dots} \right) = \\ &= \frac{u h}{2L} \left(\frac{3}{2} a^2 + \frac{1}{8} a^4 + \dots \right). \end{aligned} \quad (4)$$

De afwijking neemt ongeveer quadratisch toe met het groeien van α (zie fig. 2).



Teekening N.L.L.

Fig. 2. Fout in de aflezing $\left(\frac{\lambda_b - \lambda_w}{\lambda_w} \text{ in } \% \right)$ van den Martens-spiegelrekmeter bij gebruik van een rechte, resp. ronde of centraalgeprojecteerde schaal.

De gevonden λ_b kan natuurlijk door het aanbrengen van de correctie $\left(\frac{3}{2}a^2 + \frac{1}{8}a^4 + \dots\right)$ teruggebracht worden tot λ_w . Beter is echter gebruik te maken van een ronde schaal of een centraal geprojecteerd-ronde schaal.

Past men op den hierop afgelezen uitslag van den rekmeter de benaderde formule toe, dan is het verschil $\lambda_b - \lambda_w$ veel kleiner, nl.:

$$\lambda_b - \lambda_w = \frac{uh}{2L} - \frac{uh \sin \alpha}{2La} = \frac{uh}{2L} \left(\frac{a^2}{3!} - \frac{a^4}{5!} + \dots \right). \quad (5)$$

De afwijking bedraagt nu slechts 1/9 van de eerst gevondene (zie fig. 2).

Een tweede systematische fout, welke ontstaat door het hellen van het beweeglijke meetmes bij rek (verandering van h) is van geringere betekenis en wordt daarom niet behandeld (lit. 2).

4. De rekmeter voor statisch spanningsonderzoek.

In tegenstelling met de rekmeting bij het materiaalonderzoek, moet men in het algemeen bij spanningsmetingen lengteveranderingen meten in proefstukken, waarin een niet-homogene spanningsverdeling bestaat.

Voor het bepalen van de spanning in een punt van een proefstuk bevestigt men een rek-meter met een meetlengte l zoodanig aan het proefstuk, dat het betreffende punt binnenpunt is van de lijn, die de meetmessen van den rek-meter verbindt. De totale rek wordt gemeten en gedeeld door de meetlengte. Dit quotiënt noemt men ϵ , den specifiek rek voor ieder punt van de meetlengte. Is ϵ bekend, dan kan men met behulp van de formules van Hooke voor den één- en tweedimensionalen spanningstoestand de spanning in het punt berekenen. Hierbij zij opgemerkt, dat men voor een volledige bepaling van den spanningstoestand in een punt van het proefstuk, bij onbekendheid van de hoofdspanningsrichtingen, meerdere ϵ -bepalingen moet doen in verschillende richtingen.

De beschreven methode is echter alleen juist bij een homogene spanningsverdeling, want dan is λ een lineaire functie van de meetlengte en $\epsilon_x = \frac{d\lambda}{dx} = \text{constant} = \epsilon_{gem.}$ (gemiddelde ϵ_x). Is het verband tusschen λ en de meetlengte van hooger graden, dan is slechts voor één of eenige punten $\epsilon_x = \epsilon_{gem.}$ Welke punten dit zijn, is alleen voor het geval, dat λ een functie van den tweeden graden is van de meetlengte, zonder meer aan te geven, nl. $\frac{1}{2}l$. In alle andere gevallen is het bestaan van een afwijking tusschen de gemeten $\epsilon_{gem.}$ en den werkelijken specifiek rek in een punt niet te vermijden. Ter bepaling van de grootheden, waarvan deze afwijking afhankelijk is, gaan wij als volgt te werk.

We nemen aan, dat $\lambda = f(x)$ in een Mac Laurinreeks te ontwikkelen is op de meetlengte (o.l.).

$$\lambda = f(x) = f(o) + x f'(o) + \frac{x^2}{2!} f''(o) + \dots \quad (6)$$

$$\epsilon_x = \frac{d\lambda}{dx} = f'(o) + x f''(o) + \frac{x^2}{2!} f'''(o) + \dots \quad (7)$$

De gemiddelde waarde van ϵ_x over de meetlengte is:

$$\epsilon_{gem.} = \frac{1}{l} \int_0^l \epsilon_x dx = f'(o) + \frac{l}{2!} f''(o) + \frac{l^2}{3!} f'''(o) + \dots \quad (8)$$

De waarde van ϵ_x in het punt $\frac{1}{2}l$ is gegeven door:

$$\epsilon_{\frac{1}{2}l} = f'(o) + \frac{l}{2} f''(o) + \frac{l^2}{2^2 \cdot 2!} f'''(o) + \dots \quad (9)$$

Uit (7), (8) en (9) constateert men, dat indien $f(x)$ lineair is in x : $\epsilon_x = \epsilon_{gem.}$

$f(x)$ van den tweeden graden in x is: $\epsilon_{gem.} = \epsilon_{\frac{1}{2}l}$

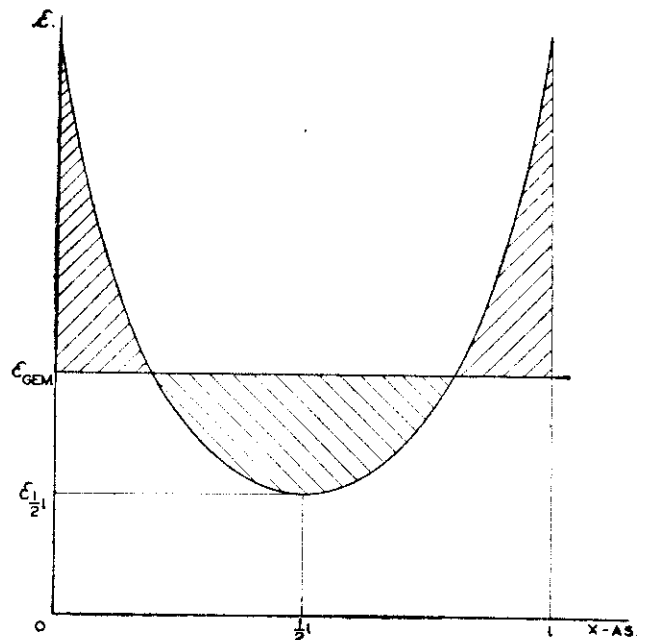
$f(x)$ van hooger graden (>2) in x is:

$$\epsilon_{gem.} \neq \epsilon_{\frac{1}{2}l} \text{ (zie fig. 3).}$$

Het verschil $\epsilon_{gem.} - \epsilon_{\frac{1}{2}l}$ in het laatste geval,

$$\frac{l^2}{2^2 \cdot 3!} f'''(o) + \frac{l^3}{2^3 \cdot 3!} f^{IV}(o) + \dots,$$

is in eerste benadering evenredig met het kwadraat van de meetlengte.



Teekening N.I.I.L.

Fig. 3. Verloop van ϵ_x over de meetlengte (o tot l).

Uit het voorgaande blijkt, dat het gewenscht is om bij spanningsmetingen gebruik te maken van rekmeters met kleine meetlengte. Daar het product $V \cdot l$ echter niet kleiner mag worden, moet V , de vergrooing van deze rekmeters, evenredig toenemen.

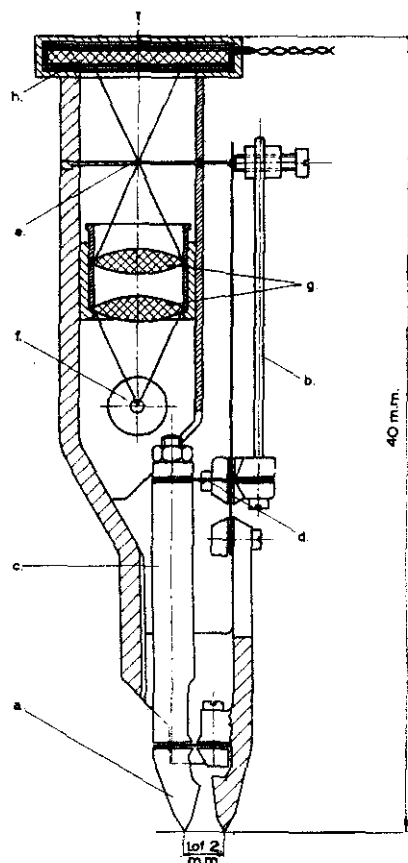
Met uitsluitend mechanische overbrenging is dit moeilijk te bereiken. Men ziet bij de speciale spanningsmeters dan ook meestal een mechanische

overbrenging gecombineerd met een elektrische of optische vergroting.

Een goed voorbeeld hiervan is de fotocel-rek-meter van E. Lehr.

41. De fotocel-rek-meter van E. Lehr.

Het beweeglijke meetmes (a) brengt den rek door een hefboomstelsel (b) en (c), verbonden



Teekening N.L.L.

Fig. 4. Fotocel-rek-meter van E. Lehr.

door een bladveer (d), 50 maal vergroot over op een spleetdiafragma (e). Onder dit spleetdiafragma bevindt zich een cilindervormig lampje (f), waarvan de gloeidraad door een objectief (g) op het diafragma wordt afgebeeld; er boven een fotocel (h), welke aangesloten is op een gevoelige galvanometer. Door de kleinere of grotere hoeveelheid licht, die door het diafragma valt, wordt er een daarmee varieerend stroompje in de fotocel opgewekt en op den galvanometer afgelezen. Door ijking van de cel is de uitslag van den galvanometer een maat voor den rek.

De totale vergroting is 100 000 maal (er worden ook meters geconstrueerd, waarvan de gevoeligheid is opgevoerd tot 300 000 à 500 000).

In de literatuur geeft men aan, dat door een kunstmatige „veroudering” van de cel de verkregen ijk-kromme maanden lang juist blijft. De praktijk heeft echter geleerd, dat men bij een precisie-meting op de cel vóór en na de meting een controle-ijking dient te doen plaats vinden.

Bij de laatste uitvoering van den rek-meter is men hieraan tegemoet gekomen door een wegdraaibaar fijspleetdiafragma in te bouwen, waardoor deze ijking zeer vlug kan plaats vinden.

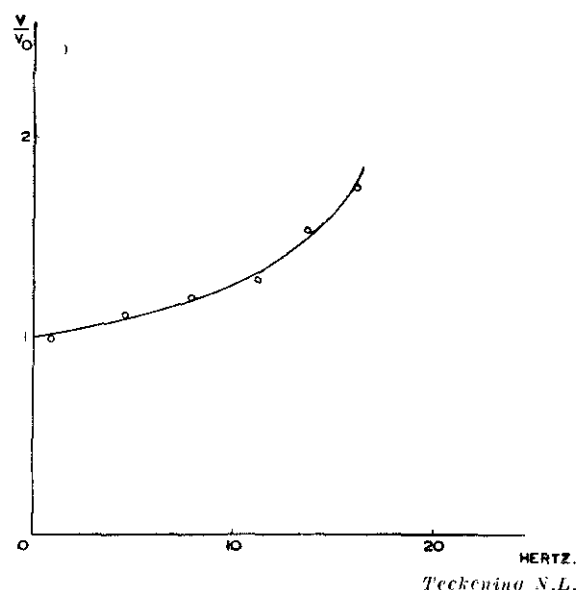
5. De rek-meter voor dynamisch spanningsonderzoek.

Wordt een constructie-onderdeel aan een wisselende belasting onderworpen, dan zal men, vooral in verband met vermoeiingsverschijnselen, behalve de grootte van de gemiddelde spanning in het onderdeel, ook de spanningsverdeling willen kennen.

Om deze te bepalen, gaat men in de praktijk als volgt te werk. Aan een eenvoudig gevormd onderdeel, dat de kracht direct op de proefstaaf overbrengt, worden vorm en grootte van deze kracht gemeten, terwijl de spanningsverdeling in het proefstuk bij een statische belasting wordt bepaald. Uit deze gegevens leidt men dan de spanningsverdeling onder dynamische belasting af. Bij de op deze wijze uitgevoerde dynamische meting is uiteraard de zeer kleine meetlengte niet noodzakelijk.

Voor een juiste bepaling van de wisselende spanning moet de rek-meter echter behalve groote gevoeligheid nog andere eigenschappen bezitten. Dit kan men aan de volgende proef direct constateren.

Men zet een statischen rek-meter (b.v. Okhuizen) op een staaf en laat deze trillen met constante amplitude en een van 0 af opklimmende frequentie. De uitslag van den rek-meter neemt dan toe. Hieruit volgt, dat de vergroting van den rek-meter niet meer constant is, maar een functie van de frequentie (zie fig. 5).



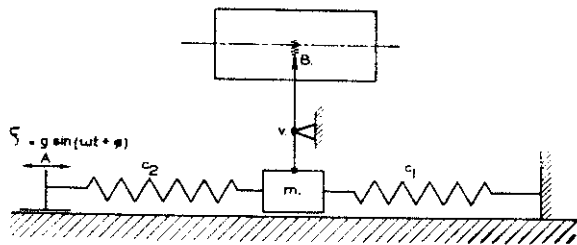
Teekening N.L.L.

Fig. 5. Invloed van de frequentie op de vergroting V voor een Okhuizen rek-meter (bepaald op de triltafel van het N.L.L.).

Om dit te verklaren denkt men zich den rek-meter opgebouwd uit elastische deelen met massa.

Een enkelvoudig systeem van veer en massa heeft een bepaalde eigen-frequentie. Moet er nu met de veer een kleine periodieke beweging worden overgebracht met een frequentie, die dicht bij de eigenfrequentie van het systeem ligt, dan kan deze kleine beweging een grooten uitslag van de massa veroorzaken, die niets meer gemeen heeft met de oorspronkelijke beweging.

Ter formuleering van dit verschijnsel beschouwen we onderstaand systeem.



Teekening N.L.L.

Fig. 6. Schematische voorstelling van een eenvoudigen dynamischen rekmetr.

Het punt A beweegt volgens

$$\xi = g \sin(\omega t + \varphi). \quad (10)$$

De vergelijking van de gedwongen beweging x (lit. 3) van het punt B wordt

$$\ddot{x} + 2b\dot{x} + n_0^2 x = \frac{v c_2}{m} g \sin(\omega t + \varphi). \quad (11)$$

Hierin is:

b = de dempingsfactor,

$n_0 = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m}}$ = de eigen-frequentie van het ongedempte systeem,

c_1, c_2 = de beide veerconstanten,

m = de massa,

v = de vergrootingsfactor van den wijzer.

x hieruit opgelost geeft:

$$x = \frac{v c_2}{m \sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2 \omega^2}} g \sin\left(\omega t + \varphi - \arctg \frac{2b\omega}{n_0^2 - \omega^2}\right). \quad (12)$$

De totale vergrooting V van het instrument is

$$V = \frac{v c_2}{m \sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2 \omega^2}}. \quad (13)$$

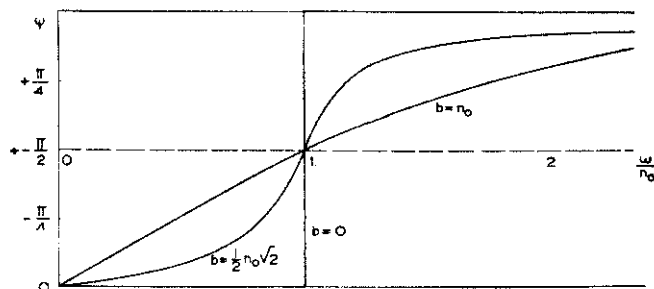
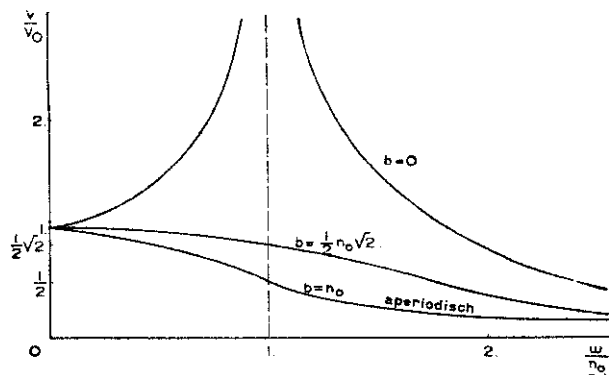
terwijl er een phaseverschuiving (ψ) optreedt van de beweging van B t.o.v. de trilling A gelijk

$$\psi = \arctg \frac{2b\omega}{n_0^2 - \omega^2}. \quad (14)$$

De statische vergrooting (V_0) van het systeem kan men direct uit fig. 6 afleiden of uit (13) door $\omega=0$ te stellen. Zij bedraagt

$$V_0 = \frac{v c_2}{c_1 + c_2}.$$

Het meest interesseert ons nu het gedrag van V en ψ in afhankelijkheid van de demping en de verhouding ω/n_0 (frequentie te meten trilling: eigen frequentie van het systeem). Dit is volgens de vergelijking (13) en (14) geteekend in fig. 7.



Teekening N.L.L.

Fig. 7. De invloed van de frequentie ω en de demping b op: a) de vergrooting V , b) de phaseverschuiving ψ .

Volgens fig. 7 is het gunstigste meetgebied $\omega/n_0 \leq \frac{1}{4}$ en $b \leq \frac{1}{2} n_0 \sqrt{2}$, want hierin is V vrijwel constant en gelijk aan V_0 , terwijl ψ klein is en nagenoeg onafhankelijk van ω/n_0 .

De phaseverschuiving is voor de dynamische rekmeting in het algemeen onbelangrijk, daar zij alleen invloed heeft op den tijd en niet op den vorm van de te meten kracht.

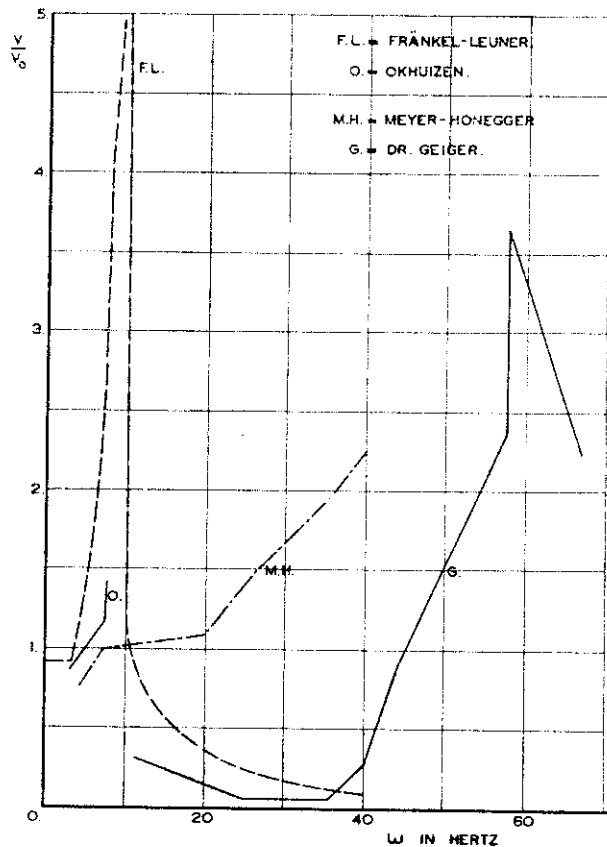
De vergrooting daarentegen moet constant zijn. Wil de rekmetr, beschouwd als samenstelling van enkelvoudige systemen, een constante vergrooting bezitten, dan moet voor ieder onderdeel gelden $\omega/n_0 < \frac{1}{4}$. Hierdoor is het frequentiegebied, waarin men den rekmetr kan gebruiken,

naar boven begrensd door de waarde $\frac{1}{4} n_0$ van het onderdeel met de laagste eigenfrequentie. Voor metingen bij hogere frequenties is het dus noodig de n_0 van den rekmetr groot te maken en daar $n_0 = \sqrt{c/m}$ beteekent dit: onderdeelen met groote stijfheid en kleine massa.

De tot nu toe bekende, zuiver mechanische rek-meters, waaronder ook de meters, die speciaal voor dynamische metingen zijn gebouwd, bezitten deze eigenschappen niet in voldoende mate om bij hogere frequenties bruikbaar te kunnen zijn. W. Hort heeft voor eenige van deze meters het verloop van de vergrooting met de frequentie experimenteel bepaald (lit. 4). Een gedeelte van de resultaten hiervan is opgenomen in fig. 8.

Bij de meer moderne rek-meters, waarin de mechanische overbrenging grootendeels vervangen is door een optische, electromagnetische, electro-dynamische, enz., heeft men de eigenfrequentie sterk kunnen verhoogen. Het groote voordeel van deze

laatste meetmethoden t.o.v. de mechanische is de mogelijkheid tot splitsing van den rekmeter in opnemer eenzijdig en vergrootend en registrerend deel anderzijds. Alleen de opnemer, welke zeer



Tekening N.L.L.

Fig. 8. Verband tussen de vergroting V en de frequentie ω voor verschillende rekmeters.

klein en massief is gebouwd, wordt op de proefstaaf bevestigd en maakt de beweging mede. De opgenomen trilling wordt doorgegeven en vergroot door een traagheidslozen lichtstraal (Von Berg-rek-meter, *lit.* 5) of wordt, zooals bij de electro-dynamische rekmeters van E. Lehr en van de D.V.L., in een fluctueerend electrisch stroompje omgezet, dat in een vrij van de proefstaaf opgestelden versterker en oscillograaf versterkt en zichtbaar gemaakt wordt. Bij metingen met den Von Berg-rek-meter heeft men het nadeel, dat men de trilling steeds moet fotografeeren, terwijl men bij de beide laatstgenoemde zoowel visueel als fotografisch de trilling kan waarnemen.

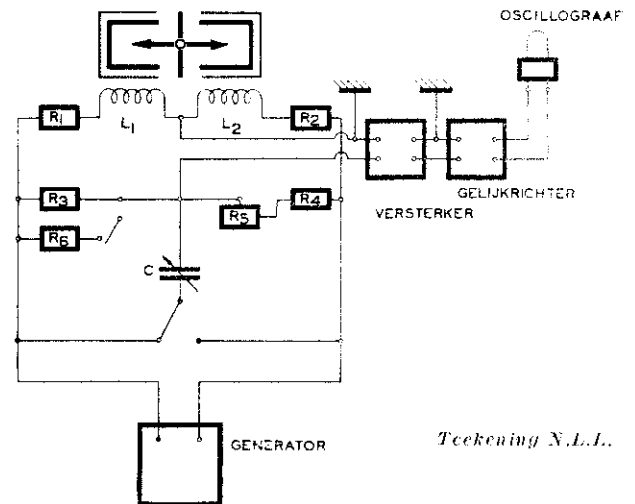
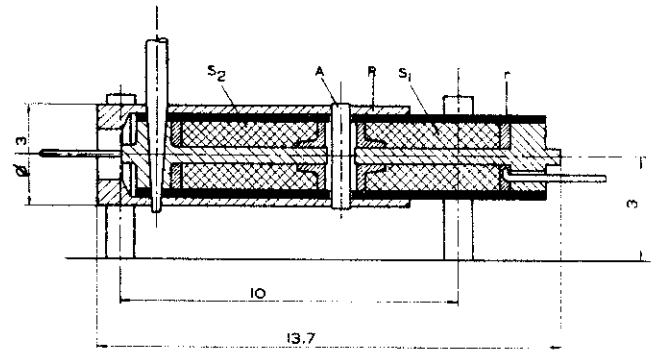
Als slot van deze voordracht wil ik in het kort een beschrijving van den D.V.L.-dynamischen rek-meter geven.

51. De D.V.L.-dynamische rek-meter (*lit.* 6).

De trillingsopnemer bestaat uit twee in serie geschakelde spoelen S_1 en S_2 , met er tusschen een anker A . S_1 en S_2 zijn gemonteerd in de ijzeren buis r ; het anker A zit vast aan de bronzen buis R en is door een gleuf in r beweeglijk t.o.v. de spoelen. r en R zijn bevestigd aan de meetmessen van den rek-meter. De spoelen zijn opgenomen in een wisselstroombrug, welke door een generator met een hoogfrequent wisselstroom gevoed wordt.

Bij de dynamische rekmeting verandert de breedte van de luchtspleten tusschen anker en spoelen. De inductieverandering, welke hierdoor optreedt, veroorzaakt een stroompje door den meettak van de brug. Dit stroompje wordt als een modulatie op den hoogfrequent wisselstroom zichtbaar op de oscillograaf.

De opnemer is ongeveer 12 mm lang en weegt 0,5 g; de totale vergroting bedraagt 10 000 maal.



Tekening N.L.L.

Fig. 9. D.V.L.-dynamische rek-meter (maten in mm).

6. Notaties.

- ϵ_x = specifieke rek in punt x ,
- $\epsilon_{gem.}$ = gemiddelde specifieke rek over de meetlengte,
- V = vergroting van den dynamischen rek-meter bij frequentie ω ,
- V_0 = vergroting van den dynamischen rek-meter bij frequentie 0,
- V_w = ware vergroting van den statischen rek-meter,
- V_b = benaderde vergroting van den statischen rek-meter,
- λ = totale rek over de meetlengte,
- λ_w = rek, berekend uit den uitslag van den rek-meter met V_w ,
- λ_b = rek, berekend uit den uitslag van den rek-meter met V_b ,

- h = hoogte van het beweeglijke meetmes (zie fig. 1),
 α = hellingshoek van het beweeglijke meetmes bij rek t.o.v. den oorspronkelijken stand,
 c_1, c_2 = veerconstanten,
 m = gereduceerde massa,
 v = indicatorvergrooting,
 ξ = momenteele uitslag van punt A,
 g = grootste uitwijking van punt A,
 ω = frequentie,
 φ = constante hoek,
 n_0 = eigenfrequentie van het systeem,
 ψ = phaseverschuiving van punt B t.o.v. punt A (zie fig. 6),
 b = dempingsfactor.

zie fig. 6

REPORT M 985.

TENSOMETERS FOR MATERIAL- AND STRESS-ANALYSES.

Summary.

This report contains the formulation of the differences between tensometers used for material- and stress-analyses. The last group of tensometers is further divided into the meters for static and dynamic stress-analyses.

It is shown that for inhomogeneous stress-analyses the deviation of $\varepsilon_{gem.}$ from ε_x is by first approximation proportional to the square of the measuring length.

For a simple example of the dynamic stress-tensometers it is shown that only for a frequency below $\frac{1}{4} n_0$ the increase of the meter is a constant.

Notations:

- ε_x = specific tension in x ,
 $\varepsilon_{gem.}$ = mean specific tension on the measuring length,
 n_0 = frequency of the system.

7. Literatuur.

1. Werkstoffhandbuch Nichteisenmetalle, B12 en B17. V.D.I.-Verlag. 1938.
2. Jensch, G.: Der systematische Fehler der Messung mit dem Martensschen Spiegelapparat. Mitteilungen aus dem Materialprüfungsamt zu Berlin-Dahlem. 1920. S. 1.
3. Steuding, H.: Messung mechanischer Schwingungen. V.D.I.-Verlag. 1928. S. 69.
4. Hort, W. und Hülsenkamp, F.: Untersuchung von Spannungs- und Schwingungsmesser. Verlag der Deutschen Reichsbahngesellschaft. 1928.
5. Berg, S.: Dynamische Spannungsmessungen. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure. 1937. S. 295.
6. Ratzke, J.: Ein neuer elektrischer dynamischer Dehnungsmesser. Jahrbuch 1937 der Deutschen Luftfahrtforschung. S. II 278.

BERICHT M 985.

DEHNUNGSMESSER FÜR MATERIAL- UND SPANNUNGSPRÜFUNG.

Zusammenfassung.

Der vorliegende Bericht enthält die Formulierung der Unterschiede zwischen Dehnungsmesser für Material- und Spannungsprüfung. Die letzte Gruppe ist noch weiter zerlegt in Messer für statische und dynamische Spannungsprüfung.

Es wird gezeigt dass, im Falle inhomogener Spannungszuständen, die Abweichung zwischen $\varepsilon_{gem.}$ und ε_x in erster Annäherung proportional dem Quadrat der Meszstrecke ist.

Von einem einfachen Beispiel der dynamischen Dehnungsmesser wird gezeigt, dass nur für einen Frequenz unter $\frac{1}{4} n_0$ die Vergrößerung konstant ist.

Formelzeichen:

- ε_x = bezogene Dehnung in x ,
 $\varepsilon_{gem.}$ = mittlere bezogene Dehnung über die Meszstrecke,
 n_0 = Eigenfrequenz des Systemes.

Spanningen van de tweede orde in bekleding en ribben van vleugels bij buiging

door

dr. ir. A. VAN DER NEUT en ir. W. K. G. FLOOR

Overzicht.

De kwadratische termen in de vervormingen, die in de vergelijkingen der elasticiteitstheorie optreden, zijn bij langrijken invloed op de ribbelasting. Bij ribben met betrekkelijk buigingsglappe gordingen verandert bovendien de ribvervorming de spanningen in de bekleding. Het volgende geeft formules en grafieken voor de berekening van de spanningen in ribben en bekleding als gevolg van vleugelkromming en ribvervorming.

spanningen in de bekleding, doch ook de belasting der vleugelribben. Het zal blijken, dat vooral de ribbelasting in sterke mate den invloed van dit effect ondergaat.

De navolgende berekeningen veronderstellen, dat de vleugelbekleding in den onbelasten toestand van den vleugel niet gekromd is in de richting der trekspanningen. Indien er in deze richting wel een kromming aanwezig is, neemt de bekleding tengevolge van de eindigheid van den ribbelasting geen trekspanningen op, althans in het gewone geval van verwaarloosbare buigingsstijfheid der bekleding.

Als de bekleding van langverslijvers, die gelijkmatig verdeeld zijn, is voorzien, zijn de volgende beschouwingen op gelijke wijze voor deze constructie van toepassing. Door de aanwezigheid van langverslijvers kan een bekleding eveneens drukkrachten opnemen. De eindigheid van den ribbelasting zal dan echter tengevolge van het z.g. „knik-buigings“-verschijnsel een sterkeren invloed op de spanningsverdeling kunnen hebben dan in het geval van belasting door trekspanningen. Voor zoover evenwel de knikbuiging verwaarloosbaar is, zijn de navolgende beschouwingen over trekbelasting gelijkmatig van toepassing op gevallen van drukbelasting.

De ondersteuning van de bekleding op de ribben kan praktisch volkomen stijf zijn (ribben met de volle vleugel dikte als constructiehoogte), of zij kan elastisch zijn (lage ribgordingen met ver uiteenliggende afsteuningen). Beide gevallen worden onderzocht.

2. Bekleding, gesteund door stijve ribben.

Het hier besproken verschijnsel moet gescheiden gehouden worden van het verschijnsel van de ongelijkheid tusschen gordingen- en bekledingsspanningen, dat het gevolg is van de afschuiving der bekleding (Amerikaansch: shear lag). Daarvan belang is. Deze vraag betreft niet alleen de

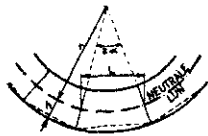
Bij buiging van vleugels met metalen of triplex bekleding is deze bekleding, indien zij aan de ligtergordingen verbonden is, in staat trekspanningen op te nemen aan de trekzijde van den vleugel. De bekleding zal echter niet op geheel dezelfde wijze vervormen als de ligtergordingen:

1e. omdat de bekleding ondersteund wordt door ribben, die eenigen onderlingen afstand hebben en waartusschen de bekleding vlak trekt in plaats van het gekromde verloop van de gebogen ligters te volgen (zie fig. 1);

2e. omdat de ribben in het algemeen geen voldoende stijve ondersteuning bieden aan de bekleding, zoodat de punten, waarin de bekleding aan de ribben bevestigd is, zich ten opzichte van de ligters verplaatsen.

Dit verschil in gedrag tusschen de bekleding en de ligtergordingen is uitsluitend een gevolg van de eindigheid der vervormingen; het wordt uitgedrukt door de zoogenaamde „termen van de 2de orde“, die bij vraagstukken over spanningsverdeling gewoonlijk verwaarloosd kunnen worden. In sommige gevallen blijken zij echter wel van betekenis te zijn, zooals bij de buiging van dunwandige buizen. Ook in dit geval, dat veel overeenkomst met het geval van de gebogen dunwandige buis vertoont, kan de vraag gesteld worden of de termen van de 2de orde niet tot een verschil in spanning leiden, dat voor de sterkteberekening van belang is.

om moeten de beschouwingen betrokken worden op omstandigheden, waarbij de schuifspanningen geen rol spelen, dus op gevallen, waar de buigspanningen in de richting van de gordingen constant zijn.



Teekening N.L.L.

Fig. 1. Doorgebogen vleugel met gestrekte bekleding over de ribben.

Als de bekleding dezelfde kromming zou aannemen als de liggers, waaraan zij bevestigd is, zou haar spanning gelijk zijn aan die der gordingen, namelijk

$$s_0 = \frac{h}{r} E. \quad (1)$$

Op eenigen afstand van de gordingen volgt de bekleding niet meer de kromming van de gording. Op grooteren afstand staat zij strak van rib tot rib (zie fig. 1), dientengevolge neemt daar de spanning af tot s . De afstand langs de bekleding, die voor de vervorming ra bedroeg, is na vervorming $(r+h) \sin \alpha$, zoodat

$$s = \frac{(r+h) \sin \alpha - ra}{ra} E = \left[\left(\frac{\sin \alpha}{a} - 1 \right) + \frac{h}{r} \left(\frac{\sin \alpha}{a} \right) \right] E.$$

Dus

$$\frac{s}{s_0} = \frac{\sin \alpha}{a} - \frac{r}{h} \left(1 - \frac{\sin \alpha}{a} \right).$$

Omdat hoek α klein is, wordt $\frac{\sin \alpha}{a}$ voldoende benaderd door $1 - \frac{\alpha^2}{6}$.

$$\frac{s}{s_0} = 1 - \frac{\alpha^2}{6} - \frac{\alpha^2 r}{6 h}$$

en omdat $\frac{r}{h}$ een groot getal is, mag geschreven worden, als verder $a = \frac{L}{2r} = \frac{L}{2h} \frac{s_0}{E}$ wordt ingevoerd:

$$\frac{s}{s_0} = 1 - \frac{1}{24} \frac{L^2}{h^2} \frac{s_0}{E}. \quad (2)$$

Het blijkt, dat $\frac{s}{s_0}$ weinig kleiner dan 1 is, zelfs indien men extreme omstandigheden heeft. Met $\frac{L}{h} = 10$ en $\frac{E}{s_0} = 175$ is $\frac{s}{s_0} = 0,976$.

Het straktrekken van de bekleding tusschen de ribben heeft dus geen noemenswaardigen invloed op de verdeling van de trekspanningen in de bekleding. Het is daarom geoorloofd in de berekening het samenstel van bekleding en ribben zoo op te vatten, dat de bekleding door oneindig veel continu verdeelde ribben wordt gesteund. Deze conclusie geldt uiteraard ook voor bekledingen, die van langsprofielen zijn voorzien. Indien men deze langsprofielen opvat als constructie-elementen zonder eigen buigingsstijfheid, zijn er de vorige beschouwingen zonder meer op van toepassing. De eigen buigingsstijfheid zal bovendien

tengevolge hebben, dat de profielen niet volkomen strak trekken, hetgeen de spanningsvermindering nog doet afnemen.

De ribben worden belast als gevolg van de kromming van den vleugel. De krachten $stdz$ op een element van de bekleding geven namelijk een naar binnen gerichte resultante (zie fig. 2) ter grootte van

$$q dx dz = stdz \frac{dx}{r}.$$

Daar s blijkens het voorgaande gelijk s_0 gesteld mag worden, volgt voor de ribbelasting per oppervlakte-eenheid van den vleugel na eliminatie van r door middel van (1)

$$q = \frac{t s_0^2}{h E}. \quad (3)$$

Zoowel aan de bovenzijde als aan de onderzijde van den vleugel zijn deze belastingen naar het inwendige van den vleugel gericht; zij belasten de rib in hoogterichting op druk en bovendien op buiging en afschuiving als de belastingen q voor boven- en onderzijde ongelijk zijn. Dat deze belasting voor de ribben belangrijk kan zijn en zelfs belangrijker dan de directe belasting door de luchtkrachten, blijkt uit het volgende voorbeeld, waarbij de bekleding onverstijfd is, zoodat zij alleen aan de trekzijde van den vleugel meedraagt.

Gesteld $\frac{E}{s_0} = 200$, $s_0 = 3600$ kg/cm², $h = 10$ cm, $t = 0.1$ cm, dan volgt $q = 0,18$ kg/cm² of 1800 kg/m². Bij een vleugelbelasting van 120 kg/m², een belastingsfactor 4,5 en de plaatselijke vleugelbelasting op 0,8 van de gemiddelde vlaktelebelasting stellend volgt voor de grootte der directe luchtbelasting 430 kg/m². De ribbelasting uit de vleugelkromming is dus het 4-voud van de directe luchtbelasting.

3. Bekleding, gesteund door elastische ribben.

Overeenkomstig de conclusie volgens punt 2 zijn de ribben continu verdeeld gedacht. Alle elementaire ribben zijn even stijf, zoodat zij alle op dezelfde wijze doorbuigen. In een zeker punt is de doorbuiging f . De specifieke verlenging van de bekleding verkleint door deze doorbuiging met het bedrag $\frac{f}{r}$, zoodat de trekspanning in de bekleding gelijk is aan

$$s = \frac{h-f}{r} E$$

en wegens (1):

$$\frac{s}{s_0} = \frac{h-f}{h}. \quad (4)$$

Meestal zijn de ribben wel zoo stijf, dat hun doorbuiging f klein is in vergelijking tot h , zoodat de spanningsvermindering als gevolg van de ribslapte verwaarloosbaar is.

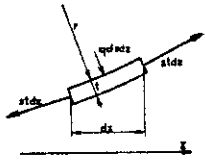
In bijzondere gevallen is f/h echter niet verwaarloosbaar tegenover 1,0, namelijk wanneer: 1e. de ongesteunde lengte van de ribgording groot is in vergelijking tot de hoogte van de rib, 2e. de liggerhoogte klein is, 3e. de bekleding zwaar is of voor-

zien is van langsverstijvingen. In sommige gevallen zal het daarom noodig zijn de afname der spanningen in aanmerking te nemen. De wijze, waarop dit geschieden kan, wordt in punt 4 aangegeven.

4. Berekening der spanningsverdeling bij elastische ribben.

41. De differentiaalvergelijking van de doorbuiging der ribgording.

Het beschouwde geval heeft betrekking op een vleugeldeel met constante dikte en constante spanning s_0 . De doorbuigingen f zijn dan slechts een functie van z . Daar alle doorsneden over den vleugel voor de bekleeding symmetriedoorsneden zijn, ontbreken de schuifspanningen op de vlakken evenwijdig aan de assen x en z en wordt de spanning in de bekleeding gegeven door (4).



Teekening N.L.L.

Fig. 2. Krachten op een element der bekleeding.

De trekspanning s oefent op de ribben krachten uit in de richting loodrecht op het $x-z$ -vlak; op het element $dx dz$ zijn deze krachten (zie fig. 2)

$$q dx dz = s t dz \frac{dx}{r},$$

$$q = E(h-f) \frac{t}{r^2}.$$

Onder invloed van deze belasting q buigen de ribgordingen door.

De differentiaalvergelijking van de doorbuiging is dan:

$$EI_r \frac{d^4 f}{dz^4} = E \frac{h-f}{r^2} t.$$

Na substitutie van (1) volgt:

$$\frac{d^4 f}{dz^4} = \left(\frac{s_0}{E} \right)^2 \frac{1}{h^2 I_r} (h-f),$$

of

$$\frac{d^4 (h-f)}{du^4} + (h-f) = 0 \quad (5)$$

met

$$u = \left(\frac{s_0}{Eh} \right)^{1/2} \left(\frac{t}{I_r} \right)^{1/4} z.$$

Bij in haar ondersteuningen scharnierend opgelegde ribgordingen zijn de randvoorwaarden:

$$z=0 : \quad \frac{df}{du} = \frac{d^3 f}{du^3} = 0, \quad (6ab)$$

$$z=l : \quad f = \frac{d^2 f}{du^2} = 0. \quad (6cd)$$

Bij ingeklemde ribgordingen komt in plaats van de randvoorwaarde (6d):

$$\frac{df}{du} = 0. \quad (6e)$$

42. Oplossing van de vergelijkingen (5) en (6) voor scharnierend opgelegde ribgordingen.

De oplossing van (5) kan gegeven worden in den vorm:

$$h-f = \sum_{n=1}^4 C_n e^{m_n u},$$

waarin m_n de wortels zijn van de vergelijking $m^4 + 1 = 0$;

$$m_n = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} (1 \pm i),$$

zoodat

$$h-f = D_1 \sin v \sinh v + D_2 \cos v \sinh v + D_3 \sin v \cosh v + D_4 \cos v \cosh v. \quad (7)$$

De randvoorwaarden (6ab) zijn voorwaarden, die de symmetrie verzekeren. Dit beteekent, dat $D_2 = D_3 = 0$. Hierna volgt met (6cd):

$$\frac{h-f}{h} = \frac{1}{\cos^2 p + \sinh^2 p} \left\{ \sin p \sinh p \sin v \sinh v + \cos p \cosh p \cos v \cosh v \right\}. \quad (8)$$

Blijkens (4) volgt nu voor de minimale spanning in de bekleeding, die op de plaats van grootste doorbuiging ($v = 0$) optreedt:

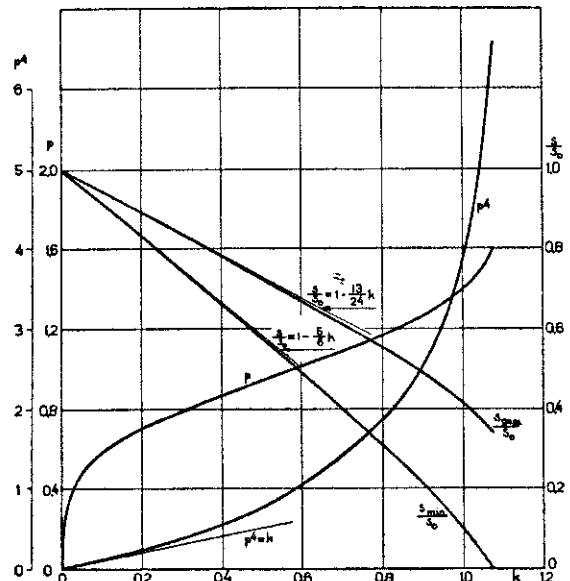
$$\frac{s_{min}}{s_0} = \frac{\cos p \cosh p}{\cos^2 p + \sinh^2 p}. \quad (9)$$

De gemiddelde spanning volgt uit

$$s_{gem} = \int_0^l s t dz : \int_0^l t dz = \frac{s_0}{p} \int_0^p \frac{h-f}{h} dv, \\ \frac{s_{gem}}{s_0} = \frac{\sin p \cos p + \sinh p \cosh p}{2p (\cos^2 p + \sinh^2 p)}. \quad (10)$$

Het grootste buigende moment in de ribgording treedt op ter plaatse $z = 0$:

$$M = -EI_r \left(\frac{d^2 f}{dz^2} \right)_{z=0}.$$



Teekening N.L.L.

Fig. 3. Spanningsafname in de bekleeding en spanning in de ribgording bij scharnierend opgelegde ribgordingen.

De grootste spanning is dus

$$s_r = -E h_r \left(\frac{d^2 f}{dz^2} \right)_{z=0} = s_0 h_r \sqrt{\frac{t}{I_r}} \frac{\sin p \sinh p}{\cos^2 p + \sinh^2 p},$$

of

$$k = \frac{p^2 \sin p \sinh p}{\cos^2 p + \sinh^2 p}. \quad (11)$$

Naarmate de ribgording stijver is (a en l klein), is p kleiner. Voor kleine waarden van p gaan de vergelijkingen (9), (10) en (11) over in

$$k = p^3,$$

$$\frac{s_{min}}{s_0} = 1 - \frac{5}{6} k = 1 - \frac{5}{6} p^3,$$

$$\frac{s_{gem}}{s_0} = 1 - \frac{13}{24} k = 1 - \frac{13}{24} p^3.$$

Om een eenvoudige grafiek voor s/s_0 te verkrijgen is deze grootte in fig. 3 uitgezet als functie van k .

43. Oplossing van de vergelijkingen (5) en (6) voor ingeklemde ribgordingen.

Uit (5) volgt ook nu weer (7), terwijl volgens (6ab) eveneens $D_2 = D_3 = 0$ wordt gevonden. Met gebruikmaking van (6ce) wordt gevonden:

$$\frac{h-f}{h} = \frac{\sin v \sinh v (\sin p \cosh p - \cos p \sinh p)}{\sin p \cos p + \sinh p \cosh p} + \frac{\cos v \cosh v (\sin p \cosh p + \cos p \sinh p)}{\sin p \cos p + \sinh p \cosh p}. \quad (8)$$

Volgens (4) is nu voor $v = 0$, dus op de plaats van grootste doorbuiging f , de spanning in de huid minimaal:

$$\frac{s_{min}}{s_0} = \frac{\sin p \cosh p + \cos p \sinh p}{\sin p \cos p + \sinh p \cosh p}. \quad (9')$$

Voor de gemiddelde spanning vindt men nu:

$$\frac{s_{gem}}{s_0} = \frac{\sin^2 p + \sinh^2 p}{p(\sin p \cos p + \sinh p \cosh p)}. \quad (10')$$

De gevaarlijke doorsnede van de rib kan nu zoowel bij $v = p$ als bij $v = 0$ liggen. Voor de doorsnede $v = p$ vindt men als grootste spanning in de ribgording:

$$s_r' = -E h_r' \left(\frac{d^2 f}{dz^2} \right)_{z=l} = s_0 h_r' \sqrt{\frac{t}{I_r}} \frac{\sin p \cos p - \sinh p \cosh p}{\sin p \cos p + \sinh p \cosh p},$$

of

$$k' = p^2 \frac{\sin p \cos p - \sinh p \cosh p}{\sin p \cos p + \sinh p \cosh p}. \quad (11')$$

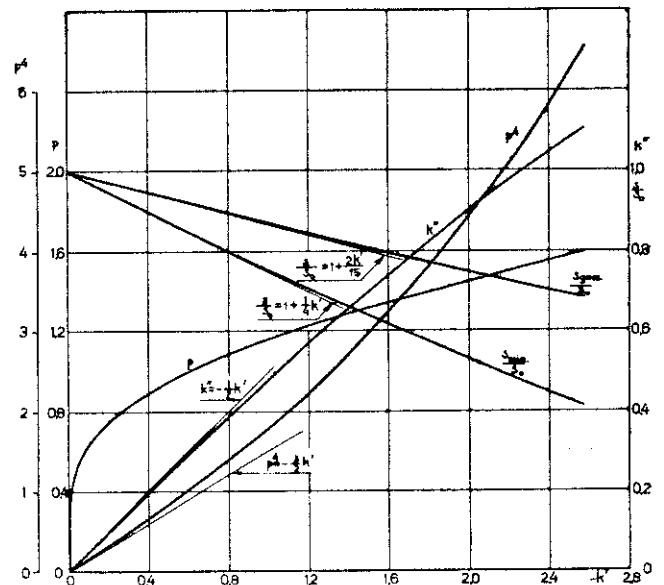
De grootste spanning in de ribgording ter plaatse $v=0$ wordt:

$$s_r'' = s_0 h_r \sqrt{\frac{t}{I_r}} \frac{\sin p \cosh p - \cos p \sinh p}{\sin p \cos p + \sinh p \cosh p},$$

of

$$k'' = p^2 \frac{\sin p \cosh p - \cos p \sinh p}{\sin p \cos p + \sinh p \cosh p}. \quad (11'')$$

Voor kleine waarden van p gaan de vergelijkingen (9'), (10'), (11') en (11'') over in:



Teekening N.L.L.

Fig. 4. Spanningsafname in de bekleding en spanning in de ribgording bij ingeklemde ribgordingen.

$$k' = -\frac{2}{3} p^3, \quad k'' = \frac{1}{3} p^3,$$

$$\frac{s_{min}}{s_0} = 1 - \frac{1}{6} p^3 = 1 + \frac{1}{4} k' = 1 - \frac{1}{2} k'',$$

$$\frac{s_{gem}}{s_0} = 1 - \frac{4}{45} p^3 = 1 + \frac{2}{15} k' = 1 - \frac{4}{15} k'',$$

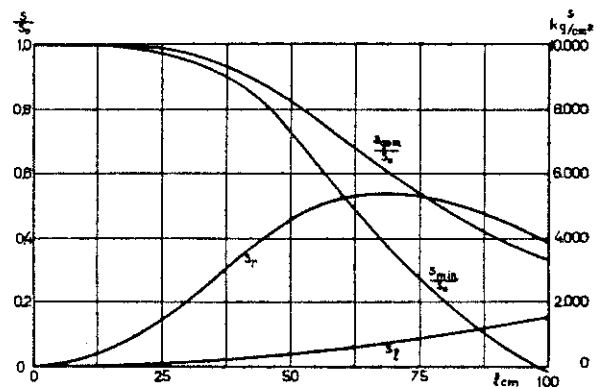
In figuur 4 zijn de spanningsgrootte uitgetzet als functie van $-k'$.

44. Rekenvoorbeeld.

Als rekenvoorbeeld en tevens om de quantitative betekenis van het besproken verschijnsel te illustreren wordt het volgende geval beschouwd:

$t = 0,1$ cm, $h = 10$ cm, $h_r = h_r' = 2,5$ cm, ribafstand = 30 cm, $s_0 = 4000$ kg/cm², $E = 720\,000$ kg/cm². De riblengte $2l$ wordt gevarieerd.

De ribgording is gemaakt uit 0,1 cm plaat, zij is 5 cm hoog en heeft omgezette flenzen van 2 cm breedte. Dan is $I_r = 0,118$ cm³.



Teekening N.L.L.

Fig. 5. Spanningen bij het rekenvoorbeeld voor scharnierend opgelegde ribgordingen.

Hierna volgt $a=0,0225 \text{ cm}^{-1}$, daarna wordt p berekend, vervolgens kunnen uit fig. 3 of 4 de gezochte grootheden worden afgelezen.

Voor het geval van scharnierend opgelegde ribgordingen worden $\frac{s_{\min}}{s_0}$, $\frac{s_{\text{gem}}}{s_0}$ en s_r gegeven als functie van l in fig. 5. Het blijkt, dat $\frac{s_{\min}}{s_0}$ en $\frac{s_{\text{gem}}}{s_0}$ slechts bij zeer groote waarden van l ($2l > 75 \text{ cm}$) in eenigszins belangrijke mate van 1,0 gaan afwijken. Daarentegen blijkt s_r reeds bij kleine waarden van l van beteekenis te zijn.

Het aangenomen gebied van l is zoodanig, dat de rib niet door de directe luchtkrachten overbelast wordt. Neemt men aan, dat de constructie betrekking heeft op een verkeers- of bomvliegtuig met een vleugelbelasting van 120 kg/m^2 , dan is de belasting op het ribdeel tusschen de liggers, voorts aannemende dat $\frac{1}{3}$ der luchtkrachten op de onderzijde van den vleugel gedragen wordt en dat de vleugelbelasting ter plaatse 0,8 van de gemiddelde vlakbelasting bedraagt, bij een belastingfactor 4,5

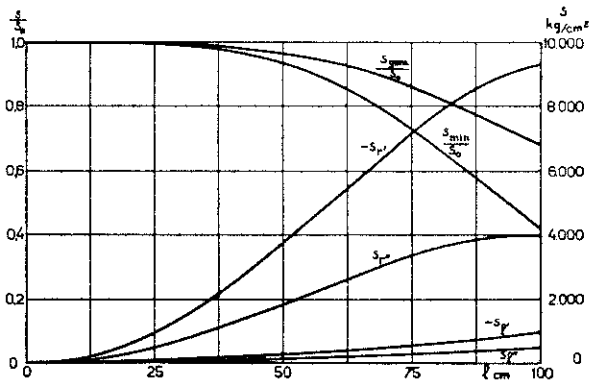
$$\frac{1}{3} \times 0,8 \times 120 \times 4,5 = 144 \text{ kg/m}^2.$$

De spanning in de rib door deze luchtbelasting is

$$s_l = \frac{1}{2} \times 0,0144 \times \frac{h_r}{l^2} = 0,152 l^2.$$

Deze spanning is blijkens fig. 5 veel kleiner dan de spanning s_r ; zij is zelfs in den regel verwaarloosbaar tegenover s_r .

Voor het geval van ingeklemde ribgordingen worden $\frac{s_{\min}}{s_0}$, $\frac{s_{\text{gem}}}{s_0}$, s_r' en s_r'' als functie van l gegeven in fig. 6.

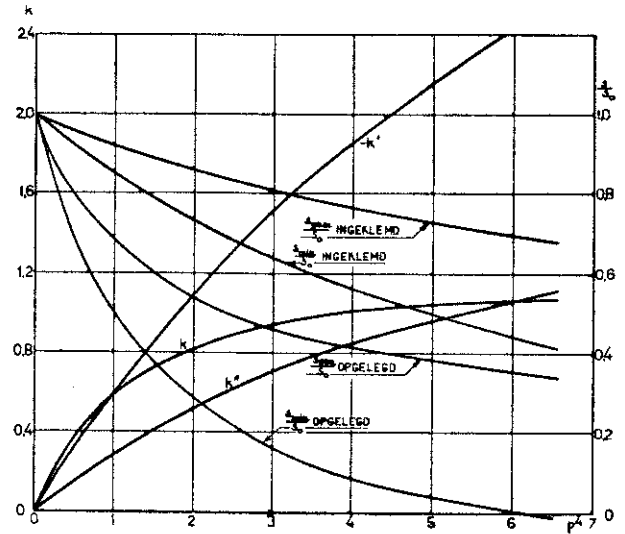


Teekening N.L.L.

Fig. 6. Spanningen bij het rekenvoorbeeld voor ingeklemde ribgordingen.

Voor de buigspanningen tengevolge van de luchtbelasting ter plaatse van de inklemming vindt men nu: $s_l' = -0,102 l^2$, terwijl de spanning in het midden wordt: $s_l'' = 0,051 l^2$.

Bij grotere waarden van l blijken de spanningen in de rib bij ingeklemde gordingen gevaarlijker te zijn dan in het geval van opgelegde ribgordingen. De afname van de spanningen in de bekleding is nog minder belangrijk dan bij opgelegde ribgordingen.



Teekening N.L.L.

Fig. 7. Vergelijking van de spanningsafname in de bekleding en de spanning in de ribgording bij scharnierend opgelegde en bij ingeklemde ribgordingen.

5. Samenvatting.

De gegeven beschouwingen hebben betrekking op de bijkomstige spanningen in de bekleding en de ribben van vleugels onder buigende belasting, die niet door de gewone elasticiteitstheorie worden opgeleverd, omdat deze de vervormingen als verwaarloosbare grootheden in vergelijking tot de afmetingen veronderstelt. De kwadratische termen (termen van de 2de orde) in de vervormingen worden hier met de lineaire termen als niet-verwaarloosbare grootheden in rekening gebracht.

Alleen die constructies worden beschouwd, waarbij de bekleding in de richting der trekspanningen in den onbelasten toestand van den vleugel niet gekromd is. Onder bekleding wordt hierbij niet uitsluitend een beplating verstaan, doch ook de bekleding met langsverstijvingen.

Het straktrekken van de bekleding tusschen 2 opeenvolgende ribben (fig. 1) heeft een spanningsvermindering ten gevolge (zie vergel. 2), die echter steeds zeer klein is en daarom verwaarloosbaar mag worden geacht. Het is daarom ook toelaatbaar het samenstel van bekleding en ribben zoo op te vatten, dat de ribben in alle punten de bekleding ondersteunen (continu verdeelde ribben).

De spanningsvermindering, die het gevolg is van het doorbuigen der ribgordingen (f) wordt uitgedrukt door vergelijking (4). Deze vermindering is meestal klein. Zij wordt van meer betekenis naarmate de verhouding van de ribgordingshoogte tot de ongesteunde gordinglengte kleiner is, de vleugeldikte kleiner is en de bekleding (langsverstijvingen inbegrepen) zwaarder is. De grafieken voor de berekening dezer spanningsvermindering zijn gegeven in fig. 3 voor het geval van in hun ondersteuning scharnierend opgelegde ribgordingen en in fig. 4 voor het geval van ribgordingen, die in de ondersteuning zijn ingeklemd. Figuur 7 stelt de resultaten voor beide gevallen voor op een andere wijze. Bij toepassing van deze diagrammen berekent men eerst p en leest vervolgens de gezochte grootheid s/s_0 af.

Ook indien de spanningsvermindering in de bekleeding klein is, kan de spanning in de ribgording, die door de huidkromming ontstaat, groot zijn; vele malen grooter dan de spanning, die het directe gevolg is van de plaatselijke luchtbelasting (zie fig. 5 en 6). De berekening dezer spanningen is eveneens door middel van fig. 3 en 4 mogelijk; men leest de bij de gegeven waarde van p behorende k -waarde af. Voor gevallen, waarin de ribvervorming verwaarloosbaar is, wordt de ribbelasting gegeven door (3).

(Afgesloten Maart 1940).

6. Notaties.

$$a = \left(\frac{s_o}{E h} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{t}{I_r} \right)^{\frac{1}{2}}$$

f = doorbuiging van de ribgording in een willekeurig punt.

h = afstand van de bekleeding tot de neutrale lijn.

h_r = afstand van de neutrale lijn der ribgording tot het hoogst belaste punt voor $z = 0$.

h_r' = afstand van de neutrale lijn der ribgording tot het hoogst belaste punt voor $z = 1$.

$$k = \frac{s_r}{E} \frac{l^2}{2 h h_r}$$

$$k' = \frac{s_r'}{E} \frac{l^2}{2 h h_r'}$$

$$k'' = \frac{s_r''}{E} \frac{l^2}{2 h h_r''}$$

l = halve afstand tusschen twee opeenvolgende steunpunten van de ribgording.

$$p = \frac{1}{\sqrt{2}} a l.$$

q = ribbelasting per oppervlakte-eenheid van den vleugel.

r = kromtestraal van de neutrale lijn.

s = spanning in een willekeurig punt der bekleeding.

s_o = spanning in het punt der bekleeding, grenzend aan de ligtergording.

s_{min} = minimale spanning in de bekleeding.

s_{gem} = gemiddelde spanning in de bekleeding, betrokken op haar totale doorsnede.

s_l = grootste spanning in de ribgording door luchtkrachten.

s_r = grootste spanning van de 2de orde in de ribgording.

t = dikte der bekleeding.

$u = \alpha z$.

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha z.$$

x = coördinaat in de richting der langsliggers.

z = coördinaat in de richting der ribben, t.o.v. het midden van de rib.

E = elasticiteitsmodulus.

I_r = traagheidsmoment van de ribgordingen per lengte-eenheid van den vleugel.

L = ribafstand.

α = halve hoek tusschen de symmetrievlakken van 2 opeenvolgende ribben bij den gebogen vleugel (radialen).

$$\left(\right)' = \left(\right)_{z=l}.$$

$$\left(\right)'' = \left(\right)_{z=0}.$$

REPORT S 217.

STRESSES OF THE SECOND ORDER IN
THE SKIN AND RIBS OF WINGS
IN BENDING.

Summary.

The considerations given refer to the secondary stresses in the skin and ribs of wings under bending load, which are not given by the elementary theory of elasticity, because it assumes the deformations to be negligible quantities with respect to the dimensions. The quadratic terms (terms of second order) in the deformations are accounted for together with the linear terms. Only those constructions are considered, in which the skin in the unloaded position is not curved in the direction of the tensile stresses. Here „skin“ does not only mean plating, but also plating together with longitudinal stiffeners.

The straightening of the skin between two successive ribs (fig. 1) decreases the stresses only to a negligible amount (equation 2). Thus it is allowable to replace the actual system of skin and ribs by a system, in which the ribs are supporting the skin everywhere (continuously distributed ribs).

The decrease of skin stresses, caused by bending of the flanges of the ribs (f), is expressed by equation 4. Usually this decrease will be small. It becomes of more importance if the ratio of the height of the flange of the rib to the unsupported flangelength is small, the height of the wing section small and the skin (longitudinal stiffeners included) heavy. The graphs for the calculation of this decrease of stress are given in fig. 3 for the case of rib flanges, which are simply supported and in fig. 4 for rib flanges, which are clamped at their supports. Figure 7 gives the results for both cases in a different form. When applying these diagrams, one should calculate first p and subsequently read the required quantities.

Even if the decrease of stresses in the skin is small, the stress in the rib flange, caused by the curvature of the skin, may be important, many times larger than the stress, which is directly caused by the local air load (see fig. 5 and fig. 6). Calculation of these stresses is also possible by means of fig. 3 and fig. 4, including the effect of rib flange bending. Equation (3) gives the rib load when rib bending is negligible.

Notations.

For $a, k, k', k'', p, u, v, ()', ()''$ see point 6 „Notations“.

- f = deflection of the flange of the rib at an arbitrary point.
 h = distance from skin to neutral axis.
 h_r = distance from the neutral axis of the flange of the rib to the point where stresses are highest for $z = 0$.
 h_r' = distance from the neutral axis of the flange of the rib to the point, where stresses are highest for $z = l$.

BERICHT S 217.

SPANNUNGEN ZWEITER ORDNUNG IN
BEKLEIDUNG UND RIPPEN VON
FLÜGELN BEI BIEGUNG.

Zusammenfassung.

Die gegebenen Betrachtungen beziehen sich auf die Nebenspannungen in der Bekleidung und den Rippen von Flügeln bei Belastung auf Biegung, die nicht von der gewöhnlichen Elastizitätstheorie gegeben werden, weil diese die Verformungen betrachtet als den Abmessungen gegenüber vernachlässigbare Grössen. Die quadratischen Glieder (Glieder zweiter Ordnung) werden hier mit den linearen Gliedern, als nicht vernachlässigbare Grössen, in Rechnung genommen. Nur solche Konstruktionen sind betrachtet worden, wobei die Bekleidung in der Richtung der Zugspannungen im unbelasteten Zustand des Flügels nicht gekrümmt ist. Mit Bekleidung ist hier nicht ausschliesslich die Beplankung, sondern auch die Beplankung zusammen mit ihren Längsversteifungen gemeint.

Das Geradeziehen der Bekleidung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rippen (Abb. 1) hat eine Spannungsabminderung zur Folge (siehe Gleichung 2), die immer sehr klein ist, und deshalb als vernachlässigbar betrachtet werden darf. Es ist deshalb auch zulässig das System von Bekleidung und Rippen in dieser Weise zu betrachten, dass die Rippen die Bekleidung in jedem Punkte stützen (gleichmässig verteilte Rippen).

Die Spannungsabminderung, die von der Durchbiegung (f) der Rippengurte herrührt, wird zum Ausdruck gebracht durch Gleichung (4). Diese Abminderung ist meistens klein; sie ist wichtiger, wenn das Verhältnis der Höhe des Rippengurtes zur ungestützten Gurtlänge kleiner, die Flügeldicke kleiner, und die Bekleidung (Längsversteifungen mit in Betracht genommen) schwerer ist. Die Diagramme für die Berechnung dieser Spannungsabminderung sind gegeben in Abb. 3 für den Fall des gelenkig gelagerten Rippengurtes und in Abb. 4 für den Fall des in den Stützpunkten eingespannten Rippengurtes. In Abb. 7 sind die Ergebnisse für beide Fälle in etwas anderer Weise dargestellt. Bei Benützung dieser Diagramme berechnet man zuerst p und liest demnächst die gesuchten Werte ab.

Auch falls die Spannungsabminderung in der Bekleidung klein ist, kann die Spannung im Rippengurt, die von der Krümmung der Bekleidung veranlasst wird, gross sein, ein Vielfaches der Spannung, die die direkte Folge der örtlichen Luftbelastung ist. (Siehe Abb. 5 und Abb. 6). Die Berechnung dieser Spannungen ist ebenfalls mit Hilfe von Abb. 3 und Abb. 4 möglich; dabei ist der Einfluss der Rippenbiegung berücksichtigt worden. Für sehr steife Rippen wird die Rippenbelastung gegeben von Gleichung (3).

Formelzeichen.

Für $a, k, k', k'', p, u, v, ()', ()''$ siehe Punkt 6 „Notations“.

- f = Durchbiegung des Rippengurtes an einer beliebigen Stelle.

l	= half the distance between two successive supports of the flange of the rib.	h	= Abstand von der Bekleidung zur neutralen Linie des Flügels.
q	= rib load pro unit of area of the wing surface.	h_r	= Abstand von der neutralen Linie des Rippengurtes zu dem höchst belasteten Punkt für $z = 0$.
r	= radius of curvature of the neutral axis.	h_r'	= Abstand von der neutralen Linie des Rippengurtes zu dem höchst belasteten Punkt für $z = l$.
s	= stress in an arbitrary point of the skin.	l	= halbe Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stützpunkten des Rippengurtes.
s_o	= stress in the point of the skin nearest to the flange of the spar.	q	= Rippenbelastung pro Flächeneinheit des Flügels.
s_{min}	= minimal stress in the skin.	r	= Krümmungsradius der neutralen Linie.
s_{gem}	= mean stress in the skin with respect to its total cross section.	s	= Spannung in einem willkürlichen Punkt der Bekleidung.
s_l	= maximal stress in the flange of the rib by local airload.	s_o	= Spannung in dem am Holmgurt grenzenden Punkt der Bekleidung.
s_r	= maximal stress of second order in the flange of the rib.	s_{min}	= minimale Spannung in der Bekleidung.
t	= thickness of skin.	s_{gem}	= mittlere Spannung in der Bekleidung, in Bezug auf ihren Gesamtquerschnitt.
x	= coördinate in the direction of the spars.	s_l	= grösste Spannung im Rippengurt infolge Luftkräfte.
z	= coördinate in the direction of the ribs with respect to the middle of the rib.	s_r	= grösste Spannung zweiter Ordnung im Rippengurt.
E	= modulus of elasticity (Young's modulus).	t	= Bekleidungsstärke.
I_r	= moment of inertia of the flanges of the rib pro unity of length of the wing.	x	= Koordinate in der Richtung der Holmen.
L	= distance of ribs.	z	= Koordinate in der Richtung der Rippen, bezogen auf Rippenmitte.
α	= half of the angle between the planes of symmetry of two successive ribs in the bent wing (radians).	E	= Elastizitätsmodul.
		I_r	= Trägheitsmoment der Rippengurte pro Längeneinheit des Flügels.
		L	= Rippenabstand.
		α	= Halbwinkel zwischen den Mittelflächen zweier aufeinanderfolgenden Rippen beim gebogenen Flügel (Radialen).

De invloed van de elastische vervormingen van vrijdragende vleugels op de rolbesturing

door

Dr. Ir. A. VAN DER NEUT.

Overzicht.

Bespreking van den invloed, dien vervorming van den vleugel tengevolge van lucht- en traagheidskrachten tijdens den rol heeft op de rolbeweging van het vliegtuig. Een methode voor de berekening van de betreffende grootteheden wordt ontwikkeld.

Inleiding.

1. Inleiding.
2. Krachten op den vastgehouden vleugel bij rolroeruitslag.
3. Invloed van de traagheidskrachten.
4. Rollen met eenparige snelheid.
5. De algemeene bewegingsvergelijking en haar oplossing.
6. De critische stuwdrukken.
7. De eigenfuncties van de vleugelvervorming.
8. Toepassing van de eigenfuncties op de rolbelastingen.
9. Benaderingsmethode voor praktische berekening.
10. Onderlinge verhouding der 3 critische stuwdrukken.
11. Verdere vereenvoudiging van de berekening.
12. Conclusies.
13. Notaties.
14. Literatuurverzicht.

1. Inleiding.

Het verschijnsel van de vermindering in de uitwerking van rolroeruitslag met als bijzonder geval het verschijnsel van de omkeering der rolroerwerking vinden hun oorzaak in de omstandigheden, dat vleugels onder invloed van torsiedegtheid, lastig vervormingen en dat deze vervorming invloed heeft op de verdeling der luchtcrachten.

De volgende beschrijving kan gegeven worden van de omstandigheden, die voor het optreden van het verschijnsel van belang zijn.

Beschouwd wordt de vleugelzijde met het neerwaarts uitgeslagen rolroer (fig. 1 a). Tengevolge van den roeruitslag werkt op den vleugel een opwaarts gerichte kracht, waarvan het aangrijpingspunt ongeveer halverwege de koorde of achterlijker ligt (fig. 1 b). Het elastisch centrum van den vleugel ligt in den regel vóór dit aangrijpingspunt, zoodat de vleugel getordeerd wordt door een koplastig moment, dat een verkleining van den invalshoek bewerkt. Deze invalshoekverandering, die grooter is naarmate de torsiestijfheid kleiner is, gaat gepaard met een verandering van de luchtcrachten: bij de reeds aanwezige luchtcrachten komen nu neerwaarts gerichte krachten, die in elke vleugeldoorsnede in het aerodynamisch centrum aangrijpen (ongeveer op $1/4$ t achter den vleugelneus) (fig. 1 c). Deze krachten zijn

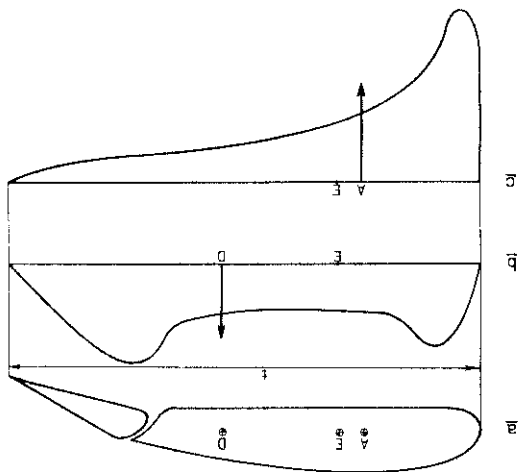


Fig. 1a. Vleugel met uitgeslagen rolroer. A = aerodynamisch centrum, E = elastisch centrum, D = drukpunt der primaire rolroerbelasting.

Fig. 1b. Drukverdeling in koordrichting bij rolroeruitslag. Fig. 1c. Luchtcrachten volgend uit de vervorming van den vleugel.

De besproken krachten en vervormingen zijn niet de eenige, die voor het verschijnsel van belang zijn. Op 2 andere belastingen moet worden gewezen: ten eerste, de belasting door traagheidskrachten, zooals deze bij het inleiden (versnellen) van de rolbeweging optreden; ten tweede, de dempende luchtcrachten, die ontstaan door de rotatie van het vliegtuig om zijn langs-as. Beide belastingen hebben in het algemeen vleugeltorsie ten gevolge en de ermee gepaard gaande vervormingen beïnvloeden dus de luchtcrachten.

Het zal blijken, dat in den regel de invloed van deze vervormingen de effectiviteit van den rolroeruitslag verkleint. Het begrip „nuttig effect” wordt daarom ingevoerd. Het drukt uit, dat de uitwerking van een zekeren rolroeruitslag bij den elastischen vleugel gelijk is aan het nuttig effect maal de uitwerking, die een gelijke rolroeruitslag heeft bij den als „ideaal” beschouwden, volkomen stijven vleugel.

Punt 2 tot 4 geven het verband aan tusschen de krachten, die op een vleugel werken, en de vervormingen, waartoe zij aanleiding geven. Punt 5 vat de resultaten van het vorige samen tot de bewegingsvergelijking van de draaiing om de langsas van het vliegtuig, die bij rolroeruitslag ontstaat, als de vleugel onder de opgewekte belastingen elastisch vervormt. Deze vergelijking kan het uitgangspunt vormen van beschouwingen over de rolroerwerking bij hooge snelheid. Zij wordt voor enkele gevallen van rolroeruitslag opgelost. Punt 6 bespreekt het karakter van een drietal critische stuwdrukken, die voor dit vraagstuk bijzondere beteekenis hebben. Tenslotte wordt in punt 7 tot 11 een methode ontwikkeld voor de praktische berekening van de critische stuwdrukken en van de coëfficiënten der bewegingsvergelijking.

De bestaande literatuur (zie literatuuroverzicht) is voornamelijk van Engelschen oorsprong. Afgezien van *lit. 4* beperkt zij zich tot de berekening van de critische snelheid, waarbij het door rolroeruitslag opgewekte rolmoment gelijk nul wordt. *Lit. 4* gaat in op den toestand, die hij eenparige draaiing om de langsas optreedt en definieert in dit verband het begrip „aileron power” als de rolsnelheid, die per eenheid van roerhoek wordt verkregen. De toestanden, waarin de traagheidskrachten van de vleugelmassa's een rol spelen, worden in deze publicaties niet besproken. In dit opzicht zal het hier volgende een aanvulling geven. Dit onderzoek leidt tevens tot de vaststelling van een critischen stuwdruk, waarbij de rolbeweging onstabiel wordt.

Lit. 2 geeft aan hoe door middel van opeenvolgende benaderingen voor een willekeurigen vleugel de berekening van de critische snelheid kan worden uitgevoerd. Daarbij wordt een bepaalde vervormingstoestand van den vleugel verondersteld en uit de daarmee samenhangende aerodynamische krachten wordt de opvolgende benadering van de vervormingen berekend. Dit wordt voor enkele snelheden herhaald. De overige Engelsche publicaties (*lit. 1, 3 en 4*) maken gebruik van het schema van den half-stijven vleugel, waarbij de torsie vervormingen, die hier alleen van belang zijn, van één enkele veranderlijke afhankelijk zijn. Het blijkt, dat men doorgaans een goede overeenstemming vindt met het meer exacte resultaat volgens *lit. 2*, indien men het verloop der torsiehoeken evenredig stelt met den afstand tot het midden van het vliegtuig en indien men alle krachten betreft op de vleugelafmetingen, zooals die zijn in het punt, dat halverwege de lengte van het rolroer gelegen is (*lit. 3*). Deze methode zou ook verder ontwikkeld kunnen worden voor het hier gestelde doel. De voorkeur wordt hier echter

gegeven aan een weliswaar eenigszins bewerkelijker methode, doch die beter met de werkelijke eigenschappen van den vleugel rekening houdt, en fysisch meer verantwoord is.

Het schema van den half-stijven vleugel is namelijk slechts toepasbaar, voor zoover zijn resultaten goede overeenstemming blijken te vertoonen met die van meer nauwkeurige berekeningen. Aan zijn toepassing op een willekeurig geval moet dus voorafgaan een gecontroleerde toepassing op een soortgelijk geval. Uit de beschikbare literatuur blijkt echter niet voldoende welke vleugelsoorten in dit opzicht zijn onderzocht. In het bijzonder moet gedacht worden aan de wijze, waarop de torsiestijfheid verloopt over de vleugelbreedte. Om deze reden en omdat een meer directe bepaling mogelijk is, die minder bewerkelijk is dan de in *lit. 2* gegevene, wordt hier deze nieuwe wijze van behandeling van het vraagstuk gegeven. Bovendien geeft zij een betere physische analyse van het vraagstuk.

De methode berust op een ontwikkeling van de vervormings- en belastingstoestanden volgens „eigenfuncties” van de belasting of van de vervorming, die op zekere wijze gedefinieerd zijn. Het schema van den half-stijven vleugel blijkt onder dit gezichtspunt een meer algemeene motiveering te verkrijgen. De benadering, die het geeft, is echter minder goed dan die, welke met de hier ontwikkelde methode ten koste van slechts een geringe vermeerdering van het rekenwerk wordt verkregen.

2. Krachten op den vastgehouden vleugel bij rolroeruitslag.

Aan de rolroeren wordt een uitslag β gegeven, terwijl het vliegtuig zijn baan ongewijzigd vervolgt, b.v. doordat het rolmoment in het midden van den vleugel wordt opgeheven door uitwendige krachten.

De luchtkrachten, die primair ontstaan als gevolg van den rolroeruitslag, zijn evenredig met βq en het rolmoment bedraagt

$$R_{ro} = A \beta q. \quad (1)$$

De coëfficiënt A is uitsluitend van de vleugelafmetingen (vorm en constructie) afhankelijk.

De uit deze luchtkrachten volgende torsiehoeken φ_{r1} zijn evenredig met $\frac{\beta q}{S}$, waarin S een grootte is, die de torsiestijfheid van den vleugel aangeeft, b.v. de torsiestijfheid in een willekeurig gekozen doorsnede van den vleugel. De evenredigheidsfactor is dan, omdat φ_{r1} een functie van y is, eveneens een functie van y . De luchtkrachten, die als gevolg van de vervorming ontstaan, zijn dan evenredig met $\varphi_{r1} q$ en dus ook met $\beta \frac{q^2}{S}$; het bijbehorend rolmoment bedraagt

$$R_{r1} = -a_{r1} A \frac{\beta q^2}{S}.$$

Hier is a_{r1} een positieve coëfficiënt, die door het verloop van φ_{r1} met y , door de vleugelafmetingen en door het verloop der torsiestijfheden geheel bepaald is.

De luchtkrachten, die uit φ_{r1} volgen, zullen in het algemeen ook weer torsiemomenten opleveren; zij grijpen aan in het aerodynamisch centrum, dat in den regel vóór het torsiecentrum ligt. Deze torsiemomenten zijn dus eveneens koplastig (fig. 1 c), zij zijn evenredig met $\frac{\beta q^2}{S}$; zij geven de torsiehoeken φ_{r2} , die evenredig zijn met $\frac{\beta q^2}{S^2}$, en die weer aanleiding geven tot luchtkrachten evenredig met $\frac{\beta q^3}{S^2}$. Het bijbehorend rolmoment bedraagt

$$R_{r2} = -a_{r2} A \frac{\beta q^3}{S^2}. \quad (3)$$

De coëfficiënt a_{r2} is gelijksoortig aan de coëfficiënt a_{r1} . De vorige beschouwingen kunnen voor ieder volgend stadium van de vervorming herhaald worden, zoodat het resulterend moment geschreven moet worden in den vorm van de reeks

$$R_r = R_{r0} + \sum_{n=1}^{\infty} R_{rn} = R_{r0} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right], \quad (4)$$

waarin de coëfficiënten a_{rn} alle positief zijn, in dien het torsiecentrum achter het aerodynamisch centrum ligt en vóór het aangrijpingspunt van de primair door roeruitslag opgewekte luchtkrachten. In den regel is deze volgorde der 3 punten aanwezig.

Bij den volkomen stijven vleugel wordt het rolmoment gegeven door (1).

Bij den elastischen vleugel is het rolmoment kleiner; men kan aan de mate van rolroerwerking het begrip nuttig effect (η_r) verbinden, doordat men het werkelijke rolmoment in verband brengt met dat voor het „ideale” geval van den volkomen stijven vleugel:

$$R_r = \eta_r R_{r0},$$

$$\eta_r = 1 + \frac{1}{R_{r0}} \sum_{n=1}^{\infty} R_{rn} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n. \quad (5)$$

3. Invloed van de traagheidskrachten.

Indien door rolroeruitslag een rolmoment ontstaat, worden rotatie-traagheidskrachten opgewekt, die tegengesteld gericht zijn aan de luchtkrachten. Het zwaartepunt van de massa's in iedere vleugeldoorsnede ligt in den regel achter het torsiecentrum, zoodat de traagheidskrachten torsie van den vleugel geven in de richting tegengesteld aan die van de torsie door de luchtkrachten. De verwringing en de daarmee gepaard gaande vermindering van het rolmoment zullen dus kleiner zijn dan uit de beschouwingen volgens punt 2 volgen zou en het nuttig effect van den rolroeruitslag is dienovereenkomstig hooger.

Er wordt nu onderzocht welke luchtkrachten als gevolg van een constanten rolroeruitslag β en van de traagheidskrachten optreden. Hierbij worden de dempende luchtkrachten buiten beschouwing gelaten, alsmede de traagheidskrachten, die uit de verandering der vervorming volgen. De rolbeweging is derhalve eenparig versneld en de hoekversnelling is $\dot{\omega}$.

De traagheidskrachten en de daaruit volgende torsiemomenten zijn evenredig met de hoekversnelling $\dot{\omega}$ en dus met $I \dot{\omega}$. De torsiehoeken φ_{m1} , die zij veroorzaken, zijn dan evenredig met $\frac{I \dot{\omega}}{S}$ en de door deze vervormingen opgewekte luchtkrachten zijn evenredig met $I \dot{\omega} \frac{q}{S}$. Deze luchtkrachten geven het rolmoment

$$R_{m1} = a_{m1} I \dot{\omega} \frac{q}{S}. \quad (6)$$

De coëfficiënt a_{m1} is in verband met de gebruikelijke ligging van het zwaartepunt achter het torsiecentrum gewoonlijk positief; zijn waarde is geheel bepaald door het verloop van φ_{m1} en van de torsiestijfheid met y en door de vleugelafmetingen.

De luchtkrachten, die R_{m1} opleverden, geven tevens opnieuw torsie. Deze torsiehoeken φ_{m2} zijn evenredig met $I \dot{\omega} \frac{q}{S^2}$ en de bijbehorende luchtkrachten zijn evenredig met $I \dot{\omega} \frac{q^2}{S^2}$; zij geven een rolmoment

$$R_{m2} = a_{m2} I \dot{\omega} \frac{q^2}{S^2}. \quad (7)$$

Hierin is a_{m2} , als het aerodynamisch centrum vóór het torsiecentrum ligt, positief; a_{m2} is gelijksoortig aan a_{m1} .

Zoo doorgaande met de opeenvolgende stadia van de vervorming vindt men voor het totale rolmoment, dat het gevolg is van de vervormingen door de traagheidskrachten,

$$R_m = \sum_{n=1}^{\infty} R_{mn} = I \dot{\omega} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{q}{S} \right)^n. \quad (8)$$

Het resulterende rolmoment uit de luchtkrachten is dus blijkens (4) en (8)

$$R = R_{r0} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] + I \dot{\omega} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{q}{S} \right)^n.$$

Dit rolmoment is gelijk aan het rolmoment door de traagheidskrachten $I \dot{\omega}$, zoodat

$$I \dot{\omega} = R_{r0} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] : \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right].$$

Bij den volkomen stijven vleugel volgt de hoekversnelling $\dot{\omega}_0$ uit

$$I \dot{\omega}_0 = R_{r0}.$$

In dit verband het nuttig effect η_m invoerend, dat gedefinieerd is door

$$\eta_m = \frac{\dot{\omega}}{\dot{\omega}_0},$$

volgt

$$\eta_m = \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] : \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right]. \quad (9)$$

4. Rollen met eenparige snelheid.

Gedurende de eenparige rolbeweging zijn de invalshoeken op beide vleugels ongelijk, zoodat ter verkrijging van gelijke lift het rolroer neerwaarts uitgeslagen moet zijn bij den omhoog bewegenden

vleugel. Anders gezegd: het rolmoment, dat gevolg is van den rolroeruitslag, wordt opgeheven door het moment uit de ongelijke invalshoeken der beide vleugelhelften.

Het rolmoment uit den rolroeruitslag, de vervormingen, die het opwekt, en de daarmee samenhangende luchtkrachten zijn onder punt 2 besproken. Rest nog de bespreking van de luchtkrachten door de rotatie van den vleugel.

De hoeksnelheid om de langsas van het vliegtuig is ω ; de invalshoekverandering door de rotatie is dan $\varphi_{d0} = \frac{\omega y}{V}$, waarin V de ware vliegsnelheid is. Bij dit lineaire invalshoekverloop behoort een bepaalde circulatieverdeling, die gedacht kan worden gegeven te zijn in den vorm van $\frac{dc_a}{d\varphi}$ als functie van y .

Het rolmoment van den geheelen vleugel is dan

$$R_{d0} = -\frac{\omega q}{V} 2 \int_0^{b/2} \frac{dc_a}{d\varphi} t y^2 dy = -K \frac{\omega}{V} q. \quad (10)$$

Deze luchtkrachten grijpen aan in het aerodynamisch centrum; zij zijn aan de zijde van het neerwaarts uitgeslagen rolroer neerwaarts gericht en geven daar een koplastig torsiemoment met torsiehoeken φ_{d1} , die evenredig zijn met $\frac{R_{d0}}{S}$. Hieruit

volgen luchtkrachten evenredig met $R_{d0} \frac{q}{S}$, zoodat het bijbehorend rolmoment is

$$R_{d1} = a_{d1} R_{d0} \frac{q}{S}. \quad (11)$$

Deze luchtkrachten geven op hun beurt weer aanleiding tot torsiehoeken φ_{d2} evenredig met $R_{d0} \frac{q}{S^2}$ en daarmede tot luchtkrachten met een rolmoment

$$R_{d2} = a_{d2} R_{d0} \frac{q^2}{S^2}.$$

De coëfficiënten a_{dn} zijn positief, als het aerodynamisch centrum vóór het torsiecentrum ligt; hun waarde wordt door dezelfde grootheden bepaald als die van a_{rn} en a_{mn} .

Zoo doorgaande vindt men voor het totale rolmoment

$$R_d = R_{d0} + \sum_{n=1}^{\infty} R_{dn} = R_{d0} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{dn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right]. \quad (12)$$

Het evenwicht der rolmomenten vereischt

$$R_r + R_d = 0,$$

of blijkens (4), (10) en (12)

$$A \beta \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] = K \frac{\omega}{V} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{dn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right].$$

Voor den „idealen“, volkomen stijven, vleugel geldt:

$$A \beta = K \frac{\omega_0}{V}.$$

Bij den vervormbaren vleugel heeft de rolroeruit-

slag β slechts een nuttig effect η_d , zoodanig, dat

$$\eta_d = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

Hieruit volgt

$$\eta_d = \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] : \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{dn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right]. \quad (13)$$

5. De algemeene bewegingsvergelijking en haar oplossing.

Tijdens een willekeurige rolbeweging veranderen de roerhoek β en de hoeksnelheid ω van oogenblik tot oogenblik. Als in het volgende verondersteld wordt, dat de optredende luchtkrachten van β en ω afhangen op geheel dezelfde wijze als dit bij constante β en ω het geval zou zijn, wordt afgezien van de omstandigheid, dat de strooming traagheid bezit en daardoor zich niet oogenblikkelijk instelt op den invalshoekverandering en voorts van de omstandigheid, dat de vervorming traagheid bezit, waardoor deze zich niet oogenblikkelijk instelt op een verandering van rolmoment. Deze verwaarloozingen zijn alleen dan toelaatbaar, als de veranderingen van β en ω zich afspelen in een tijd, die groot is in vergelijking tot den aerodynamischen nalooptijd en den eigentrillingstijd van den vleugel. De volgende beschouwingen gelden daarom alleen voor in dezen zin langzaam verlopende bewegingen, waartoe in den regel de gestuurde bewegingen wel zullen behooren.

Op een willekeurig tijdstip is de rolsnelheid ω en de rolversnelling $\dot{\omega}$; de roerhoek, die als functie van τ gedacht is, bedraagt op dit tijdstip β .

Het rolmoment R_r door den roerhoek en het rolmoment R_d van de dempende luchtkrachten worden resp. gegeven door (4) en (12). Het rolmoment, dat voor het meedeelen van de versnelling $\dot{\omega}$ noodig is, bedraagt

$$R = I \dot{\omega}.$$

De traagheidskrachten geven aanleiding tot luchtkrachten met een rolmoment R_m , dat gegeven wordt door (8).

Het rolmoment uit de luchtkrachten is:

$$R = R_r + R_d + R_m,$$

zoodat

$$A \beta q \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] - K \frac{\omega}{V} q \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{dn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] - I \dot{\omega} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] = 0. \quad (14)$$

Bij gegeven vliegsnelheid is de bewegingsvergelijking (14) een lineaire differentiaalvergelijking in ω van den vorm

$$p \dot{\omega} + r \omega = s \beta, \quad (15)$$

waarin p , r en s bekende en constante coëfficiënten zijn:

$$p = I \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] = I \frac{\eta_r}{\eta_m},$$

$$r = K \frac{q}{V} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{dn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] = K \frac{q}{V} \frac{\eta_r}{\eta_d},$$

$$s = Aq \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] = Aq \eta_r.$$

In plaats van (15) kan ook geschreven worden

$$\frac{I}{\eta_m} \dot{\omega} + \frac{K}{\eta_d} \omega = Aq\beta. \quad (15a)$$

De bewegingsvergelijking voor een vliegtuig met een elastischen vleugel is dus dezelfde als voor een vliegtuig met een volkomen stijven vleugel, mits in het laatste geval het traagheidsmoment van het vliegtuig $1/\eta_m$ maal zoo groot is en de dempende luchtkrachten $1/\eta_d$ maal zoo groot zijn als bij het werkelijke vliegtuig.

Voor ieder willekeurig verloop van β kan (15) worden opgelost; de oplossing heeft den vorm:

$$\omega = Ce^{-\frac{r}{p}\tau} + \text{particuliere oplossing afhankelijk van } \beta. \quad (16)$$

Voor de 3 navolgende gevallen van roeruitslag wordt de oplossing gegeven:

- 1e. Het geval van plotselinge roeruitslag β_0 , waarbij ten tijde $\tau=0$ $\omega=0$.
Dan volgt

$$\omega = \beta_0 \frac{s}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{p}\tau} \right). \quad (17)$$

- 2e. Het geval van harmonischen roeruitslag $\beta = \beta_1 \sin k\tau$, waarbij eveneens ten tijde $\tau=0$ $\omega=0$.
Hierbij volgt

$$\omega = -\beta_1 \frac{s}{r} \frac{1}{1 + \left(\frac{pk}{r} \right)^2} \times \\ \times \left[-\sin k\tau + \frac{pk}{r} (\cos k\tau - e^{-\frac{r}{p}\tau}) \right]. \quad (18)$$

Iedere roerbeweging kan harmonisch ontwikkeld worden volgens

$$\beta = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \sin k_n \tau,$$

$$\text{waarin } k_n = \frac{2\pi n}{T}, \quad n=1, 2, 3, \dots,$$

zoodat algemeen geschreven kan worden

$$\omega = -\frac{s}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n}{1 + \left(\frac{pk_n}{r} \right)^2} \times \\ \times \left[-\sin k_n \tau + \frac{pk_n}{r} (\cos k_n \tau - e^{-\frac{r}{p}\tau}) \right]. \quad (18a)$$

- 3e. Het geval, dat zich voordoet na beëindiging der roerbeweging, waarbij $\beta=0$ en ten tijde $\tau=0$ $\omega=\omega_1$. Hierbij volgt

$$\omega = \omega_1 e^{-\frac{r}{p}\tau}. \quad (19)$$

6. De critische stuwdrukken.

Volgens de algemeene bewegingsvergelijking (15a) doet de invloed van de vervormbaarheid van den vleugel op de beweging van het vliegtuig

zich gevoelen door de als nuttige effecten gequalificeerde grootheden η_m en η_d , die gegeven zijn door de vergelijkingen (9) en (13).

$$\eta_m = \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] : \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right], \quad (9)$$

$$\eta_d = \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right] : \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{dn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right]. \quad (13)$$

Uit den vorm van deze vergelijkingen volgt allereerst, dat de stuwdruk, waarbij bepaalde waarden van η_m en η_d optreden, k maal zoo groot wordt bij k -voudige vergrooing van de torsiestijfheid. Indien dus bij een zekeren stuwdruk de rolbeweging in ongewenschte mate door de vervormingen wordt beïnvloed, heeft men de mogelijkheid dit ongewenschte verschijnsel te verleggen naar een stuwdruk buiten het gebied der mogelijke stuwdrukken, die k maal zoo groot is, door de torsiestijfheid in dezelfde verhouding te vergrootten.

De oneindig voortlopende reeksen in den teller en noemer van η_m en η_d hebben steeds positieve coëfficiënten a_{rn} , a_{mn} en a_{dn} bij de gewoonlijk aanwezige volgorde van aerodynamisch centrum, elastisch centrum, zwaartepunt der vleugelmassa's en drukpunt der primaire rolroerbelasting, waarbij namelijk deze punten in de genoemde opeenvolging van voren naar achteren voorkomen. Teller en noemer van η_m en η_d verlopen dus monotoon; de tellers zijn steeds kleiner dan 1, bij den noemer van η_m is dit eveneens het geval, de noemer van η_d is echter steeds grooter dan 1. Hieruit volgt, dat η_d monotoon afneemt van de waarde 1 tot de waarde 0 bij een stuwdruk q_a , die gegeven wordt door

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q_a}{S} \right)^n = 1, \quad (20)$$

om vervolgens bij stuwdrukken grooter dan q_a negatieve waarden aan te nemen.

Bij den stuwdruk q_a is ook de teller van η_m en daarmee η_m zelf gelijk aan 0 geworden, tenminste indien niet gelijktijdig de noemer tevens gelijk 0 is. Dit laatste is, zooals nader blijken zal, in den regel niet het geval, zoodat bij den stuwdruk q_a $\eta_m = \eta_d = 0$. Uit de interpretatie, die in punt 5 aan de bewegingsvergelijking (15a) gegeven is, blijkt nu, dat het vliegtuig bij den stuwdruk q_a zich gedraagt alsof zijn traagheidsmoment en de luchtdemping oneindig groot zijn. Het vliegtuig reageert dan niet op een rolroeruitslag; de vergelijking (15a) heeft dan immers bij iederen roeruitslag β de oplossing $\omega=0$.

Indien, wat gewoonlijk het geval is, de noemer van η_m bij q_a nog sterk positief is, is η_m evenals η_d bij een stuwdruk, die een weinig grooter is dan q_a , negatief. De coëfficiënten van het linkerlid der bewegingsvergelijking (15a) hebben dan negatieve waarden aangenomen in tegenstelling tot den toestand voor stuwdrukken kleiner dan q_a , waarbij deze coëfficiënten positief zijn. De bewegingen, die op eenzelfde roeruitslag β volgen, zijn dus voor stuwdrukken onder en boven q_a tegengesteld gericht, m.a.w. bij den

stuwdruk q_a keert de rolroerwerking om. Aan deze eigenschap ontleent de snelheid, die den stuwdruk q_a geeft, den naam „reversal speed”. Deze merkwaardige eigenschap van den stuwdruk q_a maakt, dat q_a als een ontoelaatbare stuwdruk moet worden aangemerkt. Het zal echter niet voldoende zijn q_a als een kritische stuwdruk bij het vliegen te vermijden; men zal bovendien den grootsten toegelaten stuwdruk op behoorlijk grooten afstand beneden q_a moeten begrenzen, omdat bij de nadering van q_a de coëfficiënten van het linkerlid der vergelijking (15a) steeds grooter worden, en de gevoeligheid van het vliegtuig voor zijn rolbesturing daarmee meer en meer afneemt.

Aan de definitie (20) van den stuwdruk q_a kan blijkens (5) de fysische beteekenis worden toegekend, dat zij den stuwdruk bepaalt, waarbij het primaire rolmoment R_{r0} uit den roeruitslag juist gecompenseerd wordt door het rolmoment uit de vervormingen, die de roeruitslag veroorzaakt.

In het voorgaande werd verondersteld, dat bij den stuwdruk q_a de noemer van η_m nog positief zou zijn, dus dat de stuwdruk q_b , waarbij deze noemer gelijk 0 wordt, grooter is dan q_a . In het tegenovergestelde geval blijft η_m beneden q_a niet positief; η_m is slechts positief tot den stuwdruk q_b , die gegeven wordt door de vergelijking

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{q_b}{S} \right)^n = 1. \quad (21)$$

Blijkens (8) heeft de stuwdruk q_b tot fysische beteekenis, dat hij de stuwdruk is, waarbij het rolmoment $I\dot{\omega}$ uit de traagheidskrachten juist gelijk is en tegengesteld aan het rolmoment R_m uit de vervormingen, die deze traagheidskrachten veroorzaken.

Bij de nadering van q_b nadert η_m asymptotisch tot ∞ , terwijl η_d eindige waarden behoudt. Volgens de interpretatie, die aan de bewegingsvergelijking in den vorm (15a) gegeven is, beteekent dit, dat het traagheidsmoment van het vliegtuig bij q_b gelijk nul is; het vliegtuig wordt traagheidsloos, het reageert onmiddellijk op een roeruitslag door de bij dezen uitslag behorende rotatiesnelheid aan te nemen. Welke consequentie deze eigenschap van q_b heeft voor de rolbesturing blijkt als de vliegtuigbeweging beschouwd wordt, die na overschrijding van q_b optreedt.

De oplossing (16) van de bewegingsvergelijking kan in den vorm gegeven worden

$$\omega = C e^{-\frac{K q \eta_m}{I V \eta_d} \tau} + \text{particuliere oplossing.}$$

Na overschrijding van q_b is $\eta_m/\eta_d < 0$, zooals uit (9) en (13) blijkt. Dan is de exponent van e in de algemeene oplossing positief, zoodat de hoeksnelheid aperiodisch, onafhankelijk van β , toeneemt. Een eenmaal aanwezige rotatiesnelheid ω_1 , die bij stuwdrukken beneden q_b blijkens (19) gedempt zou worden, neemt bij stuwdruk-

ken boven q_b meer en meer toe. De beweging van het vliegtuig is daarmee instabiel geworden. De stuwdruk q_b is daarom een kritische stuwdruk, die als ontoelaatbaar moet worden vermeden.

De merkwaardige stuwdrukken q_a en q_b waren gedefinieerd door het gelijk nul worden van teller of noemer van η_m en η_d . Een derde kritische stuwdruk q_c is gedefinieerd door het oneindig groot worden van den teller of noemer van η_m en η_d ; deze worden oneindig groot, doordat de reeksen, die zij bevatten, niet langer convergeren. Het zal blijken, dat de reeksen

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \quad \text{en} \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_{dn} \left(\frac{q}{S} \right)^n$$

bij dezelfde waarde van q , q_c , divergeeren, zoodat η_m en η_d bij dezen stuwdruk onbepaald zijn. De bijbehorende snelheid draagt den naam divergentie-snelheid (divergence-speed). Haar fysische beteekenis blijkt uit het onder punt 2 behandelde geval van den vastgehouden vleugel, waarbij een rolroeruitslag aanleiding geeft tot luchtkrachten, die bij q_c blijkens (4) oneindig maal zoo groot zijn als de primair door den rolroeruitslag opgewekte luchtkrachten. De vleugelvervorming is dus bij den stuwdruk q_c onstabiel. Ook deze kritische stuwdruk moet uiteraard bij het vliegen gemeden worden.

De voorwaarde, waaruit de stuwdruk q_c volgt, is de divergentievoorwaarde voor de eerder genoemde reeksen, die gegeven kan worden in den vorm

$$n \rightarrow \infty : \frac{a_{rn+1} \left(\frac{q_c}{S} \right)^{n+1}}{a_{rn} \left(\frac{q_c}{S} \right)^n} = \frac{a_{rn+1}}{a_{rn}} \frac{q_c}{S} = 1. \quad (22)$$

Voor de bestudeering van deze vergelijking is het begrip „eigenfunctie van de vleugelvervorming” van beteekenis.

7. De eigenfuncties van de vleugelvervorming.

De vleugel wordt door een belasting B van bepaald verloop langs de spanwijdte vervormd. De bijbehorende torsiehoeken Φ geven bij den stuwdruk q aanleiding tot luchtkrachten B_1 . Als eigenfuncties worden nu de belastingen B gedefinieerd, die de eigenschap hebben, dat de belasting B_1 gelijkvormig is met B .

In plaats van de functie B kan ook de functie Φ als eigenfunctie gesteld worden. De belasting B_1 levert immers, omdat zij gelijkvormig is met B , vervormingen Φ_1 op, die evenredig zijn met Φ . De voorwaarde van de gelijkvormigheid der opeenvolgende vervormingsstadia definieert dan de eigenfuncties der vervormingen.

Deze voorwaarde kan in mathematischen vorm worden gebracht. Uit de draagvlaktheorie volgt namelijk, dat B_1 een lineaire functie is van Φ , vermenigvuldigd met q .

$$B_1 = q f(\Phi).$$

De torsiehoeken Φ_1 , uit B_1 volgende, worden

dan eveneens gegeven door een lineaire functie van Φ , vermenigvuldigd met q

$$\Phi_1 = qF(\Phi).$$

Als nu Φ_1 evenredig moet zijn met Φ heeft de voorwaarde, die de eigenfunctie Φ bepaalt, den vorm

$$c\Phi = qF(\Phi), \quad (23)$$

waarin c de evenredigheidsconstante is. Bij een bepaalde waarde van q , die hier als q_c zal worden aangeduid, is deze evenredigheidsconstante $c=1$, zoodat de vergelijking van de eigenfuncties ook geschreven kan worden in den vorm

$$\Phi - q_c F(\Phi) = 0. \quad (24)$$

De stuwdruk q_c , bij welken aan (24) wordt voldaan, kan als de „eigenwaarde” van het probleem worden aangemerkt.

Bij een willekeurigen stuwdruk q is de verhouding c tusschen de opeenvolgende vervormingsfasen, zooals uit het quotiënt van (23) en (24) volgt, gegeven door

$$c = \frac{q}{q_c}. \quad (25)$$

De primaire vervorming Φ_0 geeft dus bij den stuwdruk q aanleiding tot een secundaire vervorming $\Phi_1 = q/q_c \Phi_0$; Φ_1 veroorzaakt vervolgens weer een vervorming $\Phi_2 = q/q_c \Phi_1$, en zoo voort. De geheele vervorming Φ , waartoe de primaire vervorming Φ_0 bij den stuwdruk q leidt, kan daarom uitgedrukt worden als som van de reeks

$$\Phi = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n = \Phi_0 \left[1 + \frac{q}{q_c} + \left(\frac{q}{q_c}\right)^2 + \dots + \left(\frac{q}{q_c}\right)^n + \dots \right] = \frac{\Phi_0}{1 - q/q_c}. \quad (26)$$

Zoolang $q/q_c < 1$, heeft de reeks een eindige som; bij de nadering van q tot q_c wordt Φ/Φ_0 steeds grooter, totdat bij $q=q_c$ het quotiënt der opeenvolgende termen van de reeks gelijk 1 wordt, overeenkomstig het divergentie criterium (22), en Φ/Φ_0 oneindig groot wordt. Met andere woorden: bij den stuwdruk q_c wordt de vleugelvervorming onstabiel; de vleugel knikt uit onder de luchtbelasting met den „knikvorm” Φ . De stuwdruk q_c is de bijbehorende kniklast.

De knikvorm Φ en de kniklast q_c kunnen worden bepaald uit de vergelijking (24). F heeft in het algemeen een ingewikkelde gedaante, die integralen van Φ en haar afgeleiden naar y zal bevatten. Immers wordt het verband tusschen de circulatieverdeling en het invalshoekverloop Φ uitgedrukt door een homogene lineaire integraalvergelijking; het verband tusschen B_1 en Φ heeft dus een dergelijk karakter. Vervolgens wordt het verband tusschen B_1 en Φ_1 in den regel gegeven door een lineaire differentiaalvergelijking, waarvan de vorm bepaald wordt door het constructietype van den vleugel. De vergelijking (24) is dan ook slechts een symbolische aanduiding voor een vergelijking, die meestal niet in expliciten vorm gegeven zal kunnen wor-

den, doch die in wezen van het type van de homogene lineaire integraalvergelijking is.

Deze homogene lineaire vergelijking in Φ heeft oneindig veel eigenfuncties $\Phi^{(i)}$ met oneindig veel eigenwaarden $q_c^{(i)}$. Evenzoo zijn er oneindig veel eigenfuncties $B^{(i)}$.

Om een indruk te geven over de gedaante van de verschillende eigenfuncties, worden hier de resultaten meegedeeld van een berekening over een eenvoudig geval, waarbij bovendien een vereenvoudigde veronderstelling gemaakt is over de circulatieverdeling. Het betreft een prismatischen vleugel met langs de spanwijdte constante torsiestijfheid en constante ligging van het elastisch centrum. Over de circulatieverdeling is veronder-

steld, dat $\frac{dc_a}{d\Phi}$ langs de spanwijdte constant en onafhankelijk van het verloop van Φ is. In dit geval heeft de vergelijking (24) de eenvoudige gedaante

$$\frac{d^2 \Phi}{dy^2} + k^2 \Phi = 0 \quad (27)$$

met

$$k^2 = q_c \frac{dc_a E t}{d \Phi S}.$$

E = afstand van het elastisch centrum achter het aerodynamisch centrum.

Deze vergelijking heeft tot oplossingen, tevens als eigenfuncties,

$$\left. \begin{aligned} \Phi^{(i)} &= \sin(2i-1)\pi \frac{y}{b} \\ \text{en de eigenwaarden zijn} \\ q_c^{(i)} &= \frac{S}{dc_a E t} (2i-1)^2 \frac{\pi^2}{b^2} = q_c^{(j)} (2i-1)^2. \end{aligned} \right\} i=1, 2, 3, \dots \quad (28)$$

De eerste eigenfunctie $\Phi^{(1)}$, die tevens de laagste eigenwaarde oplevert, geeft dus een knikvorm, waarbij de vleugelhelte $1/4$ golf lengte omvat; $\Phi^{(1)}$ neemt naar den vleugeltip steeds toe. De tweede eigenfunctie geeft over de halve spanwijdte één teekenwisseling te zien, elke opvolgende eigenfunctie heeft één teekenwisseling meer. De eigenwaarden van de hogere eigenfuncties blijken zeer snel in grootte te stijgen; zij hebben de verhouding 1, 9, 25, 49, enz.

Het mag verwacht worden, dat de eigenfuncties in het algemeen de aan het bijzondere geval gesignaleerde eigenschappen zullen hebben, namelijk $i-1$ teekenwisselingen langs de halve vleugelbreedte bij de i^{de} eigenfunctie en snelle toename in grootte van de opeenvolgende eigenwaarden

Een willekeurige primaire belasting B_0 kan steeds ontwikkeld worden in de eigenfuncties $B^{(i)}$

$$B_0 = \sum_{i=1}^{\infty} a_i B^{(i)}. \quad (29)$$

De bijbehorende primaire vervorming Φ_0 kan dan eveneens ontwikkeld worden volgens de eigenfuncties der vervormingen

$$\Phi_0 = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \Phi_0^{(i)}.$$

Bij den stuwdruk q groeit de belasting $B^{(i)}$, overeenkomstig (26) aan tot de waarde

$$\frac{B^{(i)}}{1 - q/q_c^{(i)}},$$

zoodat de totale belasting, die uit de primaire belasting B_0 bij den stuwdruk q ontstaat, bedraagt

$$B = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{1 - q/q_c^{(i)}} B^{(i)}. \quad (30)$$

Zoodra de belasting B_0 onder haar samenstellende deelen tevens de eerste eigenfunctie bevat, nadert blijkens (30) B tot ∞ als q tot $q_c^{(1)}$ nadert.

Dit geldt niet alleen voor de verdeelde belasting per lengte-eenheid der spanwijdte, doch tevens voor iedere som der belasting over den geheelen vleugel. Onder B mag dus ook het rolmoment verstaan worden.

8. Toepassing van de eigenfuncties op de rolbelastingen.

Blijkens (4), (8) en (12) is

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n = 1 - R_r/R_{r0},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{q}{S} \right)^n = R_m/I\dot{\omega},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{dn} \left(\frac{q}{S} \right)^n = R_d/R_{d0} - 1.$$

Het oneindig groot worden van deze sommen beteekent dus resp. het oneindig groot worden van:

het rolmoment R_r , dat uit het primaire rolmoment R_{r0} ontstaat,

het rolmoment R_m , dat uit de traagheidskrachten met het moment $I\dot{\omega}$ ontstaat,

het rolmoment R_d , dat uit het dempende rolmoment R_{d0} ontstaat.

Al deze 3 primaire belastingen R_{r0} , $I\dot{\omega}$ en R_{d0} zijn van een zoodanig type, dat zij zeker ook de eerste eigenfunctie bevatten: het torsiemoment neemt immers over het algemeen toe van den vleugeltip naar het midden. De rolmomenten R_r , R_m en R_d nemen dan ook ingevolge (30) oneindig groote waarden aan bij den stuwdruk $q_c^{(1)}$. Bij dezen stuwdruk wordt aan de voorwaarde (22) voldaan voor de 3 genoemde sommen. Hiermee is het onder punt 6 bedoelde bewijs geleverd.

De eigenfuncties der belastingen hebben krachtens hun definitie de eigenschap, dat zij door vervorming van den vleugel aanleiding geven tot een gelijkvormige belasting. Deze gelijkvormige belasting grijpt, omdat zij door invalshoekverandering ontstaat, aan in het aerodynamisch centrum. Alleen belastingen, die in het aerodynamisch centrum aangrijpen, kunnen dus in eigenfuncties ontwikkeld worden.

Om deze reden worden de primaire rolroer-

belasting, die het rolmoment R_{r0} oplevert, en de belasting door traagheidskrachten, die het moment $I\dot{\omega}$ geven, niet direct in de eigenfuncties ontwikkeld. Deze ontwikkeling is eerst mogelijk met de torsiemomenten van deze belastingen, met de door deze torsiemomenten opgewekte vervormingen φ_{r1} en φ_{m1} , of met de uit φ_{r1} en φ_{m1} volgende luchtkrachten, voor welke laatste de rolmomenten R_{r1} en R_{m1} genomen kunnen worden.

De primaire dempende luchtkrachten grijpen echter in het aerodynamisch centrum aan en zij of hun rolmoment R_{d0} kunnen dus onmiddellijk in de eigenfuncties worden uitgedrukt.

Omdat het in deze berekeningen steeds om de rolmomenten gaat, wordt de ontwikkeling in eigenfuncties op de rolmomenten R_{r1} , R_{m1} en R_{d0} toegepast.¹⁾

Aan de eigenfuncties wordt een bepaalde grootte toegekend, door hen op een of andere wijze te normeren. Zoo ontstaat het eenheidsrolmoment $R^{(i)}$ uit de i^{de} eigenfunctie. Op deze wijze worden R_{r1} , R_{m1} en R_{d0} ontbonden in

$$R_{r1} = \frac{q}{S} \sum_{i=1}^{\infty} a_{ri} R^{(i)}, \quad (31a)$$

$$R_{m1} = \frac{q}{S} \sum_{i=1}^{\infty} a_{mi} R^{(i)}, \quad (31b)$$

$$R_{d0} = \frac{q}{S} \sum_{i=1}^{\infty} a_{di} R^{(i)}. \quad (31c)$$

De factor $\frac{q}{S}$ is hier buiten de coëfficiënten a gelaten, om deze laatste onafhankelijk van q te doen zijn.

Zooals uit (29) de vergelijking (30) volgt, volgt nu ook uit (31)

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_{rn} = \frac{q}{S} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{ri}}{1 - q/q_c^{(i)}} R^{(i)}, \quad (32a)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_{mn} = \frac{q}{S} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{mi}}{1 - q/q_c^{(i)}} R^{(i)}, \quad (32b)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_{dn} = \frac{q}{S} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{di}}{1 - q/q_c^{(i)}} R^{(i)}. \quad (32c)$$

Anderzijds volgt uit (4)

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_{rn} = R_r - R_{r0} = -R_{r0} \sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q}{S} \right)^n, \quad (33a)$$

uit (8)

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_{mn} = R_m = I\dot{\omega} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \quad (33b)$$

en uit (12)

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_{dn} = R_d = R_{d0} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{dn} \left(\frac{q}{S} \right)^n \right]. \quad (33c)$$

¹⁾ Als hier en in het vervolg een rolmoment, dat toch geen functie van y is naar zijn eigenfuncties ontwikkeld is gedacht, wordt bedoeld, dat de luchtkrachten, waaruit het rolmoment zich samenstelt, naar de eigenfuncties der verdeelde belasting ontwikkeld worden. Het bij de i^{de} eigenfunctie der luchtkrachten behorende rolmoment $R^{(i)}$ wordt „eigenfunctie van het rolmoment” genoemd, ook al ontbreekt er het functie-karakter aan.

Uit de gelijkheid van (32) en (33) volgt nu met (9) en (13)

$$\eta_m = \frac{1 + \frac{1}{R_{r0}} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{ri}}{1 - q/q_c^{(i)}} R^{(i)}}{1 - \frac{1}{I \omega} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{mi}}{1 - q/q_c^{(i)}} R^{(i)}}, \quad (34a)$$

$$\eta_d = \frac{1 + \frac{1}{R_{d0}} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{di}}{1 - q/q_c^{(i)}} R^{(i)}}{\frac{1}{R_{d0}} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{di}}{1 - q/q_c^{(i)}} R^{(i)}}, \quad (34b)$$

terwijl verder de vergelijkingen (20) en (21), die q_a en q_b bepalen, overgaan in

$$-\frac{1}{R_{r0}} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{ri}}{1 - q_a/q_c^{(i)}} R^{(i)} = 1, \quad (35a)$$

$$\frac{1}{I \omega} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{mi}}{1 - q_b/q_c^{(i)}} R^{(i)} = 1. \quad (35b)$$

Indien dus eenmaal de eigenfuncties met hun eigenwaarden $q_c^{(i)}$ bepaald zijn, geeft de ontwikkeling van de belastingen R_{r1} , R_{m1} en R_{d0} volgens (31) de mogelijkheid de nuttige effecten η_m en η_d en de critische stuwdrukken q_a en q_b direct uit (34) en (35) te berekenen.

9. Benaderingsmethode voor praktische berekening.

De in punt 8 gegeven vergelijkingen voor de te berekenen grootheden η_m , η_d , q_a en q_b zijn alleen dan bruikbaar, als inderdaad de eigenfuncties met hun eigenwaarden kunnen worden bepaald op een wijze, die niet al te veel rekenwerk meebrengt. Zooals ook reeds onder punt 7 is aangeduid, wordt aan deze voorwaarde echter niet voldaan. Het is dan uit het oogpunt van snelheid van berekening voordeliger de coëfficiënten a_{rn} , a_{mn} en a_{dn} voor b.v. $n=1, 2$ en 3 direct te berekenen en de coëfficiënten voor hogere waarden van n met behulp van extrapolatie te schatten.

Het is echter mogelijk onder benutting van de eigenschappen der eigenfuncties, doch zonder deze functies zelf te bepalen, te komen tot een benaderingsberekening, die minder bewerkelijk is dan de directe berekening van de coëfficiënten a_{rn} , a_{mn} en a_{dn} . Deze hier voorgestelde methode is gebaseerd op de overweging, dat in de ontbinding van de rolmomenten R_{r1} , R_{m1} en R_{d0} volgens (31) de 1^{ste} eigenfunctie verreweg de belangrijkste bijdrage levert. Dat dit zoo is heeft de volgende redenen:

1e. De invalshoeken φ_{r1} , φ_{m1} en $\frac{\omega}{V} y$, waaruit de genoemde rolmomenten ontstaan, hebben steeds een verloop, waarbij zij van het vleugelmidden naar den tip toenemen; zij hebben daarmee in hoofdzaak het type van de eerste eigenfunctie.

2e. Het verschil tusschen de onder 1e genoemde hoeken en de componenten volgens de 1^{ste} eigenfunctie, welke zij bevatten, bevat componenten volgens de 2^{de}, 3^{de} en volgende eigenfuncties. Bij deze eigenfuncties van hogere orde $\Phi^{(i)}$ wisselt het teken langs de vleugelbreedte $i-1$ malen. Dit beteekent, dat de gedeelten van den vleugel, waarbinnen het teken van $\Phi^{(i)}$ gelijk blijft, een kleine slankheid heeft; bovendien werken de aangrenzende vleugeldeelten met verschillend voorteken van $\Phi^{(i)}$ elkaar tegen bij de circulatievorming. Hieruit volgt, dat $\frac{d c_a}{d \Phi}$ kleiner is naarmate de orde der eigenfunctie hoger is.

De luchtkrachten, die uit φ_{r1} , φ_{m1} en $\frac{\omega}{V} y$ volgen, verschillen dus al minder van de 1^{ste} eigenfunctie $B^{(1)}$ dan de genoemde hoeken verschillen van de 1^{ste} eigenfunctie $\Phi^{(1)}$.

3e. Wegens de wisseling van voorteken langs de halve vleugelbreedte bij de 2^{de} eigenfunctie $\Phi^{(2)}$ en $B^{(2)}$ is het rolmoment $R^{(2)}$ het verschil van 2 bedragen. Vooral deze omstandigheid maakt, dat reeds de 2^{de} eigenfunctie van zeer ondergeschikte betekenis is voor de bepaling van het rolmoment, die het eigenlijke doel van deze berekeningen vormt. Dit geldt nog meer voor de rolmomenten $R^{(i)}$ van hogere orde. Het verschil tusschen R_{r1} , enz.²⁾ en de componenten volgens de 1^{ste} eigenfunctie $\sum a_{r1} R^{(1)}$, enz. die zij bevatten, is dus een orde van grootte kleiner dan het verschil tusschen φ_{r1} , enz. en de componenten $\sum a_{r1} \Phi^{(1)}$, enz.

Op grond van deze 3 redenen tezamen mag verwacht worden, dat in de ontbinding volgens (31) de componenten van hogere dan de 1^{ste} orde verwaarloosbaar klein zijn.

$$\begin{aligned} R_{r1} &\approx \sum a_{r1} R^{(1)}, \\ R_{m1} &\approx \sum a_{m1} R^{(1)}, \\ R_{d0} &\approx \sum a_{d1} R^{(1)}. \end{aligned} \quad (36)$$

Dit resultaat motiveert tevens de bruikbaarheid van het schema van den half-stijven vleugel, dat door Engelsche onderzoekers is ingevoerd. De vervorming bij den half-stijven vleugel is namelijk in hoofdzaak van het type der 1^{ste} eigenfunctie. De verschillen tusschen deze vervorming en de werkelijke vervorming zijn in hoofdzaak samengesteld uit de eigenfuncties van hogere orde; zij geven geen belangrijke bijdragen tot het rolmoment.

²⁾ De grootheden R_{m1} en R_{d0} worden hier onder „enz.” samengevat. Met „enz.” wordt dus hier en in het vervolg bedoeld, dat overeenkomstige uitdrukkingen worden verkregen na vervanging van den index r door m en d .

Vergelijking (36) kan ook zoo geïnterpreteerd worden, dat overal waar de grootheden $\frac{q}{S} a_{ri} R^{(i)}$, enz. voorkomen deze vervangen mogen worden door R_{ri} , enz. en dat verder $\frac{q}{S} a_{ri} R^{(i)}$, enz. voor $i \gg 2$ overal, waar zij voorkomen, verwaarloosd mogen worden. De vervanging van $\frac{q}{S} a_{ri} R^{(i)}$ door R_{ri} brengt nog een verdere verkleining van de fout mee. De sommen, die in (34) en (35) optreden, kunnen namelijk herleid worden tot:

$$\frac{q}{S} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{ri}}{1 - q/q_c^{(i)}} R^{(i)} = \frac{q}{S} \frac{\sum_{i=1}^{\infty} a_{ri} R^{(i)}}{1 - q/q_c^{(1)}} - \frac{q}{S} \sum_{i=2}^{\infty} a_{ri} R^{(i)} \frac{1 - q_c^{(1)}/q_c^{(i)}}{(1 - q/q_c^{(i)})(q_c^{(1)}/q - 1)}.$$

Hiervoor wordt bij de voorgestelde wijze van benaderen geschreven $\frac{R_{r1}}{1 - q/q_c^{(1)}}$. In verband met

(31a) is het verwaarloosde rolmoment dus gelijk aan de 2^{de} term in het rechterlid der laatste vergelijking.

Deze term is belangrijk kleiner dan de som der verwaarloosbaar geachte rolmomenten van

hoogere orde $\frac{q}{S} \sum_{i=2}^{\infty} a_{ri} R^{(i)}$, omdat $\frac{1 - q_c^{(1)}/q_c^{(i)}}{1 - q/q_c^{(i)}} < 1$

en bovendien $q_c^{(1)}/q - 1$ doorgaans veel groter dan 1 is (b.v. 4). De verwaarloosde rolmomenten zijn dus slechts een fractie van de reeds zeer kleine rolmomenten van hogere orde.

Bij deze wijze van benaderen gaan (34) en (35), als voor $q_c^{(1)}$ tevens q_c geschreven wordt, over in

$$\eta_m = \left[1 + \frac{R_{r1}}{R_{r0}} \frac{1}{1 - q/q_c} \right] : \left[1 - \frac{R_{m1}}{I \dot{\omega}} \frac{1}{1 - q/q_c} \right],$$

$$\eta_d = \left[1 + \frac{R_{r1}}{R_{r0}} \frac{1}{1 - q/q_c} \right] \frac{1}{1 - q/q_c}.$$

$$- \frac{R_{r1}}{R_{r0}} \frac{1}{1 - q_a/q_c} = 1,$$

$$\frac{R_{m1}}{I \dot{\omega}} \frac{1}{1 - q_b/q_c} = 1.$$

Na substitutie van (1), (2) en (6) volgt:

$$\eta_m = \left[1 - a_{r1} \frac{q}{S} - \frac{q}{q_c} \right] : \left[1 - a_{m1} \frac{q}{S} - \frac{q}{q_c} \right], \quad (37a)$$

$$\eta_d = 1 - a_{r1} \frac{q}{S} - \frac{q}{q_c}, \quad (37b)$$

$$1 - a_{r1} \frac{q_a}{S} - \frac{q_a}{q_c} = 0, \quad (38a)$$

$$1 - a_{m1} \frac{q_b}{S} - \frac{q_b}{q_c} = 0. \quad (38b)$$

Substitutie van (38) in (37) geeft

$$\eta_m = \left(1 - q/q_a \right) : \left(1 - q/q_b \right),$$

$$\eta_d = 1 - q/q_a. \quad (39)$$

Uit de gelijkstelling (36) volgt verder, dat de evenredigheidsfactor c (25) tusschen de op-eenvolgende stadia der vervorming volgens de 1^{ste} eigenfunctie gegeven wordt door

$$c = \frac{q}{q_c} \approx \frac{R_{r2}}{R_{r1}} \approx \frac{R_{m2}}{R_{m1}} \approx \frac{R_{d1}}{R_{d0}}.$$

Of na invoering van (2), (3), (6), (7) en (11)

$$\frac{q}{q_c} \approx \frac{a_{r2} q}{a_{r1} S} \approx \frac{a_{m2} q}{a_{m1} S} \approx a_{d1} \frac{q}{S}. \quad (40)$$

De bepaling van q_c vergt dus de berekening van één der coëfficiënten a_{r2} , a_{m2} of a_{d1} . Nu wordt wegens de ingevoerde benadering niet exact aan (40) voldaan, zoodat de berekeningen van q_c uit a_{r2} , a_{m2} en a_{d1} in het algemeen elk een ander resultaat zullen geven, zij het ook, dat de verschillen gering zullen zijn. Daar de bepaling van ieder der coëfficiënten a_{r2} , a_{m2} en a_{d1} een gelijke hoeveelheid rekenwerk vereischt, ligt het voor de hand q_c te bepalen uit die coëfficiënt, welke om andere reden de voorkeur verdient. Het doel van deze berekeningen is de coëfficiënten van de bewegingsvergelijking (15a) te bepalen, hetgeen neerkomt op de bepaling van η_m en η_d , of, zooals uit (39) blijkt, de bepaling van q_a en q_b . Het zal nog blijken, dat q_a gewoonlijk kleiner is dan q_b , zoodat gewoonlijk

$$1 - \frac{q}{q_a} < 1 - \frac{q}{q_b}.$$

Een fout in q_a geeft dus een ernstiger storing in de nauwkeurigheid, waarmee η_m berekend wordt, dan een gelijke fout in q_b ; bovendien is een fout in q_b niet van invloed op η_d . Dit alles pleit ervoor, dat q_a zoo nauwkeurig mogelijk bepaald moet worden, eventueel ten koste van de nauwkeurigheid van q_b . Omdat q_a exact door (20) gedefinieerd is, is het voor een nauwkeurige bepaling van q_a van belang ook de 2^{de} term van de reeks $\sum_{n=1}^{\infty} a_{rn} \left(\frac{q_a}{S} \right)^n$ nauwkeurig

te kennen. Daarom wordt de coëfficiënt a_{rb} gekozen ter bepaling van q_c ,

$$\frac{q}{q_c} = \frac{a_{r2} q}{a_{r1} S}. \quad (40a)$$

De kritische stuwdrukken worden dan gegeven door

$$\frac{S}{q_a} = a_{r1} + \frac{a_{r2}}{a_{r1}}, \quad (41a)$$

$$\frac{S}{q_b} = a_{m1} + \frac{a_{r2}}{a_{r1}}, \quad (41b)$$

$$\frac{S}{q_c} = \frac{a_{r2}}{a_{r1}}. \quad (41c)$$

Voor hun berekening is dus de kennis van a_{r1} , a_{r2} en a_{m1} voldoende. Deze coëfficiënten volgen uit de vergelijkingen (2), (3) en (6) zooals onder punt 2 en 3 besproken is.

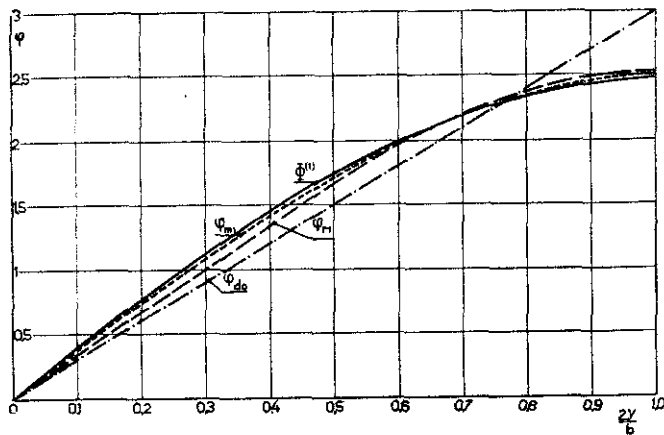
De vergelijking (15 a) voor de rolbeweging van het vliegtuig verkrijgt na substitutie van (39) den vorm:

$$(1 - q/q_b) I \ddot{\omega} + K \frac{q}{V} \dot{\omega} = (1 - q/q_a) A q \beta. \quad (42)$$

Om een indruk te geven van de mate van nauwkeurigheid, die met de ontwikkelde methode bereikt wordt, worden hier de resultaten vermeld van een berekening betreffende het reeds onder punt 7 besproken geval van den prismatischen vleugel, waarbij de rolroeren zich uitstrekken van

$y = \frac{b}{4}$ tot $y = \frac{b}{2}$. Behalve de veronderstelling, dat $\frac{dc_a}{d\Phi}$ langs de vleugelbreedte constant en onaf-

hankelijk van het verloop van Φ is — welke veronderstelling tot een overschatting van den invloed der eigenfuncties van hogere orde voert — wordt verder de veronderstelling ingevoerd, dat de primaire rolroerbelasting gelijk nul is op het deel van den vleugel binnen de rolroeren en constant per lengte-eenheid is over het



Teekening N.L.L.

Fig. 2. Prismatische vleugel: hoeken φ_{r1} uit de primaire rolroerbelasting, φ_{m1} uit de massakrachten, φ_{d0} uit de rotatie van het vliegtuig en de eerste eigenfunctie $\Phi^{(1)}$, genormeerd voor gelijk rolmoment.

deel van de vleugelbreedte, waar zich de rolroeren bevinden. De hoeken φ_{r1} uit de primaire rolroerbelasting, φ_{m1} uit de massakrachten en φ_{d0} uit de rotatie van het vliegtuig zijn met de eerste eigenfunctie $\Phi^{(1)}$ in fig. 2 afgebeeld; zij zijn op zoodanige schaal uitgezet, dat zij een gelijk rolmoment opleveren. Alleen φ_{d0} blijkt sterk van $\Phi^{(1)}$ af te wijken.

Voor dit geval is de berekening van de rolmomenten $R_r - R_{r0}$, R_m en R_d resp. uit φ_{r1} , φ_{m1} en φ_{d0} uitgevoerd, waarbij zoowel de exacte waarden van deze momenten werd bepaald als hun benaderde waarde. Deze laatste met een overstreeping indicierend geeft de vergelijking der resultaten het volgende beeld.

$$\bar{R}_r - R_{r0} = 0.999 (R_r - R_{r0}),$$

$$\bar{R}_m = 1.000 R_m,$$

$$\bar{R}_d = 1.004 R_d.$$

Deze getalwaarden gelden voor $q/q_c = 0.4$, hetgeen een zeer hooge waarde is; voor kleinere waarden van q/q_c zijn de fouten kleiner. Bij deze verschillen tusschen $\bar{R}$ en R zijn de fouten in de kritische stuwdrukken q_a , q_b en q_c niet grooter dan 1%.

10. Onderlinge verhouding van de 3 kritische stuwdrukken.

In punt 2 en 3 is betoogd, dat de coëfficiënten a_{r1} , a_{r2} en a_{m1} positief zijn als het aerodynamisch vóór het elastisch centrum ligt en het drukpunt der primaire rolroerbelasting alsmede het zwaartepunt van de vleugelmassa's achter het elastisch centrum liggen. Deze onderlinge ligging van de genoemde punten is in den regel aanwezig. Uit (41) blijkt nu, dat onder deze omstandigheden q_c steeds grooter is dan q_a en q_b , terwijl $q_a < q_b$, indien $a_{r1} > a_{m1}$.

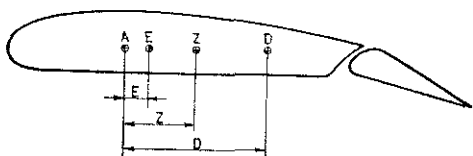
Nu is a_{r1} volgens (2) gelijk aan het rolmoment, dat uit een primair rolmoment $R_{r0} = -1$ bij $q/S = 1$ ontstaat, terwijl a_{m1} volgens (6) gelijk is aan het rolmoment, dat uit de massakrachten met een moment $-I \dot{\omega} = -1$ bij $q/S = 1$ ontstaat.

De primaire luchtkrachten en de massakrachten zijn in hoofdzaak op gelijke wijze langs de vleugelbreedte verdeeld. Als dus de momenten R_{r0} en $-I \dot{\omega}$ gelijke grootte hebben, namelijk gelijk aan -1 zijn, zijn de langs de vleugelbreedte verdeelde belastingen ook ongeveer gelijk. De torsiemomenten en daarmee de torsiehoeken φ_{r1} en φ_{m1} verschillen dan hoofdzakelijk doordat de afstanden van het elastisch centrum tot het drukpunt der primaire rolroerbelasting en tot het zwaartepunt verschillen. De hoeken φ_{r1} en φ_{m1} en daarmee de uit deze hoeken bij den stuwdruk $q = S$ volgende rolmomenten a_{r1} en a_{m1} zijn dus in hoofdzaak evenredig met de genoemde afstanden. Nu ligt het drukpunt der primaire rolroerbelasting gewoonlijk achter het midden van de vleugelkoorde. Voor een dergelijke achterlijke ligging van het zwaartepunt van de vleugelmassa's is vrijwel nooit aanleiding. Zij is ook ongewenscht, omdat zij het optreden van onstabiele buigings-torsietrillingen van den vleugel begunstigt. Daarom zal wel steeds het zwaartepunt vóór het drukpunt der primaire rolroerbelasting liggen, zoodat $a_{r1} > a_{m1}$ en $q_a < q_b$.

Een dergelijke beschouwing kan gehouden worden over de verhouding van a_{r1} tot $\frac{a_{r2}}{a_{r1}}$. De

grootheid $\frac{a_{r2}}{a_{r1}}$ is namelijk blijkens (2) en (3) gelijk aan het rolmoment, dat uit het rolmoment $R_{r1} = -1$ bij $\frac{q}{S} = 1$ ontstaat, zooals a_{r1} gelijk is aan het rolmoment, dat uit het rolmoment $R_{r0} = -1$

bij $\frac{q}{S} = 1$ ontstaat. De primaire luchtkrachten en de luchtkrachten behorend bij R_{r1} zijn in hoofdzaak op gelijke wijze langs de vleugelbreedte verdeeld; zij verschillen voornamelijk door hun aangrijpingspunt in koorderichting. Als dus de momenten R_{r0} en R_{r1} gelijke grootte hebben, zijn de langs de vleugelbreedte verdeelde belastingen ook ongeveer gelijk. De torsiemomenten, daarmee de torsiehoeken φ_{r1} en φ_{r2} en vervolgens ook de hieruit bij $q = S$ volgende belastingen a_{r1} en $-\frac{a_{r2}}{a_{r1}}$ zijn dan ongeveer evenredig met de afstanden van het elastisch centrum resp. tot het drukpunt der primaire rolroerbelasting en het aerodynamisch centrum.



Teekening N.L.L.

Fig. 3. Gewoonlijk aanwezige onderlinge ligging van het aerodynamisch centrum (A), het elastisch centrum (E), het zwaartepunt der vleugelmassa's (Z) en het drukpunt der primaire rolroerbelasting (D).

Uit dit resultaat en dat over de verhouding van a_{r1} en a_{m1} volgt nu (zie fig. 3), dat $a_{r1} + \frac{a_{r2}}{a_{r1}}$, $a_{m1} + \frac{a_{r2}}{a_{r1}}$ en $\frac{a_{r2}}{a_{r1}}$ zich ongeveer verhouden als de afstanden van het aerodynamisch centrum resp. tot het drukpunt der primaire rolroerbelasting, tot het zwaartepunt der vleugelmassa's en tot het elastisch centrum. Blijkens (41) verhouden zich de kritische stuwdrukken q_a , q_b en q_c zich dus ongeveer als de reciproke waarden van deze afstanden

$$q_a : q_b : q_c \approx \frac{1}{D} : \frac{1}{Z} : \frac{1}{E}. \quad (43)$$

Gewoonlijk zijn deze verhoudingen ongeveer als 1 : 2 : 6.

11. Verdere vereenvoudiging van de berekening.

Veelal zal de betrekking (43) de mogelijkheid bieden de beide andere kritische stuwdrukken te schatten als er slechts één bekend is. Dit levert een verdere vereenvoudiging van het rekenwerk op, omdat dan volstaan kan worden met de bepaling van a_{r1} volgens vergelijking (2) en de berekening van a_{r2} en a_{m1} kan vervallen.

Uit a_{r1} volgt dan namelijk met behulp van (41) en (43)

$$\frac{a_{r2}}{a_{r1}} = \frac{E}{D-E} a_{r1},$$

$$a_{m1} = \frac{Z-E}{D-E} a_{r1},$$

zoodat volgens (41)

$$\frac{S}{q_a} = \frac{D}{D-E} a_{r1}, \quad (44a)$$

$$\frac{S}{q_b} = \frac{Z}{D-E} a_{r1}, \quad (44b)$$

$$\frac{S}{q_c} = \frac{E}{D-E} a_{r1}, \quad (44c)$$

waarna uit (39) met (1) en (2) volgt

$$\eta_m = \left(1 + \frac{D}{D-E} \frac{R_{r1}}{R_{r0}}\right) : \left(1 + \frac{Z}{D-E} \frac{R_{r1}}{R_{r0}}\right), \quad (45a)$$

$$\eta_d = 1 + \frac{D}{D-E} \frac{R_{r1}}{R_{r0}} \quad (45b)$$

en de bewegingsvergelijking (42) den vorm aanneemt

$$\left(1 + \frac{Z}{D-E} \frac{R_{r1}}{R_{r0}}\right) I \ddot{\omega} - R_{d0} = \left(1 + \frac{D}{D-E} \frac{R_{r1}}{R_{r0}}\right) R_{r0}. \quad (46)$$

Voor de bepaling van R_{r0} , R_{r1} en R_{d0} is de methode aangegeven in punt 2 en 4.

12. Conclusies.

De elastische verwringing van den vleugel maakt, dat de luchtkrachten op den vleugel bij rolroeruitslag mede bepaald worden door de vervormingen. In dit opzicht zijn de vervormingen van belang, die direct door de luchtkrachten uit den rolroeruitslag opgewekt worden; voorts de vervormingen door massakrachten uit de hoekversnelling om de langsas van het vliegtuig en de vervormingen door de dempende luchtkrachten uit de rotatiesnelheid om de langsas.

Het begrip nuttig effect invoerend blijken 2 grootheden met het karakter van nuttig effect t.o.v. den toestand bij den als „ideaal” beschouwden volkomen torsiestijven vleugel van betekenis te zijn.

- 1e. Het nuttig effect η_m , dat de verhouding aan geeft tusschen de hoekversnellingen direct na een plotseligen roeruitslag voor den elastischen en den volkomen stijven vleugel (9).
- 2e. Het nuttig effect η_d , dat de verhouding aan geeft tusschen de hoeksnelheden bij constanten roeruitslag voor den elastischen en den volkomen stijven vleugel (13).

η_m en η_d worden beide nul bij den stuwdruk q_a (20); η_m wordt oneindig groot bij den stuwdruk q_b (21); η_m en η_d zijn beide onbepaald bij den stuwdruk q_c (22). Bij den stuwdruk q_a heeft de roeruitslag geen uitwerking; bij overschrijding van dezen grens keert de uitwerking van teeken om. De stuwdruk q_b is de stuwdruk, waarbij de rolbeweging onstabiel is geworden als gevolg van de vervormingen door de traagheidskrachten. De stuwdruk q_c is de stuwdruk, waarbij de vervorming van den vleugel onstabiel is geworden onder invloed van de luchtkrachten alleen.

η_m en η_d worden met goede benadering in q , q_a en q_b uitgedrukt door (39).

Bij k -voudige vergrooting van de torsiestijfheid wordt de stuwdruk, waarbij bepaalde waarden van η_m en η_d optreden, k maal zoo groot;

eveneens worden de kritische stuwdrukken q_a , q_b en q_c k maal zoo groot.

Omkeering van rolroerwerking is alleen mogelijk, indien het drukpunt der primaire belasting door rolroeruitslag achter het torsiecentrum en het aerodynamisch centrum ligt.

Onstabiliteit der rolbeweging is alleen mogelijk, indien het zwaartepunt der vleugelmasse's achter het torsiecentrum en het aerodynamisch centrum ligt.

Onstabiliteit der vervormingen is alleen mogelijk, indien het aerodynamisch centrum vóór het torsiecentrum ligt.

In den regel heeft men de diverse belangrijke punten in de opeenvolging van voren naar achteren: aerodynamisch centrum, torsiecentrum, zwaartepunt der vleugelmasse's, drukpunt der primaire rolroerkrachten. Bij deze volgorde heeft men $q_a < q_b < q_c$, terwijl voor $q < q_a$ geldt $1 > \eta_m > \eta_d$. Bij verwisseling in volgorde van zwaartepunt en drukpunt heeft men $q_b < q_a < q_c$, terwijl voor $q < q_b$ geldt $\eta_m > 1 > \eta_d$.

De stuwdrukken q_a , q_b en q_c verhouden zich globaal als de reciproke waarden der afstanden van het aerodynamisch centrum respectievelijk tot het drukpunt der primaire rolroerkrachten, het zwaartepunt der vleugelmasse's en het elastische centrum (43).

De algemeene bewegingsvergelijking van de rotatie van het vliegtuig om zijn langsas blijkt gegeven te kunnen worden in den vorm van vergelijking (15 a), waaruit volgt, dat de beweging van een vliegtuig met elastischen vleugel dezelfde is als die van een vliegtuig met volkomen stijven vleugel, mits in het laatste geval het traagheidsmoment van het vliegtuig $1/\eta_m$ maal en de dempende luchtkrachten $1/\eta_d$ maal vergroot zijn. Bij den elastischen vleugel zijn dus voor stuwdrukken kleiner dan q_a het schijnbare traagheidsmoment en de schijnbare luchtdemping grooter als gevolg van de vervormingen, hetgeen een verminderde gevoeligheid van het vliegtuig voor rolroeruitslag beteekent.

Bij den stuwdruk q_a verandert de bewegingsrichting, die de rolroeruitslag opwekt. Bij overschrijding van den stuwdruk q_b is de beweging van het vliegtuig aperiodisch ongedempt, d.w.z. zij is onstabiel.

Een exacte numerische berekening van η_m en η_d bestaat in de bepaling van de som van een drietal machtrekken in q .

De verhouding van 2 opeenvolgende termen dezer reeksen is ongeveer gelijk aan q/q_c , welke verhouding wel steeds kleiner zal zijn dan 0,2. De reeksen convergeeren dus snel. Daarom is het een practisch bruikbare methode van iedere reeks 2 of hoogstens 3 termen te berekenen op de wijze, zooals die onder punt 2, 3 en 4 is besproken, en de overige te schatten.

Een andere methode, die weinig minder nauwkeurig is, voert sneller tot een resultaat. Daarbij

wordt gebruik gemaakt van het inzicht, dat de ontwikkeling volgens zekere eigenfuncties der vleugelvervorming biedt. Behalve de beide rolmomenten, die ook voor den volkomen stijven vleugel berekend moeten worden, namelijk het moment R_{r0} uit de primaire luchtkrachten door rolroeruitslag volgens vergelijking (1) en het moment R_{d0} uit de dempende luchtkrachten volgens vergelijking (10) behoeven nu slechts 3 rolmomenten, die het gevolg zijn van de vervormingen, berekend te worden, namelijk R_{r1} , R_{r2} en R_{m1} . De wijze van berekening is aangegeven in punt 2. vergelijking (2) en (3) en in punt 3. vergelijking (6). Hierna volgen de kritische stuwdrukken q_a , q_b en q_c uit (41 a, b, c), de nuttige effecten uit (39) en de bewegingsvergelijking neemt den vorm (42) aan.

Voor een meer globale bepaling der kritische stuwdrukken kan de berekening van R_{r2} en R_{m1} nog achterwege blijven. Deze op de betrekking (43) gebaseerde methode levert de kritische stuwdrukken en de nuttige effecten in den vorm (44 a, b, c) en (45 a, b).

(Afgesloten Mei 1941).

13. Notaties.

- a_{dn} = coëfficiënt volgens (2), (3).
- a_{mn} = coëfficiënt volgens (6), (7).
- a_{rn} = coëfficiënt volgens (11).
- b = vleugelbreedte.
- c = constante volgens (23).
- i = rij der getallen 1, 2, 3.
- n = rij der getallen 1, 2, 3.
- p, r, s = coëfficiënten volgens (15).
- q = stuwdruk.
- q_a = kritische stuwdruk, waarbij de rolroerwerking omkeert.
- q_b = kritische stuwdruk, waarbij onstabiliteit der rolbeweging optreedt.
- q_c = $q_c^{(1)}$
- $q_c^{(i)}$ = kritische stuwdruk, waarbij de i^{de} onstabiliteit der vervorming optreedt.
- t = koorddiepte.
- y = afstand tot het symmetrievlak van het vliegtuig.
- A = coëfficiënt volgens (1).
- B = belasting, functie van y .
- $B^{(i)}$ = belasting volgens de i^{de} eigenfunctie.
- C = integratieconstante.
- D = afstand van het aerodynamisch centrum tot het drukpunt der primaire rolroerbelasting (fig. 3).
- E = afstand van het aerodynamisch centrum tot het elastisch centrum (fig. 3).
- I = massatraagheidsmoment van het vliegtuig om zijn langsas.
- K = dempingsfactor volgens (10).
- R = resulterend rolmoment uit de luchtkrachten.

- R_d = dempend rolmoment bij den vervormden vleugel volgens (12).
 R_{d0} = dempend rolmoment bij den volkomen stijven vleugel volgens (10).
 R_{dn} = rolmoment volgens (11).
 R_m = rolmoment uit de vervormingen door massakrachten volgens (8).
 R_{mn} = rolmoment volgens (6), (7).
 R_r = rolmoment uit rolroeruitslag bij den vervormden vleugel volgens (4).
 R_{rn} = rolmoment uit rolroeruitslag bij den volkomen stijven vleugel volgens (1).
 R_{cn} = rolmoment volgens (2), (3).
 S = torsiestijfheidsconstante.
 T = tijdsverloop van bepaalde grootte.
 V = vliegsnelheid.
 Z = afstand van het aerodynamisch centrum tot het zwaartepunt der vleugelmassa's.
 $a_i, a_{di}, a_{mi}, a_{ri}$ = coëfficiënten bij de ontwikkeling volgens (29), (31).
 β = rolroeruitslag.
 η_d = nuttig effect bij eenparige rotatiesnelheid volgens (13).
 η_m = nuttig effect bij rotatiesnelheid = 0 volgens (9).
 η_r = nuttig effect bij vastgehouden vleugel volgens (5).

- $\varphi_{dn}, \varphi_{mn}, \varphi_{rn}$ = torsiehoek, functie van y .
 τ = tijdsverloop van veranderlijke grootte.
 ω = rotatiesnelheid van het vliegtuig om zijn langas.
 ω_0 = rotatiesnelheid van het vliegtuig bij volkomen stijven vleugel.
 Φ = torsiehoek, functie van y .
 $\Phi^{(i)}$ = vervorming volgens de i^{de} eigenfunctie.
 $\frac{dc_a}{d\varphi}$ = liftgradient bij het invalshoekverloop φ .
 $\left(\cdot \right) = \frac{d(\cdot)}{d\tau}$.

14. Literatuuroverzicht.

1. Roxbee Cox, H. and Pugsley, A. G.: „Theory of loss of lateral control due to wing twisting” — R. and M. 1506 (1932).
2. Pugsley, A. G. and Brooke, G. R.: „Critical reversal speed for an elastic wing” — R. and M. 1508 (1932).
3. Hirst, D. M.: „Calculation of critical reversal speeds of wings” — R. and M. 1568 (1933).
4. Pugsley, A. G. and Roxbee Cox, H.: „The aileron power of a monoplane” — R. and M. 1640 (1934).
5. Vellay, M.: „La vitesse critique de torsion des ailes et la vitesse d'inversion des ailerons” — Revue Générale de l'Aéronautique, Nr. 17 (1934).

REPORT S 242.

THE EFFECT OF ELASTIC DEFORMATIONS OF CANTILEVER WINGS UPON AILERON CONTROL.

Summary.

In general wing torsion due to airloads and inertia loads reduces the sensibility of the aeroplane to aileron control. This article presents a method to compute the coefficients of the equation of motion of the aeroplane, that are affected by wing torsion.

The wing torsion from aileron loads can be found by successive approximation as $\sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{rn}$ in

which each step φ_{rn} follows from the airloads induced by the deformation φ_{rn-1} . The total rolling moment for the wing clamped at its center is given by (4), each term R_{rn} of the serie corresponding to the air loads connected with φ_{rn} .

The wing torsion due to inertia loads from the acceleration $\ddot{\omega}$ about the longitudinal axis and the moment of the airloads induced by this torsion are in the same way expressed by means of series $\sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{mn}$ and (8). Similar expressions $\sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{dn}$ and (12) are found for wing torsion and rolling moment from the damping airloads originated by the angular velocity ω .

BERICHT S 242.

EINFLUSS DER ELASTISCHEN FORMÄNDERUNGEN FREITRAGENDER FLÜGEL AUF DIE QUERRUDERWIRKUNG.

Zusammenfassung.

Im allgemeinen verringert die von Luft- und Trägheitskräften verursachte Torsion des Flügels die Empfindlichkeit des Flugzeugs für Querruderausschlag. Dieser Aufsatz bringt eine Berechnungsmethode für die Koeffizienten der Bewegungsgleichung des Flugzeugs, die von der Torsion des Flügels mitbestimmt werden.

Die Torsion des Flügels infolge Querruderkräfte kann in stufenweiser Annäherung bestimmt werden zu $\sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{rn}$; jede Stufe φ_{rn} folgt aus den

von der Verformung φ_{rn-1} induzierten Luftkräften. Das Gesamtrölmoment des in der Mitte eingespannten Flügels wird von (4) gegeben, dabei stimmt jedes Glied R_{rn} der Reihe mit den zu φ_{rn} gehörigen Luftkräften überein.

Die Torsion des Flügels infolge Trägheitskräfte durch die Beschleunigung $\ddot{\omega}$ um die Längsachse und das Moment der von dieser Torsion induzierten Luftkräfte werden in derselben Weise zum Ausdruck gebracht von Reihen $\sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{mn}$ und (8). Ähnliche Ausdrücke $\sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{dn}$ und (12) findet man für die Torsion des Flügels und das Rollmo-

The coefficients a_{rn} , a_{mn} and a_{dn} are completely determined by the external dimensions of the wing and by the way in which the torsional rigidity varies along the span; they are positive with a succession of aerodynamic center (A), elastic center (E), center of gravity (Z) and center of pressure of primary aileron loads (D) as indicated in fig. 3.

Under the assumption of instantaneous aerodynamic reaction to a change of incidence — which assumption is justified if the change of β is slow — the composition of the forementioned results yields the general equation of motion (15) or (15a). The latter expresses that the motion of an aeroplane with deformable wing is identical to that of an aeroplane with completely rigid wing, provided that the moment of inertia and the damping factor K are increased in the ratios $1/\eta_m$ and $1/\eta_d$ resp.: η_m and η_d being defined by (9) and (13). η_m means physically the efficiency of aileron displacement in accelerating the aeroplane when $\omega = 0$, η_d is the efficiency of aileron displacement in maintaining a constant angular velocity, both in comparison to circumstances for the completely rigid wing.

It appears from (9) and (13), that the dynamic pressure yielding certain values η_m and η_d is multiplied by k if the rigidity is multiplied by k .

η_m and η_d are both positive for $q < q_a$, defined by (20); they are negative for $q > q_a$. At q_a the motion following from aileron displacement is reversed. This gives q_a its critical character. It corresponds to the „reversal speed“.

A second critical pressure q_b is defined by (21). At q_b η_m is infinite. This means (compare 15a) that the aeroplane seems to have no inertia, it answers instantaneously upon aileron displacement with the required angular velocity. For $q > q_b$ the exponent of e in the general solution (16) of the equation of motion is positive; this means that the motion of the aeroplane is unstable. This critical dynamic pressure was not yet revealed in literature.

A third critical pressure is defined by (22). It means that the series included in (9) and (13) diverge, the corresponding velocity is the „divergence speed“. Its physical meaning is that the deformation of the wing becomes unstable.

The fact that the series in a_{rn} , a_{mn} and a_{dn} diverge simultaneously at q_c is disclosed when certain characteristic functions Φ of the wing deformation are introduced. They are defined by the condition that airloads B induced in an airflow by these distortions Φ give rise to deformations proportional to Φ ; they are not only proportional but also equal to Φ at q_c . This means that the ratio c of successive deformations is given by (25) and that the total deformation Φ is expressed in the original deformation Φ_0 by (26). The definition of Φ can be symbolically given by the homogeneous equation (24), which has an infinite number of solutions $\Phi^{(i)}$ at different dynamic pressures $q_c^{(i)}$. In general (24) cannot be given explicitly; this is only

ment aus den von der Winkelgeschwindigkeit ω verursachten dämpfenden Luftkräften.

Die Koeffizienten a_{rn} , a_{mn} und a_{dn} sind völlig bestimmt von den äusseren Abmessungen des Flügels und der Art der Verteilung der Verdrehungssteifigkeit des Flügels über die Spannweite; sie sind positiv bei einer Folge des vorderen Neutralpunkts (A), des Schubmittelpunkts (E) des Schwerpunkts (Z) und des Angriffspunkts der primären Querruderkräfte (D) wie angedeutet in Abb. 3.

Mit der Annahme einer unmittelbaren aerodynamischen Reaktion auf eine Änderung des Anstellwinkels — diese Annahme ist begründet, falls die Änderung von β langsam vor sich geht — folgt aus der Zusammenstellung der genannten Ergebnisse die allgemeine Bewegungsgleichung (15) oder (15a). Letztere bringt zum Ausdruck, dass die Bewegung eines Flugzeugs mit verformbarem Flügel übereinstimmt mit jener eines Flugzeugs mit vollkommen steifem Flügel, wenn das Trägheitsmoment und der Dämpfungsfaktor K vergrössert werden im Maszstab $1/\eta_m$ bzw. $1/\eta_d$; η_m und η_d sind von (9) und (13) definiert. η_m bedeutet physikalisch den Wirkungsgrad des Querruderausschlags in Bezug auf die Beschleunigung des Flugzeugs, falls $\omega = 0$; η_d ist der Wirkungsgrad des Querruderausschlags zur Handhabung einer konstanten Winkelgeschwindigkeit, beide im Vergleich zu den Umständen für den vollkommen steifen Flügel.

Es ergibt sich aus (9) und (13), dass der zu bestimmten Werten η_m und η_d gehörige Staudruck mit k multipliziert wird, wenn die Steifigkeit auf das k -fache anwächst.

η_m und η_d sind beide positiv für $q < q_a$, definiert von (20); sie sind beide negativ für $q > q_a$. Bei q_a findet eine Umkehrung der Bewegungsrichtung bei Querruderausschlag statt. Das gibt q_a seinen kritischen Charakter, er stimmt überein mit der „Umkehrungsgeschwindigkeit“.

Ein zweiter kritischer Staudruck q_b wird von (21) definiert. Bei q_b ist η_m unendlich. Das bedeutet, (vergleiche 15a), dass das Flugzeug keine Trägheit zu haben scheint; es reagiert unmittelbar auf Querruderausschlag mit der geforderten Winkelgeschwindigkeit. Für $q > q_b$ ist der Exponent von e in der allgemeinen Lösung (16) der Bewegungsgleichung positiv; das bedeutet, dass die Bewegung des Flugzeugs instabil ist. Dieser kritische Staudruck war in der Literatur bisher noch nicht hervorgehoben.

Ein dritter kritischer Staudruck wird von (22) definiert. Es bedeutet, dass die Reihen in (9) und (13) divergieren, die zugehörige Geschwindigkeit ist die „Divergenzgeschwindigkeit“. Ihre physikalische Bedeutung ist, dass die Verformung des Flügels instabil wird.

Die Tatsache, dass die Reihen in a_{rn} , a_{mn} und a_{dn} gleichzeitig divergieren bei q_c , ergibt sich, wenn die Eigenfunktionen Φ der Flügelverformung eingeführt werden. Sie sind definiert von der Bedingung, dass die Luftkräfte B , die von den Verdrehungen Φ in einem Luftstrom induziert

possible for very simplified conditions; e.g.: a prismatic wing with constant cross section yields (27) under the assumption of constant $\frac{dc_a}{d\Phi}$, unaffected by i . It may be expected that in general — as in this simplified case — $\Phi^{(i)}$ shows $i-1$ changes of sign along the semi-span, and that $q_c^{(i)}$ increases rapidly with i .

According to (26) $\Phi^{(i)}$ is unstable at $q_c^{(i)}$. Any deformation can be expanded in the characteristic functions $\Phi^{(i)}$; in general it will contain also $\Phi^{(1)}$, then by (26) each deformation diverges at $q_c^{(1)}$. Like the deformations any load system having its point of application at the aerodynamic center can be expanded in the characteristic functions $B^{(i)}$. This proves the divergency at $q_c^{(i)}$ of the series in a_{rn} , a_{mn} and a_{dn} .

The rolling moment being the object of this article the expansion of the loads in the characteristic functions is applied to the rolling moments (31). Then the formulas (34) and (35) are found, expressing η_m , η_d and the critical dynamic pressures in the characteristic functions. The first term of these series in the characteristic functions constitutes almost entirely the sum of all terms, because:

- 1e. φ_{r1} , φ_{m1} and φ_{d0} are mainly congruent to $\Phi^{(i)}$;
- 2e. the changes of sign of $\Phi^{(i)}$ along the span reduce the corresponding value of $\frac{dc_a}{d\Phi}$, therefore the airloads B_{r1} , B_{m1} and B_{d0} resemble still more to $B^{(i)}$ than φ_{r1} etc. resemble to $\Phi^{(i)}$;
- 3e. due to the changes in sign of $B^{(i)}$ along the span the rolling moments $R^{(i)}$ are built up from components of opposite sign and they are consequently an order of magnitude smaller than the airloads from which they are derived.

Then a good approximation is obtained by neglecting characteristic functions of the 2nd and higher order. Likewise it is allowable to replace $\frac{q}{S} a_1 R^{(1)}$ by R_{r1} , R_{m1} and R_{d0} and to neglect all terms of higher order. This reduces the error still more. Then η_m , η_n , q_a and q_b are given by the equations (38) and (39), in which q_c is found from the ratio of two successive rolling moments (40). In this way the calculation of the coefficients in the equation of motion reduces to the calculation of R_{r1} , R_{r2} and R_{m1} as far as the effects of the deformations is concerned.

From (41) it is deduced that the ratio of the critical dynamic pressures is approximately given by (43) (see fig. 3). This expression makes a rough approximation possible by computing only the rolling moment R_{r1} . The equation of motion obtained in this way is (46).

werden, Formänderungen proportional zu Φ verursachen; sie sind nicht nur proportional sondern an Φ gleich bei q_c . Das bedeutet, dass das Verhältnis c der aufeinanderfolgenden Stufen der Formänderung mit (25) gegeben ist, und dass die Gesamtverformung Φ von (26) in die Anfangsverformung Φ_0 ausgedrückt wird. Die Definition von Φ kann symbolisch wiedergegeben werden von der homogenen Gleichung (24) die eine unendliche Anzahl Lösungen $\Phi^{(i)}$ bei verschiedenen Staudrücken $q_c^{(i)}$ besitzt. Im allgemeinen kann (24) nicht explizit gegeben werden, das ist nur für sehr vereinfachte Bedingungen möglich, z. B.: für einen prismatischen Flügel mit konstantem Querschnitt folgt (27) mit der Annahme eines konstanten $\frac{dc_a}{d\Phi}$, unabhängig von i .

Es lässt sich erwarten, dass im allgemeinen — wie in diesem vereinfachten Falle — das Zeichen von $\Phi^{(i)}$ über die halbe Spannweite $i-1$ mal wechselt, und dass $q_c^{(i)}$ schnell zunimmt mit i .

In Übereinstimmung mit (26) ist $\Phi^{(i)}$ instabil bei $q_c^{(i)}$. Jede Verformung kann in die Eigenfunktionen $\Phi^{(i)}$ entwickelt werden; im allgemeinen enthält die Entwicklung auch $\Phi^{(1)}$, sodass nach (26) jede Verformung bei $q_c^{(1)}$ divergiert. Ebenso wie die Verformungen kann jedes Belastungssystem mit dem Angriffspunkt im vorderen Neutralpunkt in den Eigenfunktionen $B^{(i)}$ entwickelt werden. Das beweist die Divergenz der Reihen in a_{rn} , a_{mn} und a_{dn} bei $q_c^{(1)}$.

Weil das Rollmoment den Gegenstand dieses Aufsatzes formt, wird die Entwicklung der Belastungen in Eigenfunktionen angewandt auf die Rollmomente (31). Man findet dann die Formeln (34) und (35), die η_m , η_d und die kritischen Staudrücke ausdrücken in die Eigenfunktionen.

Das erste Glied dieser Reihen in den Eigenfunktionen formt nahezu völlig die Summe aller Glieder, weil:

1. φ_{r1} , φ_{m1} und φ_{d0} , hauptsächlich mit $\Phi^{(1)}$ gleichförmig sind;
2. die Zeichenumkehrungen der $\Phi^{(i)}$ über die Spannweite den zugehörigen Wert von $\frac{dc_a}{d\Phi}$ verringern, sodass die Luftkräfte B_{r1} , B_{m1} und B_{d0} noch mehr $B^{(1)}$ gleich sind als φ_{r1} usw. $\Phi^{(1)}$ ähnlich sind;
3. infolge der Zeichenänderungen der $B^{(i)}$ über die Spannweite die Rollmomente $R^{(i)}$ zusammengesetzt sind aus Komponenten mit entgegengesetztem Zeichen und sie demzufolge eine Größenordnung kleiner sind als die Luftkräfte $B^{(i)}$.

Man erhält deshalb eine gute Annäherung, indem man die Eigenfunktionen zweiter und höherer Ordnung vernachlässigt. Ebenso ist es zulässig statt $\frac{S}{q} a_1 R^{(1)}$ zu schreiben R_{r1} , R_{m1} oder R_{d0} und alle Glieder höherer Ordnung zu vernachlässigen; damit drückt man den Fehler noch weiter ab. Daraus folgen für η_m , η_d , q_a und q_b

Notations.

(As far as not explained by the summary).

- q = dynamic pressure.
 t = chord.
 y = coordinate, distance to the plane of symmetry of the aeroplane.
 A = coefficient of primary rolling moment by aileron displacement, given by (1).
 I = moment of inertia of the aeroplane about the longitudinal axis.
 K = coefficient of damping moment, given by (10).
 R_{d0} = damping moment for the completely rigid wing, given by (10).
 R_{r0} = rolling moment by aileron displacement, given by (1).
 S = unit of torsional rigidity.
 V = speed of the aeroplane.
 β = aileron displacement.
 η_r = efficiency of aileron displacement for the elastic wing, clamped at its center, given by (5).
 φ, Φ = angle of torsion, function of y .
 τ = variable length of time.
 $\frac{dc_a}{d\varphi}$ = liftgradient for the incidence φ .
 $\left(\cdot \right) = \frac{d(\cdot)}{d\tau}$.

die Gleichungen (38) und (39); q_c wird bestimmt aus dem Verhältnis zweier aufeinanderfolgenden Rollmomente (40). In dieser Weise reduziert sich die Berechnung der Koeffizienten der Bewegungsgleichung auf die Berechnung von R_{r1} , R_{r2} und R_{m1} , insoweit es sich handelt um den Einfluss der Verformungen.

Aus (41) wird abgeleitet, dass das Verhältnis der kritischen Staudrücke näherungsweise von (43), (siehe Abb. 3) dargestellt wird.

Wenn eine rohe Abschätzung genügt, kann man auf Grund der Gleichung (43) die Bewegungsgleichung in der Form (46) geben; dabei ist also nur die Berechnung des Rollmomentes R_{r1} erforderlich.

Formelzeichen.

(Insoweit in der Zusammenfassung nicht erwähnt.)

- q = Staudruck.
 t = Flügeltiefe.
 y = Koordinate, Abstand zur Symmetrieebene des Flugzeugs.
 A = Koeffizient des primären Rollmomentes infolge Querruderausschlag, gegeben von (1).
 I = Trägheitsmoment des Flugzeugs um die Längsachse.
 K = Koeffizient des Dämpfungsmomentes, gegeben von (10).
 R_{d0} = Dämpfungsmoment für den vollkommen steifen Flügel, gegeben von (10).
 R_{r0} = Rollmoment infolge Querruderausschlag, gegeben von (1).
 S = Einheit der Verdrehungssteifigkeit.
 V = Geschwindigkeit des Flugzeugs.
 β = Querruderausschlag.
 η_r = Wirkungsgrad des Querruderausschlags für den elastischen, in der Mitte eingespannten Flügel, gegeben von (5).
 φ, Φ = Verdrehungswinkel, Funktion von y .
 τ = Veränderliche Zeitdauer.
 $\frac{dc_a}{d\varphi}$ = Neigung der Auftriebsgerade für den Anstellwinkelverlauf φ .
 $\left(\cdot \right) = \frac{d(\cdot)}{d\tau}$.

RAPPORT V 1038.

Nationaal Luchtvaartlaboratorium, Amsterdam.

Besturing en stabiliteit van het neuswiel-onderstel

door

drs. J. H. GREIDANUS.

Overzicht.

Berekend worden de krachten op het stuur van het neuswiel, of voor zoover de besturing met het richtingsroer geschiedt, het daarmee op te wekken sturende moment, noodig om een vliegtuig met neuswiel op het vliegveld een stationnaire bocht te doen beschrijven. In aansluiting daarop wordt de stabiliteit onderzocht van de stationnaire rechtlijnige rolbeweging van het vliegtuig over het veld, zoowel voor het geval, dat het vliegtuig een neuswiel-onderstel heeft, als voor het vliegtuig met het gebruikelijke staartwiel-onderstel. Vervolgens wordt een theorie ontwikkeld voor het onderzoek van de stabiliteit van het neuswiel-systeem op zichzelf, hetwelk onder omstandigheden zg. „shimmy-slingeringen” kan uitvoeren. De theorie leidt tot een aantal maatregelen, die ter onderdrukking van deze onstabiliteit kunnen worden getroffen. Vermeld wordt, uit welke experimenten getallen-grondslagen voor numerieke stabiliteitsberekeningen kunnen worden verkregen. De appendix bevat een samenvatting van enkele meetkundige relaties voor neuswiel-stuur-constructies en een opsomming der Hurwitz'sche stabiliteitscriteria.

Indeeling.

1. Inleiding.
2. De vorm van neus- en staartwielconstructies.
3. De stuurkrachten, noodig voor de besturing van een over het vliegveld rollend vliegtuig met neuswiel-onderstel.
 31. Besturing door verstelling van het neuswiel-stuur.
 32. Besturing met het richtingsroer.
4. De elementaire stabiliteit van de rolbeweging van een vliegtuig met sturend neus- of staartwiel.
5. Shimmy-slingeringen van een neuswiel.
 51. Inleiding.
 52. Theorie van de shimmy-slingeringen van een wiel met elastischen band.
6. Stabilisatie van neuswielssystemen.
 61. Stabilisatie door toepassing van naloop.
 62. Stabilisatie door scheefstelling van de stuuras.
 63. Stabilisatie door toepassing van een combinatie van naloop met scheefstelling van de stuuras.
 64. Stabilisatie door het aanbrengen van demping.
 65. Stabilisatie door het aanbrengen van den middenstand van het stuur centreerende veeren.
 66. Stabilisatie door het inlasschen van zijdelingsche speling van het wiel op zijn draai-as.
7. Het geldigheidsgebied der theorie en de aansluiting van de formules op metingen.
 71. De geldigheid van de theorie der shimmy-slingering.
 72. Bepaling der constanten.
8. Samenvatting van aanwijzingen, verkregen voor de constructie van neus- en staartwielssystemen.
9. Appendix.
 91. Enkele meetkundige relaties voor een neuswiel-stuur.
 92. De Hurwitz'sche stabiliteitscriteria.
10. Literatuurlijst.

1. Inleiding.

Het neuswiel als onderdeel van het landingsgestel van vliegtuigen verheugt zich in een toegenomen belangstelling en wordt in de praktijk ook steeds vaker toegepast. Het heeft, vergeleken bij het nog altijd veel meer gebruikelijke staartwiel-landingsgestel, typische vóór- en nadeelen, die echter grootendeels nog te weinig bekend en te

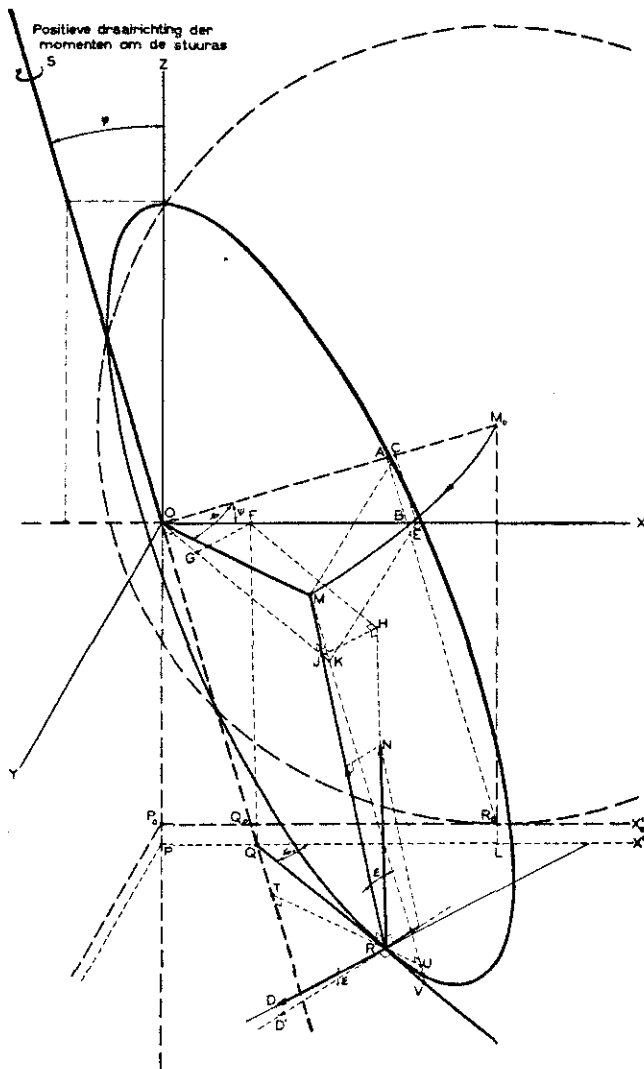
onnauwkeurig onderzocht zijn, om een bevredigende beoordeeling en vergelijking der beide constructies toe te laten. In verband hiermede werd door het NLL reeds geruimen tijd geleden een onderzoek aangevangen, dat aanvankelijk tot een belangrijk detailpunt, nl. de „shimmy-slingeringen” van een neuswiel, werd beperkt. Door verschillende omstandigheden en vooral door de ontbrekende gelegenheid dit probleem ook experimenteel te benaderen, werd deze studie destijds niet afgesloten. Inmiddels verscheen het NACA-Report no. 686 (lit. 2), waarin behalve een theoretische grondslag voor berekeningen, tevens een serie belangwekkende proeven op dit gebied is beschreven. Het beschikbaar komen van dit materiaal maakte het mogelijk het onderzoek in het NLL opnieuw aan te vatten en ditmaal werden, naast de shimmy-slingering, bovendien enkele andere vragen, de stabiliteit en de besturings-eigenschappen van het neuswiel betreffende, in oogenschouw genomen, waardoor althans van theoretisch gezichtspunt een meer volledige vergelijking van de eigenschappen van neus- en staartwiel-landingsgestellen mogelijk wordt. Dit rapport bevat de resultaten.

Vermeld moge worden, dat de theorie der shimmy-slingeringen, die wordt voorgesteld, nauw aansluit bij de door het NACA ontworpen theorie; echter zijn enkele wijzigingen en aanvullingen aangebracht, waardoor een nauwkeuriger en naar verwacht wordt beter geheel wordt verkregen, en waardoor bovendien een vollediger uitwerking van het vraagstuk mogelijk wordt.

2. De vorm van neus- en staartwiel-constructies.

Van neus- en staartwielen wordt geëischt, dat zij zich op een binnen in aanmerking komende grenzen willekeurige richting van het spoor kunnen

instellen, d.w.z., dat zij een besturing van het vliegtuig zullen toelaten. De constructie komt in principe altijd overeen met de in fig. 1 geschetste. Het wiel wordt vastgehouden door een *vork*, die om een in den regel scheef staande *stuuras* kan draaien. De vork is gewoonlijk zoo gevormd, dat



Teekening N.L.L.

Fig 1. Schema van een neuswielstuur.

ψ : Scheefstellingshoek van de stuuras,

φ : Stuuruitslag,

$\overline{OM} = \overline{OM}_0$: Voorzet van het wielmiddenpunt,

$\overline{QR}$: Voorloop ($Q_0R_0 = b$ als $\varphi = 0$).

het wielmiddenpunt een „voorzet” a (zie de figuur) t.o.v. de stuuras heeft. De *scheefstellingshoek* ψ en de voorzet a bepalen tezamen tevens de z.g. „voorloop” b , d.i. de afstand bij stuuruitslag nul tussen het raakpunt van wiel en (horizontalen) weg en het snijpunt van het verlengde van de stuuras en het vlak van den weg. De parameters ψ en a/r of ψ en b/r , waarin r de straal is van het wiel, typeeren den vorm van de constructie.

Om het wiel ligt een vooral bij neuswielen meestal „dikke” elastische band. Wiel en weg raken elkaar dientengevolge feitelijk niet in één punt, maar in een bij benadering elliptisch vlakje,

waarvan de afmetingen van de elastische eigenschappen van den luchtband afhangen.

Wanneer men afziet van de later nauwkeurig te onderzoeken gevolgen van de elasticiteit van den band en dezen dus voorloopig als een star lichaam opvat, zal het wiel zonder schuiven over den weg kunnen rollen, wanneer de snijlijn van het (centrale) vlak van het wiel en het vlak van den weg aan de spoorkromme op den weg raakt. Alle uit te voeren berekeningen zullen worden gebaseerd op de onderstelling, dat schuiven van het wiel over den weg is uitgesloten.

Wanneer een stuuruitslag wordt aangebracht, blijft het vlak van het wiel niet loodrecht op het vlak van den weg staan (zooals bij stuuruitslag nul het geval is). Ook verandert de hoogte van de stuuras-lagers boven den weg. Deze meetkundige eigenschappen van de constructie zijn op tamelijk ingewikkelde wijze gebonden aan de parameters ψ , a/r en aan den stuuruitslag φ . Het verband wordt in het appendix vastgesteld. Berekeningen worden alleen uitgevoerd voor het geval, dat de stuuruitslag klein is, hetgeen het gebruik van eenvoudige benaderingsformules mogelijk maakt.

In het raakpunt van wiel en weg oefent de weg een kracht op het wiel uit. Deze kan in drie onderling orthogonale componenten worden ontbonden: één component (N) loodrecht op het vlak van den weg en twee componenten (D en T) in het vlak van den weg. De beide laatste worden respectievelijk loodrecht op en langs de snijlijn van het (centrale) vlak van het wiel en het vlak van den weg gekozen. Bij een stationnaire rolbeweging is de component N de reactie van de gewichtsbelasting op het neuswiel, de component D de reactie van een dwarskracht, b.v. een centrifugaalkracht of een zijdelingsche windkracht op het vliegtuig, terwijl de component T dan slechts aanwezig is, indien de rolbeweging met wrijving gepaard gaat, hetgeen verondersteld zal worden *niet* het geval te zijn.

In aanmerking nemend, dat het enkele raakpunt van wiel en weg wordt verkregen als grensgeval van een raakvlakje van eindige afmetingen, mag men de mogelijkheid niet uitsluiten, dat de weg bovendien een moment op het wiel uitoefent. Dit naar het zich laat aanzien bij een zeer stijf wiel kleine moment wordt echter voorloopig verwaarloosd en zal eerst bij de berekeningen, die de elasticiteit van den band in aanmerking nemen, in de beschouwingen worden betrokken.

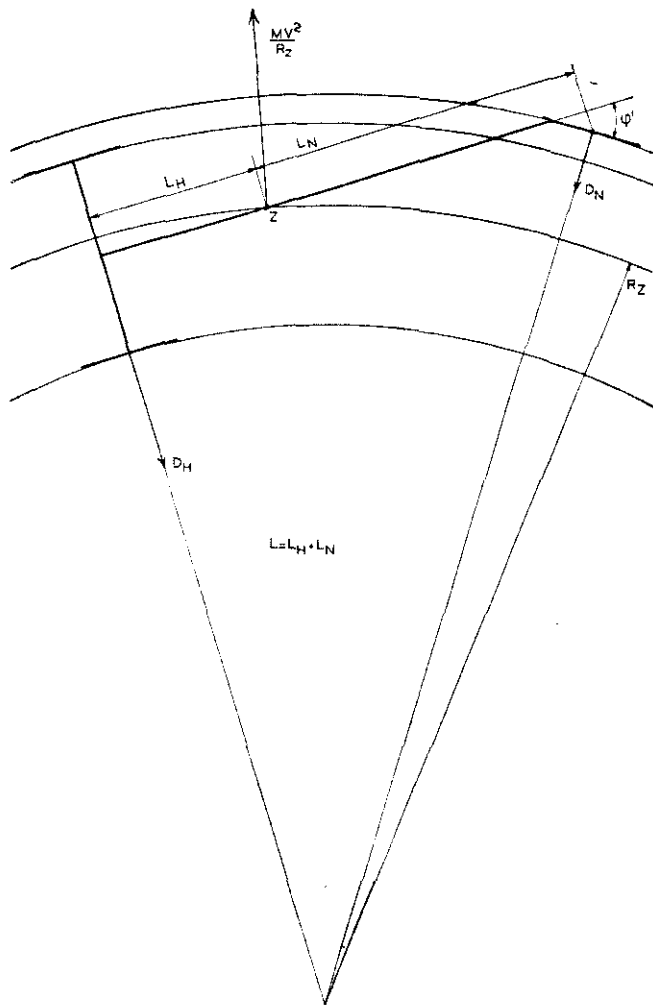
3. De stuurkrachten, noodig voor de besturing van een over het vliegveld rollend vliegtuig met neuswiel-onderstel.

De krachten, noodig voor de besturing van een over het vliegveld rollend vliegtuig met neuswiel-onderstel zullen alleen worden berekend voor het geval, dat het vliegtuig in een stationnaire flauwe bocht moet worden gehouden. Het is nl. niet de bedoeling de vraag naar de stuurkrachten in alle uitvoerigheid en volledigheid te behandelen; het gaat er alleen om, enkele typische eigenschappen van de besturing vast te stellen. Deze komen bij de voornoemde berekening te voorschijn. Ter vereen-

voudiging wordt verder aangenomen, dat het heele besturingssysteem ideaal (d.i. spelings- en wrijvings-vrij) functionneert, dat alle onderdeelen — ook de wielband (!) — elastisch stijf zijn en dat alle tijdens de rol op het vliegtuig werkende luchtkrachten door de schroeftrek worden gecompenseerd. De laatste aanname kan, vergeleken bij de werkelijkheid, een zeer ingrijpende wijziging beteekenen (men laat blijkbaar o.m. de draagkracht en het van den hoogteroer-uitslag afhankelijke moment der aerodynamische krachten om de dwars-as, welke beiden in het krachten- en momentenevenwicht een belangrijk aandeel kunnen hebben, buiten beschouwing!), die men bij de interpretatie van uitkomsten nauwkeurig in het oog zal dienen te houden. De besturing van de rolbeweging kan in principe op tweeërlei wijze geschieden, nl. door verstelling van het neuswiel-stuur, en met behulp van het richtingsroer. Beide gevallen worden afzonderlijk bekeken.

31. Besturing door verstelling van het neuswiel-stuur.

De toestand van het vliegtuig in de te beschouwen flauwe bocht wordt in bovenaanzicht door fig. 2 toegelicht. De vlakken van de wielen raken, daar schuiven uitgesloten wordt, aan de spoor-krommen (cirkels!) op het veld. In het zwaarte-



Teekening N.L.L.

Fig. 2. Wielstanden, zwaartepuntsbeweging en spoorkrommen bij het beschrijven van een bocht.

punt Z van het vliegtuig grijpen 2 krachten aan: het gewicht Mg en de centrifugaalkracht $\frac{M V^2}{R_Z}$ waarin R_Z de straal is van den cirkel, die het zwaartepunt beschrijft. Aangenomen wordt, dat het zwaartepunt van het bewegelijke deel van het neuswielstuur in de stuuras ligt, zoodat het daar aangrijpende deel der centrifugaalkracht geen moment om de stuuras geeft.

In de raakpunten van wielen en weg grijpen dwarskrachten D_H (op de „hoofdwielen“) en D_N (op het neuswiel aan). Deze moeten de centrifugaalkracht in evenwicht houden, dus, als de kromming van de baan heel klein is:

$$D_H + D_N = \frac{M V^2}{R_Z}. \quad (1)$$

Daar er in een stationnaire bocht geen hoekversnellingen optreden, moeten ook de momenten om het zwaartepunt van het vliegtuig in evenwicht zijn. Dat geeft, met de in de figuur aangegeven notaties:

$$L_N D_N - L_H D_H = 0. \quad (2)$$

Tenslotte moet om de stuuras van het neuswielstuur een sturend moment M_φ worden aangebracht, dat ervoor zorgt, dat het stuur in den goeden stand blijft staan. Zij nu φ de hoek, waarover het stuur uit den middenstand is verdraaid. Daar de stuuras scheef staat (scheefstelhingshoek t.o.v. de verticaal ψ , ψ positief bij een achteroverhellende stuuras), wordt de hoek tusschen de snijlijn van het symmetrievlak van het vliegtuig met het vlak van den weg en de snijlijn van het centrale vlak van het wiel en het vlak van den weg (d.i. de hoek φ' in fig. 2) niet gelijk aan φ , doch — bij kleinen stuuruitslag — gelijk aan

$$\varphi' = \varphi \cos \psi. \quad (2a)$$

Verder wordt de standhoek tusschen het vlak van den weg en het centrale vlak van het wiel gelijk aan $90^\circ - \varphi \sin \psi$. De normaalkracht N_N in het raakpunt van het neuswiel en het vlak van den weg heeft dus een kleine component, die loodrecht staat op het centrale vlak van het wiel, en die bij benadering gelijk is aan $N_N \cdot \varphi \sin \psi$. Echter is, daar ook de krachten N_H (normaalkracht op de hoofdwielen), Mg en N_N en hunne momenten, in evenwicht zijn:

$$N_N = Mg \frac{L_H}{L}.$$

Daaruit volgt, mede in verband met (2)

$$N_N \varphi \sin \psi = \varphi' \operatorname{tg} \psi \cdot Mg \frac{L_H}{L}.$$

Daar de arm van het moment van deze kracht om de stuuras gelijk aan ¹⁾ $b \cos \psi$ is, en de component van N_N , evenwijdig aan het centrale vlak van het wiel, niet tot het moment om de stuuras bijdraagt, is het totale moment van de

¹⁾ de voorloop b wordt natuurlijk positief gerekend, wanneer het raakpunt van wiel en weg vóór het snijpunt van het verlengde van de stuuras en het vlak van den weg ligt. De toestand, die dan met negatieve waarden van b overeenkomt, wordt met „nalooop“ betiteld.

normaalkracht N_N om de stuuras gelijk aan $b \cos \psi \cdot \varphi' \operatorname{tg} \psi \cdot Mg \frac{L_H}{L} = b \varphi' \sin \psi \cdot Mg \frac{L_H}{L}$. (3)

Men vindt gemakkelijk, dat dit moment den stuuruitslag tracht te verkleinen.

Ook de dwarskracht D_N heeft een moment om de stuuras. Dit moment tracht den stuuruitslag te vergroten en heeft bij kleinen stuuruitslag de waarde

$$D_N b \cos \psi. \quad (4)$$

Daar het kleine gyroskopische moment, dat bij een verandering van de richting van de draaiax van het neuswiel-zelf optreedt, gevoegelijk kan worden verwaarloosd, maken de momenten om de stuuras evenwicht, wanneer (den stuuruitslag vergrootende momenten positief tellend)

$$M_{\varphi} + b \cos \psi \cdot D_N - b \varphi' \sin \psi \cdot Mg \frac{L_H}{L} = 0 \quad (5)$$

is.

Tenslotte leert fig. 2, dat het navolgende verband bestaat tusschen den stuuruitslag „op den weg” φ' en de kromtestraal van de baan:

$$\varphi' \approx \frac{L}{R_Z}. \quad (6)$$

Voorwaarde is slechts, dat φ' klein en R_Z groot (vergeleken bij de afmetingen van het vliegtuig) is.

Uit (1), (2) en (5) lost men op:

$$M_{\varphi} = \frac{L_H}{L} \cdot \frac{M b}{L} \cdot \varphi' \cos \psi \cdot (L g \operatorname{tg} \psi - V^2). \quad (7)$$

Hieruit volgt, dat in het gebruikelijke geval, dat ψ positief is (achterover hellende stuuras) bij een snelheid

$$V_0 = \sqrt{L g \operatorname{tg} \psi} \quad (8)$$

een teekenwisseling van het moment M_{φ} optreedt. Voor $\psi > 0$ en $V < V_0$ heeft M_{φ} hetzelfde teken als b en dus moet men bij voorloop zorgen, dat het stuur niet terugslaat naar den evenwichtsstand, en bij naloop, dat het niet te ver doorslaat. Deze toestand hangt klaarblijkelijk samen met de statische stabiliteit vanden middenstand van het stuur bij snelheid nul. Voor $\psi > 0$ is deze stabiel bij voorloop en onstabiel bij naloop. De snelheid V heeft volgens (8) — altijd $\psi > 0$ gerekend — een in zekeren zin stabiliseerenden invloed bij voorloop en ontstabiliseerenden invloed bij voorloop, waarbij het begrip „onstabiel” hier is gekoppeld aan een tendenz van het stuur „door te slaan”.

De teekenwisseling treedt niet op, wanneer $\psi < 0$ is (vooroverhellende stuuras). In dien toestand moet de bestuurder bij voorloop altijd een stuurmoment uitoefenen, dat „doorslaan” van het stuur voorkomt, en bij naloop een moment, dat „terugslaan” tegengaat. Beide momenten moeten groter zijn, naarmate de snelheid groter is.

Wat de quantitative verhoudingen betreft, volgt uit (8) direct, dat de „omslagsnelheid”

V_0 bij $\psi > 0$ in het algemeen klein is, wanneer de hoek ψ niet te groot wordt genomen. Zij b.v. $\psi = 30^\circ$; $\operatorname{tg} \psi \approx 0,6$; en $L \approx 6$ m, dan wordt $V_0 \approx \sqrt{6 \cdot 10 \cdot 0,6} \frac{\text{m}}{\text{sec}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{sec}} = 21,8 \text{ km/h}$. Het bij naloop en kleine snelheid aangetroffen „onstabile” stuurmoment verdwijnt dus al bij een nog zeer beperkte rolsnelheid en zal daarom in de praktijk vaak niet van veel beteekenis zijn²⁾. Daar de normaalkracht N_N aan de in (7) optredende versnelling g is gebonden (welke grootte tevens alléén via de normaalkracht in de formule terecht komt), kan men tot slot gemakkelijk verifiëren, dat V_0 kleiner wordt wanneer de belasting van het neuswiel wordt verkleind, b.v. door de niet in de berekening opgenomen draagkracht van den vleugel of door het aanbrengen van een hoogteroeruitslag. Erg groot kan deze wijziging echter niet zijn, omdat de aerodynamische krachten bij voor V_0 in aanmerking komende waarden nog te klein zijn. Tot besluit moge worden aangestipt, dat M_{φ} volgens (7) evenredig is met b , zoodat men de grootte van het stuurmoment door wijziging van b binnen wijde grenzen in de hand heeft. Voor $b=0$ wordt $M_{\varphi}=0$, men zou in dien toestand iedere (flauwe) bocht met losgelaten stuur moeten kunnen beschrijven.

32. Besturing met het richtingsroer.

Met het richtingsroer wordt een moment N_y om de top-as van het vliegtuig opgewekt, dat positief gerekend wordt wanneer het het vliegtuig in bovenaanzicht (fig. 2) met de klok mee tracht te draaien. Dan moet (2) worden vervangen door:

$$L_N D_N - L_H D_H + N_y = 0. \quad (9)$$

De formule (1) geldt ongewijzigd:

$$D_H + D_N = \frac{M V^2}{R_Z}. \quad (10)$$

In (5) vervalt de term M_{φ} . Denkt men zich ditmaal een centreerende veer met veerconstante k_{φ} op het stuur aangebracht, dan ontstaat de voorwaarde:

$$b \cos \psi \cdot D_N - b \varphi' \sin \psi \cdot Mg \frac{L_H}{L} - k_{\varphi} \frac{\varphi'}{\cos \psi} = 0. \quad (11)$$

Uit (9), (10) en (11) N_y oplossend, vindt men:

$$N_y = \varphi' \cdot M \frac{L_H}{L} \cdot \left(V^2 - L g \operatorname{tg} \psi - \frac{k_{\varphi} L^2}{b M L_H \cos^2 \psi} \right). \quad (12)$$

Het verband tusschen φ' en de kromtestraal van de bocht wordt onveranderd door (6) gegeven.

Uit (12) volgt, dat voor $\psi > 0$ en $k_{\varphi} = 0$ ook nu bij $V = V_0$ een tekenomslag van het sturende moment wordt aangetroffen. Daar de voorloop b in (12), wanneer nog even $k_{\varphi} = 0$ wordt ge-

²⁾ Men zou het desgewenscht ook kunnen verwijderen, door op het stuur een centreerende veer aan te brengen.

houden, ontbreekt³⁾, moet men het vliegtuig voor $V > V_0$ altijd normaal „in de bocht” sturen met het richtingsroer, en dit geldt voor alle snelheden, als $\psi < 0$ is. Alleen als $\psi > 0$ en $V < V_0$ is, zou het richtingsroer volgens (12) in een stationnaire bocht naar den „verkeerden” kant uitgeslagen gehouden moeten worden. Praktisch komt deze toestand echter niet voor, omdat V_0 altijd zoo klein is, dat een besturing met het richtingsroer bij kleinere snelheden nog niet effectief kan zijn.

De centreerende veer kan de besturingsonregelmatigheid bij $V < V_0$ en $\psi > 0$ volgens (12) opheffen, wanneer $b < 0$ is, het wiel dus naloop heeft. Bij voorloop werkt een centreerende veer ongunstig.

Tenslotte volgt uit (12), dat N_y bij gegeven φ' (R_z) kleiner is, naarmate $\frac{L_H}{L}$ kleiner is, het zwaartepunt van het vliegtuig dus meer naar achteren ligt.

4. De elementaire stabiliteit van de rolbeweging van een vliegtuig met sturend neus- of staartwiel.

Men kan zich afvragen, in hoeverre een sturend neus- of staartwiel uit den aard zijner typische constructie een stabiele rolbeweging van het vliegtuig over het veld toelaat. Daarbij ziet men dus nog af van de gevolgen van allerlei bijkomstige complicaties, zooals wrijving en speling en de elastische vervormbaarheid, met name van den band, waarvan het wiel steeds is voorzien. Deze stabiliteit, die men in ieder geval verzekerd zou willen zien, moge met den term „elementaire stabiliteit” worden aangeduid. Zij zal worden onderzocht voor het belangrijke geval der „stationnaire recht-uit-rol” van het vliegtuig over het veld.

De typische onstabiliteit, die men in het gegeven geval verwacht onder omstandigheden te zullen vinden, is de „grondzwaai”-neiging. Zooals bekend zou het conventionele landingsgestel de grondzwaai-mogelijkheid wel vertoonen en wordt de afwezigheid daarvan bij een neuswielvliegtuig als één der belangrijke voordeelen van dit landingsgestel aangemerkt. Het is gebruikelijk, dit verschillend gedrag van beide uitvoeringsvormen van het landingsgestel als volgt te verklaren:

Bij optreden van een dwarskracht wordt het aandeel van deze, dat wordt opgenomen door een vrij-sturend verondersteld neus- of staartwiel, aangenomen zeer klein te zijn, vergeleken bij het aandeel, dat de onverstelbare hoofdwielen opnemen. Dientengevolge wordt de draairichting van het moment om het zwaartepunt van het vliegtuig van

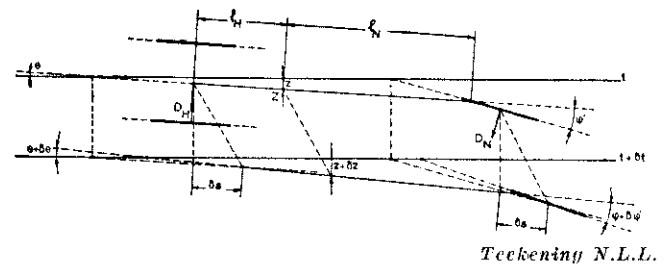
de dwarskrachten in de raakpunten van wielen en weg bepaald door de dwarskracht op de hoofdwielen. Dit moment echter vergroot de verstoring van de rechtuit-rol, waarvan de dwarskracht een gevolg was, wanneer het hoofdwielenstelsel vóór het zwaartepunt van het vliegtuig ligt, d.i. bij de „klassieke” inrichting van het landingsgestel. Ligt het hoofdwielenstelsel achter het zwaartepunt, zooals dat bij een vliegtuig met neuswiel-landingsgestel het geval is, dan stabiliseert het bovenbedoelde moment juist.

De berekening, die een nauwkeuriger beeld van de stabiliteits-eigenschappen zal kunnen geven, moge worden gefundeerd op de beide navolgende vereenvoudigende veronderstellingen:

- Het zwaartepunt van het bewegelijke deel van het neus- of staartwiel-stuur ligt in de stuuras.
- Het evenwicht van de schroeftrek en luchtkrachten wordt niet verbroken door de storing van de rolbeweging.

Tevens is de massa m van het bewegelijke deel van het neuswiel (en dit geldt ook voor het staartwiel, hetwelk echter ter vermindering van misverstand voorloopig even ongenoemd moge blijven) steeds zéér klein, vergeleken bij de massa M van het vliegtuig, terwijl de afmetingen van het neuswiel (b.v. de voorloop b , enz.) steeds klein zijn, vergeleken bij de afmetingen L_H , L_N en L van het vliegtuig. Men kan dus m naast M , en b.v. b naast L_N , L_H of L verwaarloozen.

De bewegingsvergelijkingen worden afgeleid met behulp van de methode van Lagrange. Men moet dan eerst nagaan, hoe groot de kinetische energie is. Het vliegtuig en het bewegelijke deel van het neuswiel-stuur geheel apart behandelend,



Tekening N.L.L.

Fig. 3. De voortzetting der spoorkrommen bij schuifvrij rollen.

vindt men met de notaties en aanwijzingen van fig. 3, aannemend, dat de top-as van het vliegtuig een hoofdtraagheids-as is en dat het bijbehorende traagheidsmoment C is, vooreerst voor het vliegtuig-alléén:

$$(E_{kin})_1 = \frac{1}{2} M \dot{z}^2 + \frac{1}{2} C \dot{\theta}^2. \quad (13)$$

Voor de kinetische energie van de translatie van het zwaartepunt van het bewegelijke deel van het neuswiel-stuur geldt, met onbeteekenende fout aannemende, dat dit zwaartepunt op een afstand L_N van het zwaartepunt van het vliegtuig ligt:

$$(E_{kin})_2 = \frac{1}{2} m (\dot{z} + L_N \dot{\theta})^2. \quad (14)$$

Blijft te bepalen over de kinetische energie van de draaiingen van het bewegelijke deel van het neuswielstuur om zijn zwaartepunt, en — strikt ge-

³⁾ Dit wil niet zeggen, dat de grootte van b geheel onverschillig is. Neemt men $k_\varphi = 0$ en $b = 0$, dan vervalt de vergelijking (11) en wordt de oplossing van (9) en (10) onbepaald. (Dit zou in (12) zichtbaar zijn, wanneer niet een factor $\frac{b}{b} \rightarrow \frac{0}{0}$ voor $b = 0$, was weggedeeld). Dat is een

ongewenschte toestand, zoodat men moet concluderen: bij besturing met het richtingsroer is de grootte van de voor- of naloop onverschillig, mits de absolute waarde van b niet al te klein is.

nomen — van de wiendraaiing. Echter kan men het aandeel van de wiendraaiing wel buiten beschouwing laten, omdat de draaisnelheid ook bij de gestoorde stationnaire recht-uit-rol constant gesteld kan worden (in aansluiting daarop neemt men aan dat er geen tangentele kracht optreedt in het raakpunt van wiel en weg), zoodat ook het hoofdaandeel der daaraan verbonden kinetische energie constant is en bij de vorming der Lagrange'sche vergelijkingen wegvallt. Verder leveren de kleine koppeltermen met andere draaiingen alleen de in eerste instantie te verwaarloozen gyroscopische werking van het roteerende wiel op. In verband hiermede is het voldoende de beide draaiingen $\dot{\varphi}$ (om de stuuras) en $\dot{\Theta}$ (om de verticaal) in rekening te brengen. Zij nu I_φ het traagheidsmoment van het bewegelijke deel van het neuswielstuur om de stuuras, I_n het traagheidsmoment om een as door het zwaartepunt, loodrecht op de stuuras en in het (centrale) vlak van het systeem en $I_{\varphi n}$ het traagheidsproduct t.o.v. deze beide assen (de stuuras is in het algemeen niet tevens hoofdtraagheids-as), dan geldt

$$\begin{aligned} (E_{kin})_3 &= \frac{1}{2} I_\varphi (\dot{\varphi} + \dot{\Theta} \cos \psi)^2 + \frac{1}{2} I_n \dot{\Theta}^2 \sin^2 \psi + \\ &+ I_{\varphi n} (\dot{\varphi} + \dot{\Theta} \cos \psi) \dot{\Theta} \sin \psi = \\ &= \frac{1}{2} I_\varphi \left(\frac{\dot{\varphi}'}{\cos \psi} + \dot{\Theta} \cos \psi \right)^2 + \frac{1}{2} I_n \dot{\Theta}^2 \sin^2 \psi + \\ &+ I_{\varphi n} \left(\frac{\dot{\varphi}'}{\cos \psi} + \dot{\Theta} \cos \psi \right) \dot{\Theta} \sin \psi. \end{aligned} \quad (15)$$

De totale kinetische energie (afgezien van het aandeel, afhankelijk van de rotatie van het wiel) van het systeem verkrijgt men door sommatie van (13), (14) en (15). De uitkomst is:

$$\begin{aligned} E_{kin} &= \left(\frac{1}{2} M + \frac{1}{2} m \right) \dot{z}^2 + m L_N \dot{z} \dot{\Theta} + \\ &+ \left(\frac{1}{2} C + m L_N^2 + \frac{1}{2} I_\varphi \cos \psi \right) \dot{\Theta}^2 + \\ &+ \frac{1}{2} I_n \sin^2 \psi + I_{\varphi n} \sin \psi \cos \psi \dot{\Theta}^2 + \\ &+ (I_\varphi + I_{\varphi n} \operatorname{tg} \psi) \dot{\Theta} \dot{\varphi}' + \frac{1}{2} I_\varphi \frac{\dot{\varphi}'^2}{\cos^2 \psi}. \end{aligned}$$

Met onbeteekenende en eerder toegelichte verwaarloozingen kan men deze formule vervangen door:

$$\begin{aligned} E_{kin} &\approx \frac{1}{2} M \dot{z}^2 + m L_N \dot{z} \dot{\Theta} + \frac{1}{2} C \dot{\Theta}^2 + \\ &+ (I_\varphi + I_{\varphi n} \operatorname{tg} \psi) \dot{\Theta} \dot{\varphi}' + \frac{1}{2} I_\varphi \frac{\dot{\varphi}'^2}{\cos^2 \psi}. \end{aligned} \quad (16)$$

Men neme M gelijk aan de massa van het geheele systeem en C gelijk aan het traagheidsmoment van het geheele systeem om de top-as.

Vervolgens moet men arbeidsfactoren vaststellen voor de krachten D_H en D_N . (N.B. Het systeem bevat geen elastische deelen, b.v. veeren, en heeft in verband daarmee geen potentieele energie). Bij een kleine virtuele wijziging δz van de coördinaat z verrichten D_H en D_N tezamen den arbeid $(D_H + D_N) \delta z$, dus:

$$Q_Z = D_H + D_N. \quad (17)$$

Bij een kleine wijziging $\delta \Theta$ van Θ wordt de arbeid $(L_N D_N - L_H D_H) \delta \Theta$ verricht, zoodat

$$Q_\Theta = L_N D_N - L_H D_H. \quad (18)$$

Wijzig zich tenslotte φ' met een bedrag $\delta \varphi'$ (dus φ met een bedrag $\delta \varphi = \frac{\delta \varphi'}{\cos \psi}$), dan verricht

D_N den arbeid: $D_N \cdot b \cos \psi \cdot \frac{\delta \varphi'}{\cos \psi} = D_N b \delta \varphi'$. Omdat het systeem bij het aanbrengen van deze wijziging aan den voorkant ook over een kleinen afstand $b \operatorname{tg} \psi \cdot \varphi' \delta \varphi'$ moet worden opgeheven⁴⁾, moet worden gesteld, dat ook de normaalkracht N in het raakpunt van neuswiel en weg arbeid verricht, en wel ten bedrage $-N b \operatorname{tg} \psi \cdot \varphi' \delta \varphi'$. Dientengevolge is

$$Q_{\varphi'} = D_N b - N b \operatorname{tg} \psi \cdot \varphi'. \quad (19)$$

Uit (16), (17), (18) en (19) leidt men naar het procédé van Lagrange de navolgende bewegingsvergelijkingen af (E_{kin} hangt alléén van z , Θ en φ' , en niet van $\dot{z}$, $\dot{\Theta}$ en $\dot{\varphi}'$ zelf af):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{z}} \right) &= M \ddot{z} + m L_N \ddot{\Theta} = D_H + D_N, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{\Theta}} \right) &= m L_N \ddot{z} + C \ddot{\Theta} + (I_\varphi + I_{\varphi n} \operatorname{tg} \psi) \ddot{\varphi}' = L_N D_N - L_H D_H, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{\varphi}'} \right) &= (I_\varphi + I_{\varphi n} \operatorname{tg} \psi) \ddot{\Theta} + \frac{I_\varphi}{\cos^2 \psi} \ddot{\varphi}' = D_N b - N b \operatorname{tg} \psi \cdot \varphi'. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

In deze vergelijkingen komen de voorshands nog onbekende dwarskrachten D_H en D_N voor. Deze worden implicite bepaald door aan de bewegingsvergelijkingen de beide kinematische „bijcondities” toe te voegen, die den eisch formuleeren, dat de wielen een zuivere — schuifvrije — rolbeweging moeten uitvoeren, d.w.z., dat de centrale vlakken van de wielen aan de spoorkrommen op den weg raken. Aan de hand van fig. 3 vindt men — alle zijdelingsche verplaatsingen metend vanaf het verticale vlak door de „ongestoorde” rechte baan — zonder veel moeite voor de verandering der zijdelingsche verplaatsing in een tijdselement δt (waarin het vliegtuig over een afstand $\delta s = V \delta t$ voortrolt):

⁴⁾ Dit volgt uit de formule voor h , afgeleid in het appendix. Men heeft:

$$\frac{\partial h/r}{\partial \varphi} = \frac{-\sin \varphi \cos \varphi \cdot \sin^2 \psi}{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \psi} + \frac{a}{r} \sin \psi \sin \varphi,$$

of, voor kleine waarden van φ :

$$\frac{\partial h/r}{\partial \varphi} \approx -\sin^2 \psi \cdot \varphi + \frac{a}{r} \sin \psi \cdot \varphi = \sin \psi \left(\frac{a}{r} - \sin \psi \right) \varphi.$$

Daar volgens het appendix verder

$$b = \frac{a - r \sin \psi}{\cos \psi}$$

is, wordt

$$\delta h = r \frac{\partial (h/r)}{\partial \varphi} \delta \varphi = b \sin \psi \cos \psi \cdot \varphi \delta \varphi = b \operatorname{tg} \psi \cdot \varphi' \delta \varphi'.$$

$$\left. \begin{aligned} & - \text{van de raakpunten van de} \\ & \quad \text{hoofdwielen met den weg: } \delta s. \Theta, \\ & - \text{van het raakpunt van het neuswiel} \\ & \quad \text{met den weg: } \delta s. (\Theta + \varphi'), \\ & - \text{van het snijpunt van (het verlengde} \\ & \quad \text{van) de stuuras en den weg:} \\ & \quad \delta s. (\Theta + \varphi') - b \delta \varphi'. \end{aligned} \right\} (21)$$

en dus voor de verandering z van de zijdeling-sche verplaatsing van het zwaartepunt van het vliegtuig, op grond van het in de figuur in het oog springend meetkundig verband:

$$\delta z = \delta s. \Theta + \frac{L_H}{L} [\delta s. (\Theta + \varphi') - b \delta \varphi'] - \delta s. \Theta$$

of, wegens $\delta z = \dot{z} \delta t$; $\delta s = V \delta t$; $\delta \varphi' = \dot{\varphi}' \delta t$, na rangschikking:

$$\dot{z} - V \Theta - \frac{L_H}{L} (V \dot{\varphi}' - b \ddot{\varphi}') = 0. \quad (22)$$

Uit de meetkundige eigenschappen van de figuur volgt, uitgaande van de verplaatsingen (21), echter bovendien:

$$\delta \Theta = \frac{\delta s. (\Theta + \varphi') - b \delta \varphi' - \delta s. \Theta}{L},$$

hetgeen men gemakkelijk kan omvormen tot de vergelijking:

$$\dot{\Theta} - \frac{1}{L} (V \dot{\varphi}' - b \ddot{\varphi}') = 0. \quad (23)$$

De formules (22) en (23) vormen de gezochte bijcondities.

Ter oplossing van het stelsel vergelijkingen, gegeven door (20), (22) en (23) substitueere men

$$z = z_0 e^{rt}, \quad \Theta = \Theta_0 e^{rt}, \quad \varphi' = \varphi_0' e^{rt},$$

$$D_N = D_{N_0} e^{rt}, \quad D_H = D_{H_0} e^{rt}, \quad (24)$$

waardoor men de 5 navolgende gewone lineaire en homogene vergelijkingen krijgt voor de onbekenden $z_0, \dots, D_{H_0}$:

$$\left. \begin{aligned} M r^2. z_0 &+ m L_N r^2. \Theta_0 & - D_{H_0} &- D_{N_0} &= 0 \\ m L_N r^2. z_0 &+ C r^2. \Theta_0 & + (I_\varphi + I_{n\varphi} \operatorname{tg} \psi) r^2. \varphi_0' &+ L_H D_{H_0} &- L_N D_{N_0} &= 0 \\ & (I_\varphi + I_{n\varphi} \operatorname{tg} \psi) r^2. \Theta_0 & + \left(\frac{I_\varphi}{\cos^2 \psi} r^2 + N b \operatorname{tg} \psi \right). \varphi_0' & & - b D_{N_0} &= 0 \\ r. z_0 &- V. \Theta_0 & - \frac{L_H}{L} (V - b r). \varphi_0' & & &= 0 \\ & r. \Theta_0 & - \frac{1}{L} (V - b r). \varphi_0' & & &= 0 \end{aligned} \right\} (25)$$

De parameter r wordt op de bekende wijze bepaald uit den eisch, dat de coëfficiënten-determinant van het stelsel (25) nul moet zijn. Deze „karakteristieke vergelijking” luidt, ter afkorting nog even

$$I_\varphi + I_{n\varphi} \operatorname{tg} \psi = I_{\varphi'}, \quad (26)$$

stellend:

$$\begin{vmatrix} M r^2 & m L_N r^2 & 0 & -1 & -1 \\ m L_N r^2 & C r^2 & I_{\varphi'} r^2 & L_H & -L_N \\ 0 & I_{\varphi'} r^2 & \frac{I_\varphi r^2}{\cos^2 \psi} + N b \operatorname{tg} \psi & 0 & -b \\ r & -V & \frac{L_H}{L} (b r - V) & 0 & 0 \\ 0 & r & \frac{1}{L} (b r - V) & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad (27)$$

of:

$$\begin{aligned} & r^4 \left[b^2 \mu_0 + \left(\frac{I_\varphi L}{\cos^2 \psi} - 2 b I_{\varphi'} \right) \frac{1}{M L_H} \right] + \\ & + r^3 \left[b V \left(\mu_1 \frac{b}{L} - \mu_0 \right) + \frac{I_{\varphi'} V}{M L_H} \right] + \\ & + r^2 b \left(\frac{L N}{M L_H} \operatorname{tg} \psi - \mu_1 \frac{V^2}{L} \right) = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

met

$$\mu_0 = \frac{M L_H^2 + 2 m L_H L_N + C}{M L L_H}; \quad \mu_1 = 1 + \frac{m L_N}{M L_H}. \quad (29)$$

Er blijken twee wortels $r = 0$ te zijn. De aanwezigheid hiervan, waaruit een gedeeltelijke indifferentie van de gestoorde rolbeweging volgt, kan gemakkelijk worden teruggevoerd op het ontbreken van een oriëntatie zoowel naar plaats als naar richting, in het vlak van den weg.

Men kan de uitkomst (28) door kleine verwaarloozingen nog iets vereenvoudigen. Men heeft nl., daar $I_{\varphi'}$ voor niet abnormaal groote waarden van ψ slechts weinig grooter is dan I_φ , en $2b \ll L$ is:

$$\frac{I_\varphi L}{\cos^2 \psi} \gg 2 b I_{\varphi'},$$

zoodat $2 b I_{\varphi'}$ naast $\frac{I_\varphi L}{\cos^2 \psi}$ kan worden geschrapt.

Verder is $m \ll M$, waaruit volgt, dat μ_1 slechts zeer weinig grooter dan 1 is. Het verschil kan worden verwaarloosd.

Men verkrijgt zoo tenslotte, bovendien door r^2 deelsend:

$$v^2 + v V \frac{I_{\varphi}' / M L_H + b(b/L - \mu_0)}{b^2 \mu_0 + \frac{L}{\cos^2 \psi} \frac{I_{\varphi}}{M L_H}} + b \frac{\operatorname{tg} \psi \cdot L N / M L_H - V^2 / L}{b^2 \mu_0 + \frac{L}{\cos^2 \psi} \frac{I_{\varphi}}{M L_H}} = 0. \quad (30)$$

Daar $b^2 \mu_0 + \frac{L}{\cos^2 \psi} \cdot \frac{I_{\varphi}}{M L_H}$ altijd positief is, moet

$$\text{zoowel } V \left[\frac{I_{\varphi}'}{M L_H} + b \left(\frac{b}{L} - \mu_0 \right) \right] > 0 \text{ zijn} \quad (31)$$

$$\text{als } b \left(\operatorname{tg} \psi \cdot \frac{L N}{M L_H} - \frac{V^2}{L} \right) > 0, \quad (32)$$

willen de wortels van (30) hetzij reëel en negatief, hetzij complex met negatief reëel gedeelte zijn, hetgeen noodig is voor stabiliteit van de beweging. (De stoorbeweging wordt dan of aperiodisch, of slingerend uitgedempt). Uit (32) volgt dan direct, dat het neuswiel met achteroverhellende stuuras ($\psi > 0$) altijd een omslag van de stabiliteit vertoont bij een snelheid

$$V_0 = \sqrt{\frac{N L^2}{M L_H} \operatorname{tg} \psi}. \quad (33)$$

Nu is N gelijk aan de belasting van het neuswiel. Laat men luchtkrachten even buiten beschouwing, dan zou $N = M g \frac{L_H}{L}$ zijn, en dan wordt

$$\frac{N L^2}{M L_H} \operatorname{tg} \psi = L g \operatorname{tg} \psi, \quad (34)$$

zoodat de V_0 uit (33) precies de snelheid is, waar vroeger (zie (8)), eveneens alléén wanneer $\psi > 0$ is, een onregelmatigheid in het verloop van de stuurkracht werd gevonden. De conclusie ligt voor de hand, dat in de voorwaarde (32) o.m. de statische stabiliteit (of onstabiliteit) van den middenstand van het stuur tot uitdrukking komt. In meer volledigen vorm volgt uit (32), dat de beweging

$$\text{in ieder geval} \quad \left\{ \begin{array}{l} b > 0 \text{ (voorloop), } \psi < 0 \text{ en} \\ \text{onstabil is voor} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{alle waarden van } V \\ b > 0 \text{ (voorloop), } \psi > 0 \text{ en} \\ V > V_0 \\ b < 0 \text{ (naloop), } \psi > 0 \text{ en} \\ V < V_0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\text{en dat zij stabiel} \quad \left\{ \begin{array}{l} b > 0 \text{ (voorloop), } \psi > 0 \text{ en} \\ \text{kàn zijn (afh. van} \quad \left\{ \begin{array}{l} V < V_0 \\ b < 0 \text{ (naloop), } \psi < 0 \text{ en} \\ \text{(31)) voor} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{alle waarden van } V \\ b < 0 \text{ (naloop), } \psi > 0 \text{ en} \\ V > V_0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Daar de „kritische” snelheid V_0 volgens een vroeger gemaakte schatting nogal klein is, zijn voorloopig — „wat de conditie (32) betreft” — stuurconstructies, die *naloop* bevatten, doelmatig,

terwijl voorloop steeds ongeschikt is. De stuuras mag zoowel voorover als achterover hellen, mits de hellingshoek in het laatste geval niet te groot (b.v. groter dan 30°) gemaakt wordt, omdat dan V_0 te veel toeneemt en de onstabiliteit, die voor $\psi > 0$ bij zeer kleine snelheden bestaat, misschien hinderlijk zal worden.

Vermeld zij, dat de onstabiliteit, die aanwezig is wanneer aan (32) niet is voldaan, altijd een aperiodisch karakter heeft, omdat (30) dan altijd een positieve en reële wortel heeft.

Nu moet de voorwaarde (31) nog worden onderzocht. Daar V bij vóóruit-rollen positief is, is zij equivalent met:

$$b^2 - L \mu_0 \cdot b + \frac{I_{\varphi}' L}{M L_H} > 0. \quad (35)$$

Om hier iets meer van te kunnen zeggen, moet men eerst de orde van grootte van de coëfficiënten $L \mu_0$ en $\frac{I_{\varphi}' L}{M L_H}$ vaststellen. Men heeft volgens (29), daar $m \ll M$:

$$L \mu_0 = \frac{M L_H^2 + 2 m L_H L_N + C}{M L_H} \approx L_H + \frac{R^2}{L_H},$$

waarin R de traagheidsstraal is van het vliegtuig om de top-as. Ruw schattend is $R \approx \frac{1}{2} L$, dus $L \mu_0 \approx L_H + \frac{L^2}{4 L_H}$. Voor $L_H = \frac{1}{4} L$ volgt $L \mu_0 \approx 1 \frac{1}{4}$,

voor $L_H = \frac{1}{2} L$: $L \mu_0 \approx L$ en voor $L_H = \frac{3}{4} L$: $L \mu_0 \approx \frac{13}{12} L$,

of samenvattend: $L \mu_0$ is van dezelfde orde van grootte als L (μ_0 is dus in zeer ruwe schatting gelijk aan 1).

Verder is volgens (26) voor niet exceptioneel groote waarden van ψ

$$\frac{I_{\varphi}' L}{M L_H} \approx \frac{m}{M} \cdot \frac{R_w^2 L}{L_N},$$

waarin R_w de traagheidsstraal is van het bewegelijke deel van het neuswielstuur. Nu is $\frac{m}{M}$ klein, naar de orde van grootte wellicht gelijk aan $\frac{1}{20}$. Verder is R_w belangrijk kleiner dan L .

Vermoedelijk komt $\frac{L}{10}$ eenigszins in de buurt.

Dan wordt in zeer ruwe schatting $\frac{I_{\varphi}' L}{M L_H} \approx \frac{L^3}{2000 L_H}$,

zoodat de waarde van $\frac{I_{\varphi}' L}{M L_H}$ vergelijkbaar moet zijn met $0,001 L^2$.

Uit het bovenstaande volgt, dat de vergelijking

$$b^2 - L \mu_0 \cdot b + \frac{I_{\varphi}' L}{M L_H} = 0$$

reële wortels heeft, en deze liggen bij:

$$b = \frac{1}{2} L \mu_0 \pm \sqrt{\frac{1}{4} L^2 \mu_0^2 - \frac{I_{\varphi}' L}{M L_H}} = \frac{1}{2} L \mu_0 \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4}{L^2 \mu_0^2} \cdot \frac{I_{\varphi}' L}{M L_H}} \right) \approx \frac{1}{2} L (1 \pm \sqrt{1 - 0,004}) \approx \frac{1}{2} L [1 \pm (1 - 0,002)],$$

dus bij $b \approx L$ en $b \approx 0,001 L$. (36)

Men vindt dan verder zonder moeite, dat aan (35) practisch is voldaan, wanneer $b < 0$ is, daar waarden van b , vergelijkbaar met L , constructief nooit in aanmerking komen, en men de kleine lengte $0,001 L$ gevoegelijk door nul kan vervangen. Het onderzoek der voorwaarden (31) wijzigt dus de reeds uit (32) verkregen stabiliteitseischen niet, men vindt alleen opnieuw, dat de stuurconstructie *naloop* moet bevatten. De eindconclusie is, dat een goede „elementaire” stabiliteit van de stationnaire recht-uit-rol van een vliegtuig met neuswiel door doelmatige constructie van het neuswiel (*naloop* + *vóóroverhellende*, of + onder *kleine* scheefstelling achteroverhellende stuuras) kan worden verkregen.

Uit de hiervoor beschreven berekening kan men nagenoeg zonder extra rekenwerk tevens de stabiliteits-eischen van de recht-uit-rol van een vliegtuig met conventioneel staartwiel-landingsgestel afleiden. Men bedenke slechts, dat men, in de formules „voor het neuswiel” V negatief stellend, de mathematische beschrijving verkrijgt van de stationnaire *achteruit*-rol van een vliegtuig met neuswiel, en men verifieert gemakkelijk, dat deze beweging dynamisch aequivalent is met de normale *vooruit*-rol van een vliegtuig met staartwiel. Een preciese vergelijking van beide bewegingen leert, dat aan de omkeering van het teeken van V nog de beide navolgende „omkeeringen” moeten worden toegevoegd

- 1° $b > 0$ geeft *naloop* en $b < 0$ *voorloop*
- 2° $\psi > 0$ geeft een achteroverhellende stuuras en $\psi < 0$ een vooroverhellende.

In beide gevallen wordt de interpretatie immers betrokken op de bewegings-richting. Men wende zich, de drie voornoemde veranderingen in het oog houdend, nu opnieuw tot de de stabiliteit beheerschende voorwaarden (31) en (32)! Onmiddellijk blijkt dan, dat de v voorwaarde naar den vorm niet verandert, terwijl de eerste, wanneer men de factor V weglaat (vergelijk (35)), juist omkeert:

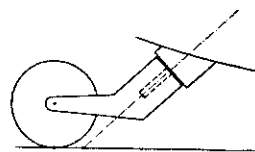
$$b^2 - L\mu_0 b + \frac{I_\varphi' L}{M L_H} < 0. \quad (37)$$

Daar de vroeger als richtlijn gebruikte afschattingen ditmaal zeker niet minder bruikbaar zijn, kan uit (37) direct worden geconcludeerd, dat voor het staartwiel $b > 0$ moet zijn, ter verzekering van stabiliteit, hetgeen nu *opnieuw naloop* beteekent.

Echter werd uit de ongewijzigd gebleven voorwaarde (31) de slotsom getrokken, dat de beweging voor $b > 0$ altijd *onstabiel* is, *behalve* wanneer $\psi > 0$ en $V < V_0$ is. (Zoowel voor $b > 0$, $\psi < 0$ en V willekeurig, als voor $b > 0$, $\psi > 0$, $V > V_0$ destabiliseert de voorwaartsche snelheid in dien zin, dat de onstabieliteit „heviger” wordt, naarmate V grooter is, resp. de kritische grens V_0 méér overtreft. Eén en ander volgt direct uit de formule (30)). Nu is V_0 in den regel klein, zoodat de eindconclusie deze is, dat de stationnaire recht-uit-rol van een vliegtuig met conventioneel

staartwiel-landingsgestel in ieder geval bij grootere voorwaartsche snelheid *altijd onstabiel* is. Deze uitkomst bevestigt dus de reeds in den aanhef van dit nummer vermelde stelling, dat de stabiliteit van de rolbeweging van het neuswiel-vliegtuig essentieel beter is dan die van het vliegtuig met staartwiel.

Er zijn enkele maatregelen, waardoor in theorie ook de rolbeweging van het staartwiel-vliegtuig in wellicht voldoende mate kan worden gestabiliseerd. Zij komen alle neer op een verhooging van V_0 ⁵⁾. Uit (33) volgt nl., dat V_0 grooter wordt, naarmate ψ grooter wordt genomen, en



Teekening N.L.L.

Fig. 4. Staartwiel met naloop en zeer scheefve stuuras.

naarmate $\frac{NL}{L_H}$ grooter is.

Het eerste beteekent, dat de vork zéér scheef gesteld moet worden, en wel zóó,

dat hij — gezien in de bewegingsrichting — vóórover helt. Daar deze helling van de stuuras met naloop moet worden gecombineerd, zou dat tot staartwielconstructies van het in fig. 4 geschetste type leiden. Het blijft twijfelachtig, of men zoo een bevredigend resultaat zal kunnen krijgen. Onder de omstandigheden, waarin (33) door (34) kan worden vervangen, vindt men b.v. voor $L=10 m$, eischend dat V_0 bij 60 km/h moet liggen: $\text{tg } \psi \approx 2,8$, dus $\psi \approx 70^\circ$, zoodat de scheefstellingshoek wel zeer groot moet worden genomen. Het tweede ($\frac{NL}{L_H}$ groot) kan men bereiken

door de wielbasis L groot te maken en door het staartwiel tijdens de rolbeweging door een uitslag van het hoogteroer tegen den grond te drukken. Afdoend kan dit practisch nooit zijn, de maatregel kan in grensgevallen echter wellicht juist genoeg verbetering geven.

Een laatste middel ter verhooging van V_0 bestaat uit het aanbrengen van een centreerende veering van het staartwiel. Zoo'n veering is in de berekening niet opgenomen, kan daaraan echter gemakkelijk worden toegevoegd door bij de formule (20) (in het linkerlid) een term $\frac{k_\varphi \varphi}{\cos \psi} \equiv k_\varphi \frac{\varphi'}{\cos^2 \psi}$ op te tellen. Rekent men deze verandering geheel door, dan komt de voorwaarde (31) onveranderd tevoorschijn, terwijl (32) overgaat in:

$$b \left(\text{tg } \psi \cdot \frac{LN}{M L_H} - \frac{V^2}{L} \right) + \frac{L}{M L_H} \cdot \frac{k_\varphi}{\cos^2 \psi} > 0,$$

zoodat V_0 gelijk wordt aan:

$$V_0 = \sqrt{\frac{NL^2}{M L_H} \text{tg } \psi + \frac{k_\varphi L^2}{M L_H b \cos^2 \psi}}. \quad (35)$$

⁵⁾ Behoudens één hierna niet genoemde, doch in principe ook denkbare werkwijze, die neerkomt op het herstellen van de voorwaarde (37), nadat aan (32) is voldaan, door $\psi < 0$ (vóóroverhellende stuuras) en $b < 0$ (vóóroverloop!) te nemen. Dit zou kunnen gebeuren door demping op stuuras draaiingen aan te brengen, b.v. in den vorm van wrijving of met behulp van vloeistof-dempers.

Hieruit volgt, dat V_0 inderdaad wordt vergroot. Het optreden van de kleine lengte b en van het bij *grote* ψ kleine kwadraat van $\cos$ in den noemer van den 2en term onder het wortelteken doen vermoeden, dat men wellicht met niet overdreven sterke veeren reeds resultaat zal kunnen boeken. De bestuurbaarheids-eigenschappen van de rolbeweging gaan echter volgens vroeger vermelde berekeningen door het aanbrengen van centreerende veeren altijd achteruit.

Over den aard van de onstabiliteit, die bij het vliegtuig met staartwiel kan worden aangetroffen, kunnen door ruimtegebrek geen uitvoerige beschouwingen worden gegeven. Men stelt echter direct vast, dat de onstabiliteit, die gekoppeld is aan het niet vervuld zijn van (32), en die b.v. optreedt wanneer de kritische grens V_0 wordt overschreden, een aperiodisch karakter heeft, terwijl de onstabiliteit, die een gevolg is van een schending van de voorwaarde (37) (dus b.v. $\psi < 0$, $b < 0$, zie noot 5), vaak het karakter van een slingering zal hebben (aperiodiciteit is hier, in het bijzonder bij $\psi > 0$, ook mogelijk). Het is de eerste vorm der onstabiliteit, welke met de meer bekende benaming „grondzwaaiëiging” overeen zal komen.

5. Shimmy-slingeringen van een neuswiel.

51. Inleiding.

De ervaring leert, dat de rolbeweging van een neuswiel kan worden gestoord door een typisch onstabiele slingering, die niet uit de eerder onderzochte elementaire stabiliteits-eigenschappen kan worden afgeleid. Bedoeld worden de z.g. „shimmy-slingeringen”, welke buitengewoon hinderlijk kunnen zijn en die zooals bekend ook bij de bestuurde voorwielen van een automobiel kunnen worden aangetroffen. Het mechanisme van deze onstabiliteit heeft langen tijd in het duister gelegen. Over shimmy van de voorwielen van een automobiel bestaat een vrij uitvoerige literatuur, waarin echter maar weinig pogingen tot de formuleering van een behoorlijke theorie van dit verschijnsel worden aangetroffen. De eenige uitzondering van betekenis wordt gevormd door het werk van G. Becker, H. Fromm en H. Mahrun. In een door hen samengestelde verhandeling (*lit. 1*) wordt een theorie ontwikkeld, volgens welke de gyroscopische koppeling tusschen verschillende bewegingen van een elastisch opgehangen wiel als voornaamste oorzaak van de shimmy-onstabiliteit te voorschijn komt. Er wordt een uitvoerig, op de inrichting der automobiel-besturing toegespitst experimenteel materiaal vermeld, dat de gegeven verklaring schijnt te ondersteunen. Het ligt voor de hand, dezelfde theorie toe te passen op het neuswielsysteem van vliegtuigen. Dit is door het NLL beproefd, echter met negatief resultaat. Dit kan twee oorzaken hebben: in de eerste plaats bestaat natuurlijk de mogelijkheid, dat de bij neuswielen van vliegtuigen aangetroffen shimmy-slingeringen ondanks de schijnbare overeenkomst, toch van anderen aard zijn dan de shimmy-slingeringen van automobielen. De constructie van beide besturings-systemen vertoont wel punten van overeenkomst, maar er

zijn tenslotte ook enkele wellicht niet onbelangrijke verschillen. De tweede mogelijkheid is, dat de geciteerde theorie niet correct of althans niet volledig is. Met deze mogelijkheid moet vooral rekening worden gehouden, omdat het in *lit. 1* beschreven mathematische stabiliteitsonderzoek niet volledig is⁶⁾, en zij wordt te meer waarschijnlijk sinds van andere zijde een geheel anders ingerichte theorie naar voren is gebracht, welke speciaal met het oog op het neuswielsysteem van vliegtuigen is ontwikkeld. Deze theorie is beschreven in het sinds kort beschikbaar gekomen Report no. 686 van het NACA. Zij wijst niet de gyroscopische koppelingen, doch enkele typische eigenschappen van den elastischen ballonband, waarmede het neuswiel altijd is uitgerust, als voornaamste oorzaak der shimmy-slingering aan, een verklaring, die door een aantal fraaie laboratorium-experimenten schijnt te worden bevestigd. Het blijft een geheel open vraag, wat deze theorie bij het onderzoek van de stabiliteit van de voorwielen van een automobiel zal kunnen presteeren, (zoodat ook de verhouding tot de in *lit. 1* beschreven theorie feitelijk onbeslist blijft) het mag echter zeker worden geacht, dat zij een veel doelmatiger uitgangspunt vormt voor het onderzoek van de shimmy-slingering van het neuswiel van vliegtuigen.

De NACA-theorie vormt ook in dit rapport de basis van het onderzoek. Waar aan het NLL tot nu toe gelegenheid en middelen ontbraken om het ook in dit geval nog allerm minst volledige experimentele onderzoek verder uit te werken, wordt vooral aandacht besteed aan de verbetering van de theorie zelf. Want bestudeert men de door het NACA gegeven formuleering van de theorie nauwkeurig, dan stuit men op een aantal vragen, die ook van theoretisch standpunt niet geheel bevredigend zijn opgelost. Zeer in het kort kan men er dit van zeggen: om de elastische eigenschappen van den band in de berekening van de rolbeweging te kunnen opnemen is tweërlei noodig: men moet een bruikbare mathematische idealisatie zoeken voor de eigenschappen van den band, die men in acht wenscht te nemen en men moet nagaan, onder welke voorwaarden men de rolbeweging van een deformabel wiel „vrij van schuiven” zal noemen. Nu wordt in het NACA-Report slechts één zeer gespecialiseerde deformatie van den band (nl. „zijdelingsche uitbuiging”) in aanmerking genomen, waarna mede op grond van enkele weinig doorzichtige en ten deele hypothetische aannamen bewegingsvergelijkingen en kinematische voorwaarden, die de schuifvrijheid garandeeren, worden opgesteld. Uit in het NLL uitgevoerde berekeningen is echter gebleken, dat men beter doet de mogelijke deformaties van den band vollediger in de berekening op te nemen, daar hierdoor ten eerste de opstelling van bewegingsvergelijkingen wordt vergemakkelijkt, terwijl ten tweede de formuleering van den eisch, dat de rolbeweging schuifvrij is, nauw kan worden aangesloten bij een in de mechanica reeds lang gebruikelijke formuleering van

⁶⁾ Men heeft de coëfficiënten der karakteristieke vergelijking niet getoetst aan de complete serie der Hurwitz'sche stabiliteitscondities, doch alleen aan de eenvoudigste.

dezen eisch, geldig voor het geval, dat het wiel indeformabel is. Daardoor verliezen enkele aannamen ten deele hun karakter van „hypothese ad hoc”, terwijl men bovendien bereikt, dat het geldigheidsgebied van de theorie wordt vergroot, verbeteringen, die niet onbelangrijk worden geacht.

In de hierna volgende beschrijving van de theorie wordt de in het NACA-Report gevolgde werkwijze niet uitvoerig apart vermeld.

52. Theorie van de shimmy-slingeringen van een wiel met elastischen band.

De shimmy-slingering vormt een onstabiliteit, waarvan de oorzaak moet worden gezocht in de constructie van het wiel-stuur-systeem. De slingering verloopt zoo snel, dat men de verstoring van de beweging van het voertuig (vliegtuig) in eerste instantie buiten beschouwing kan laten, hetgeen zeggen wil, dat men zich het wielsysteem aan een „oneindig traag” voortdurend éénparig en rechtlijnig bewegend voertuig (vliegtuig) bevestigd kan denken. Hoewel ook andere deelen van het wiel-stuur-systeem strikt genomen natuurlijk elastisch zijn, is de ballonband om het wiel het onderdeel met de kleinste stijfheid. Daarom wordt aangenomen, dat alle constructiedelen behalve de band elastisch volkomen stijf zijn. Wat de deformaties van den band betreft, is het geschikt bij voorbaat op te merken, dat het alleen de t.o.v. het symmetrievlak van het systeem *anti-symmetrische* deformaties zijn, die van belang kunnen zijn. Aan de besturing zijn immers alleen *anti-symmetrische* bewegingen verbonden, die alleen doordat de normaalkracht in het raakpunt van wiel en weg bij kleinen stuuruitslag een moment om de stuuras kan hebben, met symmetrische bewegingen in geringe mate zijn gekoppeld. Deze koppeling is zoo klein, dat men symmetrische bewegingen en dus ook in principe veranderlijke symmetrische banddeformaties gevoegelijk buiten beschouwing kan laten.

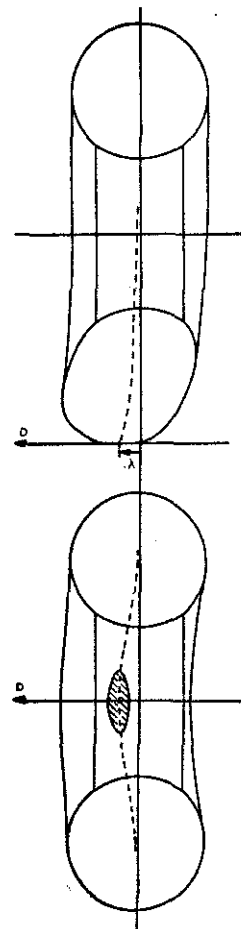
521. Deformaties van den band.

De band kan als lichaam met gelijkmatig over het geheel verdeelde elasticiteit in principe een groot aantal deformaties van zeer uiteenlopenden aard vertoonen. In het gegeven geval komt echter slechts een gering aantal deformaties van speciaal type in aanmerking, omdat zal worden aangenomen, dat er een omkeerbaar eenduidig verband bestaat tusschen de banddeformatie en de combinatie van *resulteerende kracht* en *resulteerend moment*, die de weg in het raakvlakje van wiel en weg op het wiel uitoefent. Deze fundamentele aanname kan als volgt worden toegelicht:

Zij impliceert klaarblijkelijk in de eerste plaats, dat de band als een massaloos elastisch lichaam mag worden beschouwd, of anders gezegd: dat de traagheidskrachten op elementjes van den band, verbonden aan wijzigingen van de deformatie en verbonden aan de bij het rollen optredende verplaatsing van de deformatie t.o.v. den band, klein blijven, vergeleken bij de elastische krachten. Dit zal het geval zijn, mits de krachten in het raakvlakje van wiel en weg niet te snel veranderen, en mits de rolsnelheid niet te groot is. Gesteld

wordt dus, dat deze twee voorwaarden vervuld zijn. Verder wordt het systeem der krachten, die in het ongeveer elliptische — in ieder geval eindige afmetingen vertoonende — raakvlakje van wiel en weg werken, vervangen door de resulteerende kracht, aangrijpend in het centrum van dit vlakje, en het resulteerende moment, waarvan de as door dit centrum gaat. Daarmede wordt verondersteld, dat niet in deze resultanten tot uitdrukking komende details van de verdeling der krachten in het raakvlakje van wiel en weg, ook wat hun invloed op de deformatie betreft, van geen belang zijn. Deze onderstelling zal geoorloofd zijn, mits de rolsnelheid niet al te klein is. Want het raakvlakje van wiel en weg wordt bij ontbreken van schuiven door den weg gefixeerd. De vorm van dit vlakje hangt echter van de deformatie van den band af, en omgekeerd. De rolbeweging moet dus, vergeleken bij de snelheid, waarmede de belasting op of de stand van het wiel verandert, snel genoeg zijn om het raakvlakje gelegenheid te geven zich op de banddeformatie in te stellen, waardoor een „omgekeerde” invloed wordt vermeden.

Men ontbinde nu de resulteerende kracht in het centrum van het raakvlakje van wiel en weg in drie componenten: een normaalkracht N , loodrecht op het vlak van den weg, een dwarskracht D , loodrecht op het (verticaal aan te nemen) centrale vlak van het wiel, en een tangentieele kracht T langs de snijlijn van deze twee vlakken. De componenten D en T zijn symmetrisch t.o.v. het centrale vlak



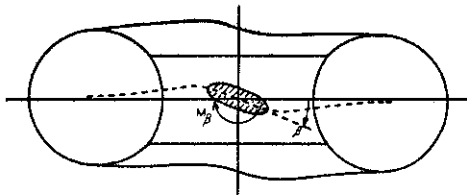
Teekening N.L.L.

Fig. 5. Zijdelingsche uitbuiging van den band.

van het wiel, de component T ontbreekt wanneer de rolbeweging stationnair is en er geen rollende wrijving is. De deformatie, behoorend bij de normaalkracht N is een *indeuking* van den band, en die, behoorend bij de dwarskracht D een *zijdelingsche uitbuiging*. De deformatie, behoorend bij de tangentieele kracht T doet niet ter zake. De eerste in aanmerking te nemen *anti-symmetrische* banddeformatie is dus „zijdelingsche uitbuiging”. De aard dezer deformatie wordt toegelicht door fig. 5. De grootte kan men vastleggen door opgave van den afstand λ van het centrum van het aanrakingsvlakje van wiel en weg tot het centrale vlak van het wiel in deformatievrijen toestand.

Het resulteerend moment kan eveneens in drie componenten worden ontbonden, met asrichtingen langs de werklijnen der krachten N , D en T . De component met asrichting loodrecht op het centrale vlak van het wiel is

symmetrisch en interesseert dus niet (zij is bij een stationnaire rolbeweging zelfs nul). De beide andere zijn antisymmetrisch. De deformatie, behorend bij de component met asrichting loodrecht op het vlak (te noteeren: M_β), is een „verwringing” van den band van het type der deformatie, die ontstaat wanneer men het stilstaande wiel om een verticale stuuras door het wielmiddenpunt over een kleinen hoek (zoo klein, dat geen schuiven wordt geforceerd) draait (zie fig. 6). De grootte dezer in aanmerking te nemen antisymmetrische deformatie kan worden vastgelegd door opgave van den hoek β tusschen de raaklijn aan de centrale omtrekslijn van den band ⁷⁾ en het centrum van het raakvlakje met den weg, en de snijlijn van het centrale vlak van het deformatievrije wiel en den weg. Blijft over de component van het resulterend moment met asrichting langs de werklijn van de krachtcomponent T . Het is niet moeilijk in te zien,



Teekening N.L.L.

Fig. 6. Verwringing van den band.

dat dit moment, zoo lang het centrale vlak van het wiel verticaal of nagenoeg verticaal is, klein zal blijven. Het moet geheel verdwijnen, wanneer men zich de dikte van het wiel — en daarmee de afmeting in een richting loodrecht op het wielvlak van het aanrakingsvlakje van wiel en weg — tot nul gereduceerd denkt. Het lijkt op grond daarvan niet waarschijnlijk, dat een fout van veel beteekenis zal ontstaan, wanneer men het bedoelde moment en de deformatie, die erbij zou behooren, nul stelt. Samenvattend zijn er buiten de symmetrische inkeuring twee antisymmetrische banddeformaties, die een rol kunnen spelen, nl. „zijdelingsche uitbuiing” en „verwringing”. Vanzelfsprekend stelt men de grootte dezer deformaties evenredig aan de deformeerende kracht, resp. het deformeërend moment, d. i.:

$$D = E_\lambda \lambda \quad ; \quad M_\beta = E_\beta \beta, \quad (36)$$

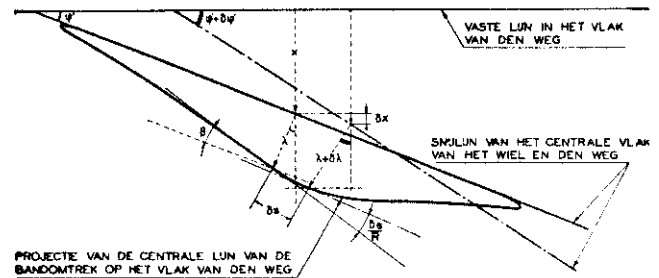
waarin E_λ en E_β constanten zijn, die bepaald worden door de elasticiteit van den band (waartoe ook de druk van de lucht in den ballonband gerekend moet worden. Het is verder denkbaar, dat ook de normaalkracht N de waarden van E_λ en E_β beïnvloedt).

522. De schuifvrije rolbeweging van een wiel met vervormbaren band.

Men moet nu trachten een bruikbare mathematische formulering te vinden voor de voorwaarde, dat in het raakvlakje van wiel en weg tijdens het rollen geen schuiven mag optreden. Men kan daar-

⁷⁾ Deze centrale omtrekslijn is de meetkundige plaats van die punten van den bandomtrek, die, wanneer de deformatie nul is, in het centrale vlak van het wiel liggen.

bij in verband met later volgende toepassingen de vereenvoudigende beperking toelaten, dat het centrale vlak van het wiel loodrecht op het vlak van den weg staat en blijft staan. De toestand, die dan op een willekeurig moment van de rolbeweging wordt aangetroffen, zal kwalitatief ongeveer overeenkomen met den in fig. 7 geschetsten. De



Teekening N.L.L.

Fig. 7. Het schuifvrij voortrollen van een wiel met een vervormden band.

figuur geeft een bovenaanzicht. In plaats van den geheelen gedeformeen band is er alleen de (projectie op het vlak van den weg der) centrale omtrekslijn van den band in aangebracht. De toelaatbaarheid van het consequente gebruik dezer schematisering — d. i. dus van de toekenning van een beheerschenden invloed aan de centrale omtrekslijn van den band — vormt de fundamenteele aanname, waarop de hierna volgende oplossing van het gestelde probleem berust. Voor zoover men zulks van te voren kan beoordeelen, lijkt de onderstelling alleszins aannemelijk: de toestand langs de centrale lijn van den bandomtrek vormt het meest voor de hand liggende representatieve *gemiddelde* van den toestand van den geheelen band en hetzelfde geldt voor de situatie binnen het raakvlakje van wiel en weg. Het spreekt dan verder vanzelf, dat men zal eischen, dat de raaklijnen aan de centrale lijn van den bandomtrek en aan de centrale lijn van het strikt genomen lintvormige spoor van het wiel op den weg, beide genomen in het centrum van het raakvlakje van wiel en weg, samenvallen. Aan de hand van fig. 7 vindt men uit dezen eisch de formule:

$$\delta x - (\lambda + \delta \lambda) \cos(\varphi' + \delta \varphi') = \delta s \sin(\varphi' + \beta) + \lambda \cos \varphi'. \quad (37)$$

In verband met het bij het deformeerbare wiel zeer nauwe contact tusschen wiel en weg zal echter niet alleen de richting, maar ook de kromming van de spoorcurve door de eigenschappen van de centrale omtrekslijn van den band worden beïnvloed. Op grond van de figuur lijkt hiervoor de navolgende precisering sterk in aanmerking te komen:

$$\delta \beta = -\frac{\delta s}{R} - \delta \varphi', \quad (38)$$

welke eenvoudig eischt, dat ook de krommingsmiddelpunten van de projectie der centrale lijn van den bandomtrek en van de centrale spoorcurve, bepaald voor het centrum van het raakvlakje van wiel en weg, moeten samenvallen.

Deze laatste voorwaarde heeft zonder twijfel een

meer hypothetisch karakter dan de eerste. Het is daarom te meer belangrijk, dat men kan aantonen, dat ook zij bij een gebruikelijke voorwaarde, op te leggen aan de schuifvrije rolbeweging van het niet deformeerbare wiel (met scherpen rand), aansluit. Het blijkt nl., dat bij bepaalde rolbewegingen van een „star” wiel rotaties van het wielvlak om een as door het raakpunt van wiel en weg, loodrecht op het vlak van den weg, door z.g. „borende wrijving” worden onderdrukt. (Zie b.v. Föppl: Vorlesungen über technische Mechanik, 1909, Deel IV, § 13). Zij Θ de standhoek tusschen het centrale vlak van het wiel en het vlak van den weg, dan luidt de formule (r is de straal van het wiel):

$$r \delta \varphi' = \delta s \cos \Theta \quad (\text{Zie Föppl}). \quad (39)$$

Projecteert men de randkromme van het wiel op het vlak van den weg, dan ontstaat een ellips met assen r en $r \cos \Theta$. De kromtestraal R van deze ellips in het raakpunt van wiel en weg, d.i. in een uiteinde van de korte as, bedraagt $R = \frac{r}{\cos \Theta}$, zoodat men i.p.v. (39) ook kan schrijven

$$\delta \varphi' = \frac{\delta s}{R}, \quad (40)$$

hetgeen niets anders zeggen wil, dan dat de kromtestraal van de spoorkromme in het raakpunt van wiel en weg gelijk is aan de kromtestraal aldaar van de projectie van den wielomtrek. Dat is echter precies het verwachte aequivalent voor het onvervormbare wiel van de voorwaarde (38), opgelegd aan het wiel met den deformabelen band. Deze gelijkwaardigheid volgt ook direct uit de formules, men stelde in (38) slechts $\delta \beta = 0^8$.

Volledigheidshalve moge erop worden gewezen, dat aan de beide „anti-symmetrische” voorwaarden (37) en (38) nog de „symmetrische” moet worden toegevoegd, dat de verplaatsingen δs van het centrum van het raakvlakje van wiel en weg in een klein tijdsinterval δt , gemeten op den band en op den weg, gelijk moeten zijn.

De tamelijk ingewikkelde formule (37) kan worden vereenvoudigd, wanneer de deformaties λ en β , alsmede de hoek φ' klein (doch niet infinitesimaal) zijn, hetgeen bij de te maken toepassingen het geval zal zijn. Men vindt, met enkele onbeteekenende verwaarloozingen:

$$\delta x = -\delta \lambda + \delta s(\varphi' + \beta). \quad (41)$$

Hoewel de opgave, aan de voorwaarde der schuifvrijheid van de rolbeweging een mathematischen vorm te geven, met de aanvaarding der formules (37) of (41) en (38) is opgelost, is het resultaat nog niet direct bruikbaar, omdat in (38) de kromtestraal R van de centrale omtrekslijn van den band optreedt. Deze kromtestraal is een eigenschap van de deformatie van den band en daar deze is opgebouwd uit de twee bij kleine vervorming lineair superponeerbare deformaties, „zijdelingsche uitbuiging” en

„verwringing”, welke componenten weer *éénduidig* bepaald gedacht zijn door de parameters λ en β , moet ook R binnen het kader der ingevoerde veronderstellingen geacht worden *éénduidig* door λ en β te worden bepaald. In plaats van R de reciproke waarde $\frac{1}{R}$, d.i. de *kromming* invoerend, welke in deformatievrijen toestand nul wordt ($R \rightarrow \infty$), moet dus

$$\frac{1}{R} = f(\lambda; \beta)$$

zijn. Ontwikkel men deze functie in een *Mac-Laurin'sche* reeks:

$$\frac{1}{R} = f(0; 0) + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)_{0,0} \cdot \lambda + \left(\frac{\partial f}{\partial \beta}\right)_{0,0} \cdot \beta + \dots$$

dan moet hierin blijkbaar $f(0; 0) = 0$ worden genomen (want $\frac{1}{R} = 0$ voor $\lambda = \beta = 0$). Verder verwacht men, dat men de reeks zonder groote fout bij de in λ en β lineaire termen zal mogen afbreken, zoolang de deformaties maar klein genoeg zijn. Met

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)_{0,0} = C_\lambda \text{ en } \left(\frac{\partial f}{\partial \beta}\right)_{0,0} = C_\beta$$

krijgt men dan:

$$\frac{1}{R} = C_\lambda \lambda + C_\beta \beta. \quad (42)$$

De laatste veronderstelling, die i.v.m. later te maken toepassingen moet worden gemaakt, is, dat deze laatste formule in alle te beschouwen gevallen nauwkeurig genoeg zal zijn.

Het is gewenscht, hieraan de navolgende opmerking toe te voegen:

Het karakter van de deformatie β is zóó, dat men precies in het centrum van het raakvlakje van wiel en weg, wanneer alleen deze deformatie aanwezig is, op grond van symmetrie-overwegingen eigenlijk een kromming nul, dus $C_\beta = 0$, verwacht. Dat C_β toch niet gelijk aan nul wordt genomen, berust op de overweging,

dat voor $\frac{1}{R}$ niet zoozeer de kromming in het centrum van het raakvlakje in aanmerking komt, als wel een *gemiddelde* van de kromming van het stuk van de centrale omtrekslijn van den band, dat in contact is met den weg, en meer speciaal: een gemiddelde, genomen over de *voorstel helft* van dit stuk. De aard van de deformatie β is echter zóó, dat de kromming direct buiten het centrum van het raakvlakje zelfs relatief groot kan zijn, hetgeen doet vermoeden, dat de waarden, die in de praktijk voor C_β in aanmerking zullen blijken te komen, niet eens bijzonder klein zullen zijn.

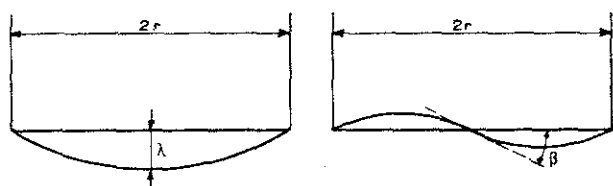
De voor C_λ en C_β te accepteren waarden zullen in principe aan proeven moeten worden ontleend. Aan de daarvoor in aanmerking komende werkwijzen zal later nog eenige speciale aandacht worden besteed. Voorloopig wordt verondersteld, dat C_λ en C_β bekende getallen zijn. Daar het

⁸⁾ Een aangetroffen teekenverschil wordt veroorzaakt door een in fig. 7 geïntroduceerden teekenregel voor de kromtestraal R .

gemakkelijk is, een inzicht te hebben in de orde van grootte dezer coëfficiënten, is het wellicht dienstig een in *lit. 2* gesuggereerde constructie der band-deformatie te vermelden, waaruit men vaste waarden voor C_λ en C_β kan afleiden. Echter moet vooropgesteld worden, dat deze constructie op zichzelf een ontstellende mate van willekeur vertoont, zoodat haar eenige beteekenis slechts daarin gelegen kan zijn, dat zij, getoetst aan het experiment, voor C_λ en C_β waarden levert, die de goede orde van grootte blijken te bezitten! Er ware wel iets voor te zeggen, deze waarden maar zonder meer op te geven, zonder te trachten ze door een zeer twijfelachtige „toelichtende” constructie te motiveeren.

In *lit. 2* ontbreekt een constructie der verwringings-deformatie (die aldaar niet is ingevoerd), zij is hieronder ingevoerd op een logisch bij de in *lit. 2* beschreven methode aansluitende wijze.

De eigenlijke aannamen zijn, dat de projectie der centrale omtrekslijn van den band op het vlak van den weg bij een als zijdelingsche uitbuiging op te vatten deformatie de gedaante zal hebben van den in fig. 8a geteekenden cirkel, die door de uiterste punten van de projectie der horizontale middellijn



Teekening N.L.L.

Fig. 8. De NACA-constructie van de centrale omtrekslijn van den band:

links: bij zijdelingsche uitbuiging,
rechts: bij verwringing.

van het wiel gaat, en dat zij bij een als verwringing te qualificeeren deformatie de gedaante van de in fig. 8b geschetste cirkelconstructie vertoonen zal. Men berekent dan, dat de kromtestraal van deze projecties in de direct vóór het centrum van het aanrakingsvlakje van wiel en weg gelegen omgeving van dit centrum

— bij een zijdelingsche uitbuiging λ gelijk is aan $\frac{2\lambda}{r^2}$

— bij een verwringing gelijk is aan $\frac{2\beta}{r}$,

waaruit zou volgen

$$C_\lambda = \frac{2}{r^2} \text{ en } C_\beta = \frac{2}{r}. \quad (43)$$

Tot besluit moet een kleine extensie van de formule (42) worden vermeld, waardoor ook het geval wordt ingesloten, dat het centrale vlak van het wiel niet precies loodrecht op het vlak van den weg staat. Is de standhoek tusschen beide vlakken nl. gelijk aan $90^\circ - \alpha$ (α klein), dan is de projectie van de ongedeformeerde te denken centrale lijn van den bandomtrek op het vlak van den weg een nauwe ellips met assen r en ra . De kromtestraal dezer projectie in het centrum van het raakvlakje van wiel en weg is gelijk aan $\frac{r}{a}$. Het is duidelijk,

dat men daarom, wanneer $a \neq 0$ is, aan (42) een term $\pm \frac{a}{r}$ moet toevoegen, waarbij het teken in overeenstemming met teekenregels voor R en a moet worden gekozen. Voor $a \neq 0$ moet (42) dus worden vervangen door

$$\frac{1}{R} = C_\lambda \lambda + C_\beta \beta \pm \frac{a}{r}. \quad (44)$$

523. De bewegingsvergelijkingen voor de gestoorde rolbeweging van het neuswiel.

In verband met de reeds vermelde aanname, dat de stationnaire rechtlijnige en draaivrije beweging van het vliegtuig, waaraan het neuswiel is bevestigd, geen verstoring van beteekenis ondergaat, wordt de beweging van het neuswielstuur volledig bepaald door één bewegings-vergelijking, welke de som der momenten om de stuuras beheerscht, en de beide, schuiven uitsluitende, kinematische bijcondities, welke door (37) en (38) worden geformuleerd.

Tot het moment om de stuuras dragen in de eerste plaats de reeds zoo vaak vermelde normaal- en dwarskracht bij, die in het centrum van het raakvlakje van wiel en weg aangrijpen. (De tangentieele krachtcomponent is in het gegeven geval nul!) Volgens (3) ($Mg \frac{L_H}{L}$ door N vervangend) zou het moment van de normaalkracht om de stuuras gelijk zijn aan ⁹⁾

$$-b\varphi' \sin \psi \cdot N,$$

wanneer het aangrijpingspunt in het centrale vlak van het wiel lag. Tengevolge van de zijdelingsche uitbuiging λ ligt dit aangrijpingspunt nu op een afstand λ buiten dit vlak, waardoor een extra-moment ontstaat van de grootte

$$-N\lambda \sin \psi.$$

Het moment van de dwarskracht is als vroeger (vergelijk (4)) gelijk aan

$$D b \cos \psi,$$

zoodat normaal- en dwarskracht tezamen een moment opleveren van de grootte

$$M_{D,N} = -b\varphi' \sin \psi \cdot N - N\lambda \sin \psi + D b \cos \psi = \\ = -N\lambda \sin \psi + b \cos \psi (D - N\varphi' \operatorname{tg} \psi). \quad (45)$$

Nu is $D - N\varphi' \operatorname{tg} \psi$ juist gelijk aan de component van de krachtresultante in het centrum van het raakvlakje van wiel en weg in een richting, loodrecht op het centrale vlak van het wiel (omdat $\varphi' \operatorname{tg} \psi$ juist gelijk is aan het kleine hoekje, dat bij een stuuruitslag φ ontstaat tusschen de verticaal en het centrale vlak van het wiel). Het ligt voor de hand deze kracht (nu het centrale vlak van het wiel niet exact loodrecht op het vlak van den weg staat) evenredig

⁹⁾ Vergelijk steeds met de figuren 1 en 7, waarin deformaties en uitslagen in positieve richting zijn aangegeven. Momenten om de stuuras worden positief gerekend, wanneer zij den stuuruitslag φ pogen te vergrooten.

te stellen aan de zijdelingsche uitbuiging λ van den band, d.i. volgens (36):

$$D - N \varphi' \operatorname{tg} \psi = E_\lambda \lambda.$$

Daarmede gaat (45) over in

$$M_{D,N} = b \cos \psi \cdot E_\lambda \lambda - N \sin \psi \cdot \lambda = (E_\lambda b \cos \psi - N \sin \psi) \lambda. \quad (46)$$

Verder wordt ditmaal in het centrum van het raakvlakje een moment met verticale asrichting aangetroffen, dat volgens (36) evenredig is met de verwringing β , en waarvan de component met asrichting langs de stuuras gelijk is aan

$$E_\beta \beta \cos \psi.$$

Zij I_φ het totale traagheidsmoment van het bewegelijke deel van het neuswielstuur om de stuuras, dan geldt dus¹⁰⁾

$$I_\varphi \frac{\ddot{\varphi}'}{\cos \psi} = (E_\lambda b \cos \psi - N \sin \psi) \lambda + E_\beta \cos \psi \cdot \beta. \quad (47)$$

De voorwaarden, die schuiven over den weg uitsluiten, luiden volgens (41), (38) en (44) (in de laatste formule voor α substitueerend: $\varphi' \operatorname{tg} \psi$, en het juiste teken kiezend), mede volgens fig. 7:

$$\delta x = \delta(b \varphi') = -\delta \lambda + \delta s \cdot (\varphi' + \beta),$$

$$\delta \beta = -\delta \varphi' - \delta s (C_\lambda \lambda + C_\beta \beta - \frac{1}{r} \varphi' \operatorname{tg} \psi).$$

Substitueert men hierin $\delta s = V \delta t$, dan verkrijgt men na omwerking:

$$b \dot{\varphi}' + \dot{\lambda} - V(\varphi' + \beta) = 0, \quad (48)$$

$$\dot{\beta} + \dot{\varphi}' + V(C_\lambda \lambda + C_\beta \beta - \frac{1}{r} \varphi' \operatorname{tg} \psi) = 0. \quad (49)$$

De karakteristieke vergelijking, behoorend bij de drie lineaire homogene differentiaalvergelijkingen (46), (48) en (49) luidt (vergelijk den overgang van (20), (22) en (23) op (27)):

$$\begin{vmatrix} \frac{I_\varphi}{\cos \psi} r^2 & N \sin \psi - E_\lambda b \cos \psi & -E_\beta \cos \psi \\ b r - V & r & -V \\ r - \frac{V}{r} \operatorname{tg} \psi & C_\lambda V & r + C_\beta V \end{vmatrix} = 0. \quad (50)$$

Schrijft men den determinant uit, dan komt er:

$$\begin{aligned} & r^4 \cdot \frac{I_\varphi}{\cos^2 \psi} + r^3 \cdot C_\beta V \frac{I_\varphi}{\cos^2 \psi} + \\ & + r^2 \left(C_\lambda V^2 \frac{I_\varphi}{\cos^2 \psi} - b N \operatorname{tg} \psi + b^2 E_\lambda + E_\beta \right) + \\ & + r \cdot V b \left(-N C_\beta \operatorname{tg} \psi + b C_\beta E_\lambda - C_\lambda E_\beta - \right. \\ & \left. - \frac{E_\beta}{b r} \operatorname{tg} \psi \right) + V^2 \left(C_\beta N \operatorname{tg} \psi + E_\beta C_\lambda - \right. \\ & \left. - b C_\beta E_\lambda + \frac{N}{r} \operatorname{tg}^2 \psi - \frac{b}{r} E_\lambda \operatorname{tg} \psi \right) = 0. \quad (51) \end{aligned}$$

Deze vergelijking is te ingewikkeld om langs directen weg tot conclusies te komen. De analyse kan daarom het best aan de hand van een serie vereenvoudigde gevallen worden voortgezet.

524. Discussie van de oplossingen.

Wanneer ψ en b beide nul zijn, d.i. wanneer de stuuras verticaal is en door het middelpunt van het wiel gaat, vereenvoudigt (51) tot

$$r^4 + r^3 C_\beta V + r^2 \left(C_\lambda V^2 + \frac{E_\beta}{I_\varphi} \right) + C_\lambda V^2 \frac{E_\beta}{I_\varphi} = 0. \quad (52)$$

Volgens Hurwitz¹¹⁾ is in dit geval (coëfficiënt van den term met r gelijk aan nul) voor stabiliteit noodig en voldoende:

$$C_\beta V > 0; C_\lambda V^2 + \frac{E_\beta}{I_\varphi} > 0; -C_\lambda V^2 \frac{E_\beta}{I_\varphi} \cdot C_\beta^2 V^2 > 0.$$

Aan de laatste voorwaarde kan, daar alle in de vergelijking optredende parameters essentieel positief zijn, nooit worden voldaan, zoodat dit neuswielstuur *altijd onstabiel* is. De onstabieliteit blijkt bij nader onderzoek het karakter van een slingering te hebben. (D.i. er zijn geen reële positieve wortels, maar wel een paar toegevoegd complexe met positief reëel gedeelte).

Is $b \neq 0$, doch wel zeer klein (b^2 te verwaarloozen!), en $\psi = 0$, dus heeft het stuursysteem een verticale stuuras, doch gecombineerd met vóór- of na-loop, dan gaat (51) over in

$$\begin{aligned} & r^4 + r^3 C_\beta V + r^2 \left(C_\lambda V^2 + \frac{E_\beta}{I_\varphi} \right) - r V b C_\lambda \frac{E_\beta}{I_\varphi} + \\ & + \left(C_\lambda V^2 \frac{E_\beta}{I_\varphi} - b V^2 C_\beta \frac{E_\lambda}{I_\varphi} \right) = 0. \quad (53) \end{aligned}$$

Getoetst aan de Hurwitz'sche criteria blijkt nu, dat het systeem bij kleine voorwaartsche snelheden stabiel is, mits $b < 0$ is. Daaruit concludeert men, dat naloop een stabiliseerenden invloed heeft. De grootte van het snelheidsinterval, waarbinnen het systeem bij naloop stabiel is, zal later globaal worden berekend.

Is vervolgens $b = 0$, doch vertoont de stuuras een kleine scheefstelling ψ ($\cos \psi \simeq 1$, $\operatorname{tg} \psi \simeq \psi$), dan gaat de vergelijking (51) in eerste benadering over in:

$$\begin{aligned} & r^4 + r^3 C_\beta V + r^2 \left(C_\lambda V^2 + \frac{E_\beta}{I_\varphi} \right) - r V \frac{E_\beta \psi}{I_\varphi r} + \\ & + V^2 \left(C_\beta \frac{E_\beta}{I_\varphi} + C_\beta \frac{N}{I_\varphi} \cdot \frac{\psi}{r} \right) = 0. \quad (54) \end{aligned}$$

De in den bekenden term van deze vergelijking aangetroffen term met den factor N kan bij niet te groote gewichtsbelasting op het neuswiel worden weggelaten. Het blijkt, dat ditmaal een bij kleine snelheden stabiel systeem wordt verkregen, wanneer $\psi < 0$ is, d.w.z. wanneer de stuuras *voorover* helt. De gebruikelijke scheefstelling van de stuur-

¹⁰⁾ Een gyroskopisch moment om de stuuras is niet aanwezig, zoolang de massa van den band, d.i. van het deformeerbare onderdeel van het systeem, wordt verwaarloosd en geen zijdelingsche buiging van de stuuras wordt toegelaten.

¹¹⁾ Zie appendix, punt 92.

as, waarbij deze juist achterover helt, begunstigt de stabiliteit dus *niet*. De vorm $\psi < 0$ van het systeem komt overeen met de normale staartwielconstructie.

De grootte van het snelheids-interval, waarbinnen door scheefstelling van de stuuras onder negatieve hoeken een stabilisatie van het systeem kan worden verkregen, wordt later berekend.

De hiervoor verkregen uitkomsten rechtvaardigen de verwachting, dat de combinatie van naloop met een vooroverhellende stuuras ($b > 0, \psi < 0$) de beste stabiliteit zal vertoonen, d.i. dat de onstabiele slingering dan eerst na overschrijding van een relatief hoge kritische snelheid in zal zetten. Deze constructie stemt met de normale staartwielconstructie overeen. Het verkregen resultaat wijst dus in dezelfde richting als de ervaring, die leert, dat de vermijding van shimmy-slingeringen van staartwielen minder moeite kost dan zulks bij het neuswiel, dat bijna altijd een positieven scheefstellingshoek ψ vertoont, het geval is. Veel waarde als controle op de theorie heeft deze overeenstemming overigens niet, omdat het staartwiel ook nooit met zoo'n breeden elastischen band is uitgerust als het neuswiel.

Nu moge vooreerst de relatief zeer eenvoudige vergelijking (52) nader bekeken worden. Stelt men daarin $V=0$, dan komt er

$$v^4 + \frac{E_\beta}{I_q} v^2 = 0$$

met de wortels

$$v_1 = v_2 = 0; \quad v_3 = i \sqrt{\frac{E_\beta}{I_q}}; \quad v_4 = -i \sqrt{\frac{E_\beta}{I_q}}. \quad (54)$$

De beide laatste wortels beschrijven een ongedempte slingering, die direct wordt herkend als stuurasdraaiing, gecombineerd met een verwringing van den band. Deze slingering zal men inderdaad in de praktijk ook tevoorschijn kunnen brengen, hoewel zij dan wel vrij sterk gedempt zal zijn. Deze door wrijving geleverde demping kan de formule — bij wier afleiding wrijving afwezig is gesteld — niet leveren.

Zij nu $V \neq 0$, doch wel zeer klein, dan kunnen in (52) de in V quadratische termen voorloopig worden verwaarloosd. Men houdt over:

$$v^4 + C_\beta V v^3 + \frac{E_\beta}{I_q} v^2 = 0, \quad (55)$$

welke vergelijking opnieuw twee wortels $v_{1,2} = 0$ heeft, en twee andere, waarvoor men nu vindt (V^2 consequent verwaarloozend):

$$v_{3,4} = -\frac{1}{2} C_\beta V \pm i \sqrt{\frac{E_\beta}{I_q}}. \quad (56)$$

Deze wortels beschrijven kennelijk opnieuw de verwringings-slingering. Ditmaal blijkt echter een demping aanwezig te zijn, zoodat de voorwaartsche snelheid de verwringings-slingering althans aanvankelijk stabiliseert.

De laatstberekende oplossing is een benaderingsoplossing, die nu moge worden verbeterd, door in

(52) ook de in V quadratische termen in aanmerking te nemen, waarbij de onderstelling, dat V zeer klein is, overigens gehandhaafd moet blijven. Men kan als volgt te werk gaan: De wortels $v_{1,2}$, die in eerste benadering gelijk nul werden bevonden, zijn blijkbaar onder de gestelde voorwaarden in ieder geval zeer klein. Vat men ze samen tot een quadratischen factor van (52), welke factor in het geval (55) de gedaante

$$v^2 + 0 \cdot v + 0$$

had, dan zal men dezen factor kunnen voorstellen door

$$v^2 + 2 \delta_{12} v + \epsilon_{12}^2, \quad (57)$$

waarin δ_{12} en ϵ_{12}^2 (!) als klein van eerste orde kunnen worden beschouwd. Verder zal de uitkomst (57) voor $v_{3,4}$ wel niet precies goed blijken te zijn. De quadratische factor, waaruit deze wortels werden berekend, had in de benadering (55) de gedaante:

$$v^2 + C_\beta V v + \frac{E_\beta}{I_q}$$

en zal in 2e benadering dus b.v. kunnen worden voorgesteld door:

$$v^2 + (C_\beta V + 2 \delta_{34}) v + \frac{E_\beta}{I_q} + 2 \epsilon_{34} \sqrt{\frac{E_\beta}{I_q}}. \quad (58)$$

Hierin zijn δ_{34} en ϵ_{34} correctie-termen, die eveneens gesteld kunnen worden klein van eerste orde te zijn.

Vormt men het product der factoren (57) en (58) en verwaarloost men daarbij quadraten en onderlinge producten der correctietermen, dan is de uitkomst:

$$\begin{aligned} v^4 + v^3 (C_\beta V + 2 \delta_{12} + 2 \delta_{34}) + \\ + v^2 \left(\frac{E_\beta}{I_q} + 2 \epsilon_{34} \sqrt{\frac{E_\beta}{I_q}} + 2 \delta_{12} C_\beta V + \epsilon_{12}^2 \right) + \\ + v \left(\frac{E_\beta}{I_q} 2 \delta_{12} + C_\beta V \epsilon_{12}^2 \right) + \epsilon_{12}^2 \frac{E_\beta}{I_q} = 0. \end{aligned}$$

Dit moet met (52) overeenkomen, zoodat de navolgende betrekkingen moeten gelden:

$$\begin{aligned} 2 \delta_{12} + 2 \delta_{34} &= 0 & \frac{E_\beta}{I_q} 2 \delta_{12} + C_\beta V \epsilon_{12}^2 &= 0 \\ 2 \epsilon_{34} \sqrt{\frac{E_\beta}{I_q}} + 2 \delta_{12} C_\beta V + \epsilon_{12}^2 &= C_\beta V^2 & \epsilon_{12}^2 \frac{E_\beta}{I_q} &= C_\beta V^2 \frac{E_\beta}{I_q}. \end{aligned}$$

Hieruit kunnen de correcties δ_{12} , δ_{34} , ϵ_{12}^2 en ϵ_{34} worden opgelost, met de uitkomst:

$$\begin{aligned} \epsilon_{12}^2 &= C_\beta V^2 & \epsilon_{34} &= \frac{1}{3} \frac{C_\beta^2 C_\lambda V^4}{\left(\frac{E_\beta}{I_q} \right)^{3/2}} \\ \delta_{12} &= -\frac{1}{2} \frac{C_\beta C_\lambda V^3}{\frac{E_\beta}{I_q}} & \delta_{34} &= +\frac{1}{2} \frac{C_\beta C_\lambda V^3}{\frac{E_\beta}{I_q}} \end{aligned} \quad (59)$$

Hieruit volgt, dat inplaats van de wortels $v_{1,2} = 0$ nu een slingering wordt gevonden, waarvan de frequentie (wanneer V^6 naast V^2 wordt ver-

waarloosd) gelijk is aan $V\sqrt{C_\lambda}^{12}$, terwijl de dempingscoëfficiënt negatief is $\left(-\frac{C_\beta C_\lambda V^3}{E_\beta/I_\varphi}\right)$.

Deze slingering vormt blijkbaar de reeds uit de Hurwitz'sche stabiliteitscriteria afgeleide *onstabiliteit* van het systeem. Het logarithmisch increment van de slingering is (steeds zoolang V zeer klein is) bij benadering gelijk aan

$$\pi \frac{C_\beta \sqrt{C_\lambda} \cdot V^2}{E_\beta/I_\varphi}.$$

het is dus evenredig met V^2 . Neemt V af, dan neemt de frequentie evenredig af, het logarithmisch increment echter sneller, zoodat de slingering bij uiterst kleine voorwaartsche snelheid tot een juist ongedempte slingering nadert. Deze „ont-aarding” werd in *lit. 2* ook experimenteel gevonden, zij wordt aldaar „kinematische” shimmy-slingering genoemd, omdat zij ook *direct* wordt gevonden door in (52) $I_\varphi = 0$ (d.i. de traagheidskrachten gelijk aan nul) te stellen (dan resteert $E_\beta v^2 + E_\beta C_\lambda V^2 = 0$, dus $v = \pm i V \sqrt{C_\lambda}$; $\delta_{12} = 0$). De uitkomst, die (59) voor δ_{34} en ε_{34} geeft, is minder belangrijk. Blijkbaar wordt de positieve damping op de vervormings-slingering nog iets groter dan (56) geeft, terwijl de frequentie (mede volgens (58)) gelijk wordt aan

$$v = i \sqrt{\frac{E_\beta}{I_\varphi} - \frac{1}{4} C_\beta V^2 + \frac{1}{2} \frac{C_\beta^2 C_\lambda V^4}{E_\beta/I_\varphi} + \dots}$$

zoodat deze aanvankelijk iets af zal nemen (onder $\sqrt{\frac{E_\beta}{I_\varphi}}$), om later vermoedelijk weer toe te nemen.

Een andere benadering van de wortels van (52) kan worden beproefd, wanneer de voorwaartsche snelheid juist zeer groot is. Het zijn dan de coëfficiënten, die factoren V^2 bevatten, welke (op den duur) verreweg het grootst worden. Verwaarloost men de andere, dan blijft over:

$$C_\lambda V^2 \cdot v^2 + C_\lambda V^2 \frac{E_\beta}{I_\varphi} = 0, \\ v = \pm i \sqrt{\frac{E_\beta}{I_\varphi}}. \quad (60)$$

Deze wortel hangt niet van V af, hij beschrijft een ongedempte slingering. De frequentie blijkt precies gelijk te zijn aan de frequentie der bij $V=0$ aangetroffen verwrings-slingering. Toch blijkt er geen direct verband te bestaan tusschen de slingering (60) en die verwrings-slingering. Integendeel: de slingering (60) blijkt zich te ontwikkelen uit de bij kleine voorwaartsche snelheid aanwezige kinematische shimmy-slingering. Dit kan

worden aangetoond door een tweede benadering te zoeken voor de wortels van (52), de aanname, dat V zeer groot is, aanhoudend. Men kan deze ditmaal geschikt berekenen met behulp van de formule van Newton:

$$v_{2e \text{ benad.}} = v_{1ste \text{ benad.}} - \left[\frac{F(v_1)}{F'(v_1)} \right]_{1ste \text{ benad.}}$$

Neemt men $v_1 = \sqrt{\frac{E_\beta}{I_\varphi}}$, dan vindt men (V groot veronderstellend) na een korte herleiding

$$v_{2e \text{ benad.}} = \frac{E_\beta}{I_\varphi} \cdot \frac{C_\beta}{2 C_\lambda V} + \\ + i \sqrt{\frac{E_\beta}{I_\varphi}} \left(1 - \frac{E_\beta}{I_\varphi} \cdot \frac{3 C_\beta^2}{4 C_\lambda^2 V^2} \right). \quad (61)$$

Dit is een *onstabiele* slingering en daarvan i.v.m. het voortdurend *onvervuld* zijn van de Hurwitz'sche stabiliteitscriteria geen kritische snelheid aanwezig is en een stabiele slingering dus stabiel blijft en een onstabiele onstabiel, moet de hierboven bij groote snelheid gevonden onstabiele slingering ontstaan zijn uit de vroeger berekende, eveneens juist even onstabiele, kinematische shimmy-slingering. De formule (61) leert, dat de frequentie ook bij hooge snelheid nog iets beneden de *limietwaarde* $\sqrt{\frac{E_\beta}{I_\varphi}}$ blijft. Doordat de dempingsconstante in (61) een factor V in den noemer bevat, wordt de opslingering steeds kleiner naarmate V groter is. De shimmy-slingering wordt dus, als V zeer groot is, steeds meer door de voorwaartsche snelheid gestabiliseerd, zonder echter ooit stabiel te worden. De formule (61) levert een logarithmisch increment, dat ongeveer gelijk is aan $\pi \sqrt{\frac{E_\beta}{I_\varphi}} \cdot \frac{C_\beta}{C_\lambda V^2}$.

De shimmy-slingering zet dus, wanneer de stuuras verticaal is en géén vóór- of naloop wordt toegepast, bij zeer kleine snelheid aanvankelijk als een kinematisch verschijnsel in. Deze slingering is juist ongedempt. Neemt de snelheid toe, dan wordt de slingering onstabiel en de opslingering neemt vrij snel toe met de snelheid. Bij zeer groote snelheid echter vindt men weer een kleine opslingering, zelfs wordt op den duur de juist ongedempte vorm weer benaderd. De frequentie is in den beginne (V klein) evenredig met de voorwaartsche snelheid. Bij zeer groote snelheid nadert zij tot een constante grenswaarde.

De beschreven benaderings-oplossingen van de fundamentele vergelijking (52) laten de vraag, hoe de shimmy-slingering zich in het algemeen bij matige snelheden gedraagt, onbeantwoord. Een benadering van de wortels voor dit snelheids-interval is in niet-numerieken vorm onmogelijk. Nu blijkt het, dat men tot veel vollediger uitkomsten kan komen, wanneer men aanneemt, dat de vroeger in no. 522 vermelde en uit *lit. 2* overgenomen merkwaardige constructie der vervormingen van den band inderdaad tot eenigermate bruikbare benaderingen (43) voor de constanten C_β en C_λ voert.

¹²⁾ Hieruit volgt, dat de „golflengte” $V \cdot \frac{2\pi}{\text{frequentie}}$ constant is (zoolang V zeer klein is!), en wel gelijk aan $\frac{2\pi}{\sqrt{C_\lambda}}$.

Daar de hier wel bijzonder onontbeerlijke experimentele verificatie dit volgens mededeelingen in *lit. 2* zou bevestigen, moge deze stelling als uitgangspunt voor een meer gedetailleerd onderzoek worden aanvaard. Men verwacht, dat de op deze wijze te verkrijgen uitkomsten althans kwalitatief correct zullen zijn.

Men substitueere de waarden (43) dus in (52) en stelde ter afkorting tevens

$$\frac{E_{\beta}}{I_{\varphi}} = \nu_o^2. \quad (62)$$

Het resultaat is

$$\nu^4 + \nu^3 \cdot \frac{2V}{r} + \nu^2 \left(\frac{2V^2}{r^2} + \nu_o^2 \right) + \frac{2V^2}{r^2} \nu_o^2 = 0,$$

of

$$\left(\frac{\nu}{\nu_o} \right)^4 + 2 \left(\frac{V}{r\nu_o} \right) \left(\frac{\nu}{\nu_o} \right)^3 + \left[1 + 2 \left(\frac{V}{r\nu_o} \right)^2 \right] \left(\frac{\nu}{\nu_o} \right)^2 + 2 \left(\frac{V}{r\nu_o} \right)^2 = 0.$$

Beschrijft men de heele beweging dus met behulp van dimensielooze parameters

$$\left. \begin{aligned} V_{red} &= \text{„gereduceerde snelheid“} = \frac{V}{r\nu_o}, \\ \nu_{red} &= \text{„gereduceerde frequentie“} = \frac{\nu}{\nu_o}, \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

dan wordt de beweging beheerscht door de dimensielooze, geen andere parameters bevattende vergelijking

$$\nu_{red}^4 + 2V_{red}\nu_{red}^3 + (1 + 2V_{red}^2)\nu_{red}^2 + 2V_{red}^2 = 0. \quad (64)$$

Deze vergelijking geldt natuurlijk weer alleen voor het geval, dat de stuuras verticaal is en door het middelpunt van het wiel gaat.

Er zijn twee stellen toegevoegd complexe wortels, die functies van V_{red} zijn en die kunnen worden bepaald door een serie getallenwaarden voor V_{red} in (64) te substitueeren en de vergelijking dan numeriek op te lossen. Men vindt dan de twee stellen functies van het type:

$$R[\nu_{red}] = R[F(V_{red})],$$

$$Im[\nu_{red}] = Im[F(V_{red})],$$

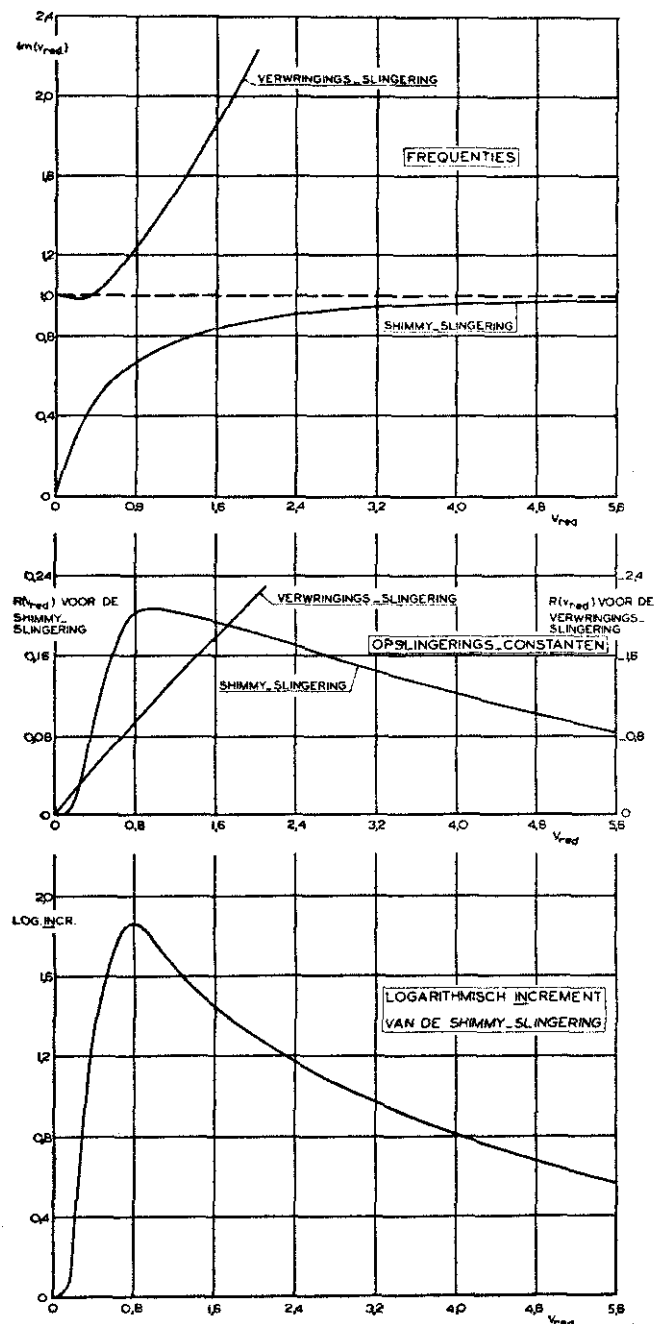
die in fig. 9 grafisch zijn voorgesteld. Het eene stel functies beschrijft de shimmy-slingering, het andere de verwrings-slingering.

De grafieken geven een volledig en kwalitatief algemeen geldig overzicht van het gedrag van de beide slingeren.¹³⁾ Men constateert onmiddellijk, dat de eerder verkregen uitkomsten voor zeer kleine en voor zeer groote waarden van V (dus van V_{red}) worden bevestigd. Wat de shimmy-slingering betreft blijkt verder, dat de ontsteking een maximum vertoont, dat ongeveer bij $V_{red} = 0,8$ is gelegen. Dit maximum is, beoordeeld aan de kromme voor het logarithmisch increment van de slingingering, zeer geprononceerd. De frequentie is

aanvankelijk inderdaad evenredig met V (dus met V_{red}), de toename gaat later minder snel en de limiet $\nu_{red} = 1$ wordt zonder bijzondere voorvallen tenslotte in het gebied der zeer groote snelheden langzaam benaderd.

Dit gedrag van de shimmy-slingering stemt, voor zoover kan worden nagegaan, in alle opzichten zeer behoorlijk overeen met door het NACA uitgevoerde en in *lit. 2* beschreven metingen.

De tweede, *stabiele* slingingering, die in het systeem optreedt, vertoont een praktisch lineair met de gereduceerde snelheid toenemende positieve dempings-constante (negatieve opslingerings-constante!). De frequentie blijft in het allereerste begin, in overeenstemming met een vroeger verkregen benadering, constant, neemt dan iets af, om echter reeds vanaf $V_{red} \approx 0,3$ op den duur steeds sneller met V_{red} te gaan toenemen. Het is van belang vast



Teekening N.L.L.

Fig. 9. De wortels van de karakteristieke vergelijking. Frequentie en demping der optredende slingeren.

¹³⁾ Natuurlijk altijd nog alleen voor $\psi = 0$, $b = 0$.

te stellen, dat de verhouding tusschen de dempingsconstante en de frequentie reeds bij betrekkelijk kleine waarden van V_{red} zoo groot wordt, dat de beweging nagenoeg aperiodisch wordt. Deze component van de beweging mist i.v.m. deze zeer snelle uitdemping iedere praktische beteekenis.

Opmerking.

In *lit. 2* wordt opgemerkt, dat in het systeem in werkelijkheid een geringe niet in aanmerking genomen gyroscopische koppeling optreedt tusschen vervormingen van den band en stuuras-draaiingen. Men kan nl. zijdelingsche uitbuiging λ van den band opvatten als een draaiing van een deel van de wielmassa om een horizontale as. Er zijn dan 2 in het wielvlak gelegen draaiings-assen aanwezig, hetgeen een gyroscopische werking introduceert. De berekening leert, dat deze bij zeer groote snelheden merkbaar zou kunnen worden en dan stabiliseerend werkt. De wijziging is van weinig beteekenis, zij blijft in dit rapport buiten beschouwing. Verder ligt het vermoeden voor de hand, dat in het raakvlakje van wiel en weg altijd wel kleine energie-onttrekkende schuifbewegingen zullen optreden. Ook daardoor zullen de onstabiele slingeren in de praktijk wel wat minder hevig zijn, dan uit de berekening zou volgen.

6. Stabilisatie van het neuswielsysteem.

In het vorig nummer zijn reeds 2 methoden vermeld, waardoor althans eenige stabilisatie van het neuswielsysteem kan worden verkregen, nl. het aanbrengen van naloop en scheefstelling van de stuuras onder een negatieven hoek (vóórover hellende stuuras). De grootte van het stabiele snelheidsinterval kan men globaal berekenen, wanneer weer de waarden (43) voor C_λ en C_β worden geaccepteerd. Numerieke nauwkeurigheid mag zoo natuurlijk niet worden verwacht, daarvoor zou men van metingen moeten uitgaan.

De berekening wordt hierna voor ieder der twee stabilisatiemethoden apart uitgevoerd. Aansluitend zullen enkele andere mogelijkheden worden besproken.

61. Stabilisatie door toepassing van naloop.

De berekening wordt beperkt tot het geval, dat de aangebrachte naloop zoo klein is, dat de analyse op de vergelijking (53) kan worden opgebouwd. Substitueert men hierin de waarden (43) voor C_λ en C_β , dan ontstaat na een eenvoudige omwerking, gebruik makend van de notaties (63), van de afkorting (62) en van een nieuwe afkorting

$$\frac{E_\lambda}{E_\beta} = \frac{1}{nr^2}, \quad (65)$$

de formule:

$$\nu_{red}^4 + 2 V_{red} \nu_{red}^3 + (2 V_{red}^2 + 1) \nu_{red}^2 - 2 \frac{b}{r} V_{red} \nu_{red} + 2 V_{red}^2 \left(1 - \frac{b}{nr}\right) = 0. \quad (66)$$

De dimensielooze verhoudingsfactor n zou op grond van materiaal, opgenomen in *lit. 2*, in het algemeen een waarde tusschen $\frac{1}{2}$ en 1 hebben. De Hurwitz'sche stabiliteitsvoorwaarden eischen:

$$2 V_{red} > 0; \quad 4 V_{red}^3 + 2 V_{red} + 2 \frac{b}{r} V_{red} > 0;$$

$$-8 V_{red}^4 \left(1 + \frac{b}{r} - \frac{b}{nr}\right) - 4 V_{red}^3 \left(\frac{b}{r} + \frac{b^2}{r^2}\right) > 0;$$

$$2 V_{red}^2 \left(1 - \frac{b}{nr}\right) \left[-8 V_{red}^4 \left(1 + \frac{b}{r} - \frac{b}{nr}\right) - 4 V_{red}^3 \left(\frac{b}{r} + \frac{b^2}{r^2}\right) \right] > 0$$

d.i. in het gegeven geval:

$$\left. \begin{aligned} 1 + \frac{b}{r} + 2 V_{red}^2 &> 0; \\ -\frac{b}{r} + \frac{b^2}{r^2} - 2 V_{red}^2 \left(1 + \frac{b}{r} - \frac{b}{nr}\right) &> 0; \\ 1 - \frac{b}{nr} &> 0. \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

Hieraan wordt alleen voldaan, wanneer b een kleine negatieve waarde heeft en V_{red} klein genoeg is. Is nl. $\frac{b}{r}$ negatief en niet te groot, dan zijn de eerste en de laatste der voorwaarden (67) vervuld, terwijl de tweede voor $V_{red}=0$ dan eveneens vervuld is. De kritische waarde der gereduceerde snelheid kan dus uit de tweede worden berekend, door het linkerlid gelijk aan nul te stellen en V_{red} op te lossen, met de uitkomst

$$(V_{red}^2)_{krit} = -\frac{1}{2} \frac{b}{r} \frac{1 + \frac{b}{r}}{1 + \frac{b}{r} - \frac{b}{nr}} \approx -\frac{1}{2} \frac{b}{r}. \quad (68)$$

Zij b.v. $\frac{b}{r} = -0.3$, dan wordt de kritische snelheid zelf ongeveer gelijk aan

$$V_{krit} = v_0 r (V_{red})_{krit} \approx v_0 r \sqrt{0.15} \approx 0.4 v_0 r.$$

Voor kleine vliegtuigen schijnt de orde van grootte van v_0 bij ongeveer $2\pi \cdot 10 \approx 60 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ te liggen.

en die van r bij 0,4 à 0,7 m, zoodat V_{krit} dan globaal tusschen 10 en 20 m/sec zou liggen. Dit resultaat is, hoewel gunstig, meestal toch onvoldoende. Wellicht zou een vergroting van den op 0,3 r gefixeerden naloop een verdere verbetering opleveren, het systeem krijgt dan al gauw echter een ongewone en vermoedelijk om andere reden minder gewenschte constructie. Zooals te verwachten was, wordt de kritische snelheid ook groter, naarmate de band stijver is.

62. Stabilisatie door scheefstelling van de stuuras.

Aangenomen wordt, dat de scheefstellingshoek zoo klein is, dat de formule (54) kan worden gebruikt, en dat de gewichtsbelasting op het neuswiel zoo klein is, dat de daarin optredende term met den factor N_ψ buiten beschouwing kan worden gelaten. Voor C_λ en C_β worden weer de waarden (43) ingevuld. Met bovendien (62) en (63) kan men de bedoelde vergelijking dan zóó schrijven:

$$\nu_{red}^4 + 2 V_{red} \nu_{red}^3 + (2 V_{red}^2 + 1) \nu_{red}^2 - V_{red} \psi \cdot \nu_{red} + 2 V_{red}^2 = 0. \quad (69)$$

De Hurwitz'sche stabiliteitscriteria leiden ditmaal na omwerking tot de enkele voorwaarde

$$-(2 + \psi)(4 V_{red}^2 + \psi) > 0. \quad (70)$$

waaraan men inderdaad slechts kan voldoen door ψ negatief te maken (en klein). De kritische waarde van V_{red} is dan blijkbaar gelijk aan:

$$(V_{red})_{krit} = \frac{1}{2} \sqrt{-\psi}. \quad (71)$$

Zij b.v. $\psi = -30^\circ$, dan wordt

$$(V_{red})_{krit} \approx 0.4,$$

zoodat deze scheefstelling¹⁴⁾ ongeveer hetzelfde effect heeft als een naloop van de grootte $-0.3 b$ (vergelijk no. 61). Het stabiele gebied zal nog wel vergroot kunnen worden door de stuuras nog scheever vooroverhellend op te stellen. Men verkrijgt dan typische staartwielconstructies.

63. Stabilisatie door toepassing van een combinatie van naloop met scheefstelling van de stuuras.

De stabiliteit van een systeem, dat zowel een kleine naloop als een scheefstelling van de stuuras (onder kleinen hoek) bevat, hangt af van een met (66) en (69) overeenkomende vergelijking, waarvoor men zonder moeite vindt:

$$v_{red}^4 + 2 V_{red} v_{red}^3 + (2 V_{red}^2 + 1) v_{red}^2 - V_{red} \left(\psi + 2 \frac{b}{r} \right) v_{red} + 2 V_{red}^2 \left(1 - \frac{b}{nr} \right) = 0. \quad (72)$$

Voor de bijbehorende kritische snelheid vindt men zonder verder rekenwerk in eerste benadering

$$(V_{red})_{krit} = \sqrt{-\frac{b}{2r} - \frac{1}{4}\psi}. \quad (73)$$

Met deze formule kan men b.v. nagaan, in hoeverre een scheefstelling van de stuuras onder positieven hoek (hetgeen voor een neuswiel gebruikelijk genoemd kan worden) de stabilisatie, verkregen door toepassing van naloop, bederft. Ook kan men een schatting maken voor het stabiele gebied, dat door combinatie van $b < 0$ met $\psi > 0$, leidend tot normale staartwielconstructies, kan worden verkregen. Waarden als $b \approx -0.3 r$, $\psi \approx -30$ geven $(V_{red})_{krit} \approx 0.55$, hetgeen meestal nog niet genoeg zal zijn. In hoeverre men door vergroting van den naloop en van de negatieve scheefstelling tot een voldoende resultaat zou kunnen komen, dient men feitelijk aan de hand van de volledige vergelijking (51) te onderzoeken. Hierop kan niet nader worden ingegaan.

64. Stabilisatie door het aanbrengen van demping.

Men kan het optreden eener onstabiele slingering altijd bemoeilijken door in het systeem demping aan te brengen. In het gegeven geval komt

alleen het aanbrengen eener demping op stuurasdraaiingen in aanmerking. Hiermede kan een afdoend resultaat worden bereikt. De demping kan worden verkregen door het inlasschen van een sterke mechanische wrijving of b.v. door het systeem te voorzien van speciale vloeistofdempers. Een berekening van de demping, noodig voor een bepaalde voor te schrijven verhooging van de kritische snelheid, is in het reeds zoo vaak als *lit.* 2 geciteerde NACA-Report opgenomen, waarnaar verwezen moge worden.

65. Stabilisatie door het aanbrengen van den middenstand van het stuur centreerende veeren.

De gedachte ligt voor de hand het optreden van de shimmy-slingering te bemoeilijken door het stuur vast te zetten of althans door min of meer sterke veeren aan den middenstand te verbinden. Het hieraan verbonden nadeel is, dat dan de besturing van de rolbeweging met behulp van het richtingsroer onmogelijk of in ieder geval minder effectief wordt gemaakt. (Een besturing met het neuswiel blijft mogelijk, wanneer men het stuurverstellings-mechanisme niet-omkeerbaar functioneerend maakt). Het is in ieder geval gewenscht na te gaan, of men de shimmy-slingering zoo inderdaad genoegzaam kan elimineeren. De berekening is zeer eenvoudig. Zij k_φ de veerconstante der centreerende veering, dan is het alleen noodig aan de door (47) gegeven som der momenten om

de stuuras rechts een term $-k_\varphi \varphi \equiv -\frac{k_\varphi}{\cos \varphi} \varphi'$ toe te voegen. Stelt men tevens $b = \psi = 0$, het onderzoek dus weer alleen voor het meest eenvoudige systeem uitvoerend, dan gaat (50) over in:

$$\begin{vmatrix} I_\varphi v^2 + k_\varphi & 0 & -E_\beta \\ -V & v & -V \\ v & C_\lambda V & v + C_\beta V \end{vmatrix} = 0.$$

of

$$v^4 + C_\beta V v^3 + \left(C_\lambda V^2 + \frac{k_\varphi}{I_\varphi} + \frac{E_\beta}{I_\varphi} \right) v^2 + \frac{k_\varphi}{I_\varphi} C_\beta V v + \left(\frac{k_\varphi}{I_\varphi} C_\lambda V^2 + \frac{E_\beta}{I_\varphi} C_\lambda V^2 \right) = 0. \quad (74)$$

Vult men voor C_λ en C_β de waarden (43) in en maakt men gebruik van de afkortingen (62), (63) en

$$\frac{k_\varphi}{I_\varphi} = v_\varphi^2, \quad (75)$$

dan kan men voor (74) schrijven

$$v_{red}^4 + 2 V_{red} v_{red}^3 + \left(\frac{v_\varphi^2}{v_o^2} + 2 V_{red}^2 + 1 \right) v_{red}^2 + 2 \frac{v_\varphi^2}{v_o^2} V_{red} v_{red} + 2 \frac{v_\varphi^2}{v_o^2} V_{red}^2 + 2 V_{red}^2 = 0. \quad (76)$$

Voor deze vergelijking blijken alle Hurwitz'sche stabiliteitsvoorwaarden vervuld te zijn mits

$$\frac{v_\varphi^2}{v_o^2} - 2 V_{red}^2 > 0. \quad (77)$$

¹⁴⁾ Voor een neuswielstelsel komen zoo groote negatieve scheefstellingshoeken op constructieve gronden nauwelijks nog in aanmerking. Een vooroverhellende stuuras is voor een neuswiel ongewoon!

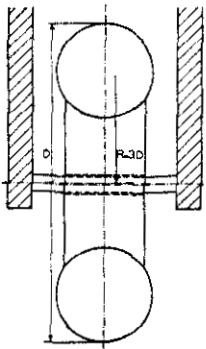
is. Het stelsel wordt dus bij kleine snelheden inderdaad stabiel en de kritische snelheid is gelijk aan

$$(V_{red})_{krit} = \frac{v_{\varphi}}{v_0} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2} \approx 0.7 \frac{v_{\varphi}}{v_0}. \quad (77)$$

Zou men de kritische snelheid op deze wijze b.v. op de nog zeer lage waarde $V_{red}=0.4$ (vergelijk no. 61 en 62) willen brengen, dan moet men v_{φ} iets boven $\frac{1}{2} v_0$ brengen. Met $v_0 \approx 60 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ (zie no. 61) komt men dan op een frequentie van ongeveer $\frac{30}{2\pi} \approx 5$ Hertz. Hiervoor zijn reeds zeer sterke veeren noodig, die van de bestuurbaarheid der rolbeweging met het richtingsroer niet erg veel meer zullen overlaten. Met dat al kan men het systeem dus wel ten deele stabiliseeren door het aanbrengen van veeren, die den middenstand van het stuur centreeren.

66. Stabilisatie door het inlasschen van zijdelingsche speling van het wiel op zijn draai-as.

Volgens een mededeeling van het NACA (lit. 2) zou men de shimmy-slingering zeer effectief kunnen stabiliseeren door kleine zijdelingsche bewegingen van het wiel op zijn draai-as mogelijk te maken, hetgeen geschieden kan door op die as opzettelijk een kleine spelingsruimte aan te



Teekening N.L.L.

Fig. 10. Kromme as ter centreering van het wiel binnen een spelingsruimte op de draai-as.

$$\begin{vmatrix} \frac{a m_w v^2}{\cos \psi} & -E_{\lambda} & 0 & m_w v^2 + k_c \\ \frac{I_{\varphi}}{\cos \psi} v^2 & N \sin \psi - b E_{\lambda} \cos \psi & -E_{\beta} \cos \psi & a m_w v^2 + N \sin \psi \\ b v - V & v & -V & v \\ v - \frac{V}{r} \tan \psi & C_{\lambda} V & v + C_{\beta} V & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (82)$$

brengen. Natuurlijk moet de middenstand van het wiel op zijn as dan op eenigerlei wijze als „voorkeursstand” worden gefixeerd.

De meest voor de hand liggende methode bestaat in het aanbrengen van „centreerende” veeren. Hetzelfde kan men echter volgens lit. 2 ook — en wellicht beter — bereiken door toepassing van een op de in fig. 10 aangegeven wijze gebogen draai-as.¹⁵⁾

De eerstbedoelde wijziging (zijdelingsche bewegelijkheid van het wiel tegen de kracht van een centreerende veering in) kan op de hierna te beschrijven wijze in de theoretische analyse worden opgenomen:

Zij z een coördinaat, die de verplaatsing van het wiel uit zijn centrale positie op de draai-as meet, k_c de veerconstante der centreerende veeren en

¹⁵⁾ Voor de grootte van de kromtestraal van de as wordt een waarde, gelijk aan $3 \times$ de wioldiameter, als doeltreffend vermeld.

m_w de massa van het wiel, dan wordt de bij insluiting van de traagheidskracht nul te stellen som der krachten, die op het wiel loodrecht op zijn centrale vlak werken:

$$m_w \left(\ddot{z} + a \frac{\ddot{\varphi}'}{\cos \psi} \right) - D' + k_c z = 0. \quad (78)$$

Hierin is D' de component van de kracht in het centrum van het raakvlakje van wiel en weg, loodrecht op het centrale vlak van het wiel. Evenals vroeger kan deze kracht evenredig aan de zijdelingsche uitbuiging λ worden gesteld:

$$D' = E_{\lambda} \lambda. \quad (79)$$

De vroeger door (47) gegeven som der momenten om de stuuras wijzigt zich in

$$I_{\varphi} \frac{\ddot{\varphi}'}{\cos \psi} = E_{\lambda} \lambda b \cos \psi - N \sin \psi (z + \lambda) - a m_w \ddot{z} + E_{\beta} \cos \psi \cdot \beta. \quad (80)$$

terwijl de kinematische voorwaarden (48) en (49) overgaan in

$$\left. \begin{aligned} b \dot{\varphi}' + \dot{\lambda} + \dot{z} - V(\varphi' + \beta) &= 0, \\ \dot{\beta} + \dot{\varphi}' + V \left(C_{\lambda} \lambda + C_{\beta} \beta - \frac{1}{r} \varphi' \tan \psi \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

(onveranderd!)

De bij (74) (na substitutie van (75), (76) en (77)) behorende karakteristieke vergelijking luidt:

Deze determinant leidt na uitwerking tot een 6e graads vergelijking in v met gedeeltelijk zeer omvangrijke en weinig overzichtelijke coëfficiënten. Voor een meer algemeene analyse is zij veel te ingewikkeld (men kan er echter concrete getallen-voorbeelden zonder al te veel bezwaar volledig mee onderzoeken!). Daarom moge de verdere berekening weer gespecialiseerd worden op het bijzonder eenvoudige geval, gegeven door $b = \psi = 0$, waaruit mede volgt: $a = 0$.

Men verkrijgt dan uit (78) de navolgende vergelijking:

$$\begin{aligned} v^6 + C_{\beta} V v^5 + \left(C_{\lambda} V^2 + \frac{k_c}{m_w} + \frac{E_{\lambda}}{m_w} + \frac{E_{\beta}}{I_{\varphi}} \right) v^4 + \\ + C_{\beta} V \left(\frac{k_c}{m_w} + \frac{E_{\lambda}}{m_w} \right) v^3 + \\ + \left(\frac{E_{\beta} E_{\lambda}}{I_{\varphi} m_w} + \frac{E_{\beta} k_c}{I_{\varphi} m_w} + \frac{E_{\beta} C_{\lambda} V^2}{I_{\varphi}} + \frac{k_c C_{\lambda} V^2}{m_w} \right) v^2 + \\ + \frac{k_c E_{\beta}}{m_w I_{\varphi}} C_{\lambda} V^2 = 0. \end{aligned} \quad (83)$$

Substitueert men hierin voor C_β en C_λ weer de waarden (43), dan kan deze vergelijking, mede de serie afkortingen

$$\frac{k_c}{m_w} = \nu_c^2; \quad \frac{E_\lambda}{m_w} = \nu_\lambda^2; \quad \frac{E_\beta}{I_\varphi} = \nu_o^2; \\ \frac{V}{r \nu_o} = V_{red}; \quad \frac{\nu}{\nu_o} = \nu_{red} \quad (84)$$

invoerend, als volgt worden geschreven:

$$\nu_{red}^6 + 2 V_{red} \nu_{red}^5 + \\ + \left(1 + 2 V_{red}^2 + \frac{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}{\nu_o^2}\right) \nu_{red}^4 + 2 V_{red} \frac{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}{\nu_o^2} \nu_{red}^3 + \\ + \left(\frac{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}{\nu_o^2} + 2 V_{red}^2 + 2 V_{red}^2 \frac{\nu_c^2}{\nu_o^2}\right) \nu_{red}^2 + \\ + 2 V_{red} \frac{\nu_c^2}{\nu_o^2} = 0. \quad (85)$$

Nu zij V_{red} voorloopig klein vergeleken bij 1, zóó, dat termen met V^2 als factor in eerste instantie kunnen worden verwaarloosd. Men houdt dan over

$$\nu_{red}^6 + 2 V_{red} \nu_{red}^5 + \left(1 + \frac{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}{\nu_o^2}\right) \nu_{red}^4 + \\ + 2 V_{red} \frac{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}{\nu_o^2} \nu_{red}^3 + \frac{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}{\nu_o^2} \nu_{red}^2 \equiv \\ \equiv \nu_{red}^2 (\nu_{red}^2 + 2 V_{red} \nu_{red} + 1) \left(\nu_{red}^2 + \frac{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}{\nu_o^2}\right) = 0. \quad (86)$$

De wortels zijn dus gelijk aan:

$$(\nu_{red})_{1,2} = 0; \quad (\nu_{red})_{3,4} \approx -V \pm i; \\ (\nu_{red})_{5,6} = \pm i \sqrt{\frac{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}{\nu_o^2}}. \quad (87)$$

Bij een zéér kleine voorwaartsche snelheid is de stabiliteit dus (tweevoudig) indifferent, terwijl 2 slingeren optreden, waarvan de eene $[(\nu_{red})_{3,4}]$ direct wordt herkend als de ook vroeger aangetroffen gedempte verwrings-slingering (d.i. de in (54) eveneens door ν_s en ν_k beschreven slinging). De tweede slinging $[(\nu_{red})_{5,6}]$ wordt blijkbaar door de zijdelingsche speling geïntroduceerd, zij wordt beheerscht door de veeren k_c en door de zijdelingsche elasticiteit E_λ van den band. Inderdaad is gemakkelijk in te zien, dat de speling van het wiel op zijn as ook bij $V=0$ zoo'n slinging theoretisch mogelijk maakt, al kan hieraan direct worden toegevoegd, dat zij praktisch door de niet in aanmerking genomen en juist bij $V=0$ zéér groote wrijving, waarmede verschuivingen van het (belaste!) wiel op zijn as gepaard zullen gaan, volkomen zal worden „geblokkeerd”.

Evenals vroeger bij het uitwerken eener eerste benadering het geval was, levert de oplossing (87) de shimmy-slingering nog niet. Deze slinging moet zich ontwikkelen uit de benaderingsoplossing $(\nu_{red})_{1,2} = 0$. Zij wordt inderdaad gevonden, wanneer de benadering één stap wordt verbeterd. Men kieze daartoe de formule (85) als uitgangspunt en stelle op grond van de „eerste-benaderings-ontbinding”, dat het linkerlid kan worden ontbonden in

$$(\nu_{red}^2 + 2 \delta_{12} \nu_{red} + \varepsilon_{12}^2) [\nu_{red}^2 + 2 (V_{red} + \delta_{34}) \nu_{red} + \\ + 1 + \varepsilon_{34}] [\nu_{red}^2 + 2 \delta_{56} \nu_{red} + \frac{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}{\nu_o^2} + \varepsilon_{56}], \quad (88)$$

waarin δ_{12} , δ_{34} , δ_{56} , ε_{12}^2 (!), ε_{34} en ε_{56} gesteld worden zóó klein te zijn, dat quadraten en onderlinge producten ervan mogen worden verwaarloosd. Door uitvoering der vermenigvuldiging en gelijkstelling van coëfficiënten (88) koppeland met (85)) vindt men 6 lineaire niet homogene vergelijkingen, waaruit men o.m. oplost:

$$\delta_{12} = -2 V_{red}^3 \frac{\nu_c^2}{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}; \quad \varepsilon_{12}^2 = 2 V_{red}^2 \frac{\nu_c^2}{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}; \\ \delta_{56} = \frac{2 V_{red}^3 \frac{\nu_\lambda^2 + \nu_c^2 - \nu_o^2}{\nu_\lambda^2 + \nu_c^2}}{4 V_{red}^2 \frac{\nu_\lambda^2 + \nu_c^2}{\nu_o^2} + \left(\frac{\nu_\lambda^2 + \nu_c^2 - \nu_o^2}{\nu_o^2}\right)^2}. \quad (89)$$

Deze uitkomst toont aan, dat in tweede benadering inderdaad de verwachte shimmy-slingering wordt gevonden. Zij is — daar δ_{12} negatief is — tenzij $\nu_c = 0$ is, nog steeds in het algemeen onstabiel. De frequentie is in dezelfde benadering

$$\text{gelijk aan } V_{red} \sqrt{\frac{2 \nu_c^2}{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}}.$$

Men vergelijke dit resultaat met een vroeger verkregen uitkomst. Volgens (58) en (59) werd de shimmy-slingering toen voor kleine waarden van V_{red} beschreven door

$$\delta_{12} = -\frac{1}{2} \frac{C_\beta C_\lambda V^3}{\frac{E_\beta}{I_\varphi} - C_\lambda V^2} \equiv \\ \equiv -2 V_{red}^3 \frac{\nu_o}{1 - 2 V_{red}^2} \approx -2 V_{red}^3 \nu_o. \quad (90)$$

$$\varepsilon_{12}^2 = C_\lambda V^2 \equiv 2 V_{red}^2 \nu_o^2.$$

waarbij men er op moet letten, dat toen als variabele de ν zelf en niet $\nu_{red} = \frac{\nu}{\nu_o}$ in de verge-

lijkingen optrad, in verband waarmee men in (90) δ_{12} door ν_o en ε_{12}^2 door ν_o^2 moet deelen om met (89) vergelijkbare parameterwaarden te verkrijgen. Dan blijkt direct, dat het inlassen der zijdelingsche bewegingsmogelijkheid z voor het wiel op zijn as de frequentie van de shimmy-slingering reduceert. De reductiefactor bedraagt

$$\sqrt{\frac{\nu_c^2}{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}}. \text{ Het } \textit{logarithmisch increment} \text{ wordt eveneens gereduceerd, de reductiefactor hiervoor is ook gelijk aan } \sqrt{\frac{\nu_c^2}{\nu_c^2 + \nu_\lambda^2}}.$$

De toelating der zijdelingsche speling elimineert de shimmy-slingering dus niet geheel, zij kan echter in ieder geval bij kleinere snelheden wel een groote verbetering van de stabiliteit opleveren, in dien zin, dat de slinging minder snel en minder hevig wordt, waardoor zij veel gemakkelijker door toevoeging van een demping — b.v. op stuur-asdraaiingen — geheel verwijderd zal kunnen worden.

Uit de oplossing (89) kan nog een andere be-

langrijke conclusie worden getrokken. Het blijkt nl., dat ook de dempingscoëfficiënt δ_{ss} negatief kan zijn. In dat geval zou de in eerste benadering ongedempt bevonden „zijdelingsche slinging“, beheerscht door zijdelingsche verschuivingen van het wiel in combinatie met zijdelingsche uitbuiging van den band, onstabiel worden.

De toelating van zijdelingsche speling schept dus de mogelijkheid voor het optreden eener onstabiele slinging van geheel ander karakter dan de oorspronkelijke shimmy-slingering. De conditie, dat deze nieuwe slinging stabiel is, luidt volgens (89), zoolang de snelheid niet groot is,

$$v_{\lambda}^2 + v_c^2 > v_o^2. \quad (91)$$

Waar echter in de praktijk — zooals reeds werd opgemerkt — speciaal op deze slinging een niet in aanmerking genomen, doch vermoedelijk niet onbeteekenende wrijvingsdamping (zijdelingsche bewegingen van het wiel op zijn as) aanwezig is, is het niet onwaarschijnlijk, dat deze tweede slinging niet zoo snel onstabiel wordt als uit de formules volgt, d.w.z. dat de conditie (91) niet kritisch zou blijken te zijn.

Tot een meer afgerond oordeel leiden tot besluit — de hiervoor verkregen uitkomsten in aanmerking nemend — de Hurwitz'sche stabiliteitscriteria. In het gegeven geval (vergelijking (85)) blijken deze — voor volledige stabiliteit — na vereenvoudiging te eischen, dat

$$\left. \begin{aligned} v_{\lambda}^2 - v_o^2 > 0; \quad 2V_{red}^6(v_{\lambda}^2 + v_o^2) + \\ + V_{red}^4(v_{\lambda}^2 + v_c^2 - v_o^2) > 0; \\ - V_{red}^7(v_{\lambda}^2 + v_c^2 - v_o^2) < 0 \end{aligned} \right\} \quad (92)$$

is. Het is direct duidelijk, dat hieraan nooit gelijktijdig kan worden voldaan.¹⁶⁾

Is $v_{\lambda}^2 - v_o^2 > 0$, dan is aan de beide eerste voorwaarden voldaan, doch aan de laatste niet, en is $v_{\lambda}^2 + v_c^2 - v_o^2 < 0$, dan is aan de laatste, doch zeker niet aan de eerste voldaan. Nu is het teken van $v_{\lambda}^2 + v_c^2 - v_o^2$ bij gegeven v_{λ} , v_c en v_o voor alle voorwaartsche snelheden hetzelfde en daar de voorwaarde

$$v_{\lambda}^2 + v_c^2 - v_o^2 = 0 \quad (93)$$

tevens de conditie is, dat (85) een zuiver imaginaire wortel heeft, wordt dus, wanneer (93) niet toevallig is vervuld, nooit — d.w.z. bij geen enkele snelheid — een zuiver imaginaire wortel aangetroffen, zoodat geen enkele component der stoorbeweging bij eenigerlei snelheid van stabiel onstabiel of omgekeerd kan worden. Daar, volgens (91), de zijdelingsche slinging bij kleine snelheid stabiel is als

$$v_{\lambda}^2 + v_c^2 - v_o^2 > 0$$

en deze slinging dan dus bij alle snelheden stabiel is, en daar de verwringings-slingering volgens (87) eveneens stabiel is, blijft de shimmy-slingering in dat geval dus altijd — voor alle snelheden — onstabiel. Men kan de beperking „in dat geval“

echter laten vervallen, want denkt men zich door geleidelijke verandering der frequenties

$$v_{\lambda}^2 + v_c^2 - v_o^2 < 0$$

gemaakt, dan wijzigt zich bij het passeeren van het nulpunt op grond van (89) de stabiliteit der zijdelingsche slinging, zoodat de shimmy-slingering bij deze verandering onstabiel moet blijven.

Samenvattend mag men — anders dan in lit. 2 geschiedt — het aanbrengen van een zijdelingsche bewegingsmogelijkheid van het wiel op zijn as niet beschouwen als een definitief en theoretisch voldoende stabilisatiemiddel. Men kan alleen zeggen, dat hierdoor de definitieve stabilisatie kan worden vergemakkelijkt, en men kan de verkregen vooruitgang „meten“ aan de waarde van den factor $\frac{v_c^2}{v_c^2 + v_{\lambda}^2}$, welke zoo klein mogelijk moet zijn (zoodat men het wiel met zoo slap mogelijke veeren moet centreeren). Verder heeft de voorwaarde $v_{\lambda}^2 + v_c^2 > v_o^2$, anders dan in lit. 2 (waar zij ook te voorschijn komt) wordt gesuggereerd, niets met de stabilisatie van de shimmy-slingering te maken, zij is slechts noodig om het ontstaan van andere moeilijkheden, met name van een tweede onstabiele slinging, te voorkomen. In de praktijk zou deze bijconditie minder kritisch kunnen blijken te zijn.

De voorwaarde (91) moge nog even nader worden gezien. Men neme met het oog op de stabilisatie van de shimmy-slingering v_c zéér klein, zóó, dat men (91) kan vervangen door

$$v_{\lambda}^2 > v_o^2,$$

of, op grond van (84)

$$m_w < I_{\varphi} \frac{E_{\lambda}}{E_{\beta}} \quad (93)$$

in welken vorm de conditie ook in lit. 2 wordt vermeld. Volgens (65) en het bij die formule gegeven commentaar is

$$\frac{E_{\lambda}}{E_{\beta}} = \frac{1}{nr^2} \text{ met (volgens lit. 2) } n \approx \frac{1}{2} \text{ à } 1,$$

zoodat

$$m_w \cdot 0,5 r^2 \text{ à } m_w \cdot r^2 < I_{\varphi}$$

zou moeten zijn. Het is gemakkelijk te zien, dat de grootheden aan weerszijden van het < teken, ook zonder dat daar speciaal naar wordt gestreefd, in het algemeen van dezelfde orde van grootte zijn. Daarom zal men met eenige oplettendheid wel aan de voorwaarde (93) kunnen voldoen. Men houde het wiel zoo licht mogelijk en construeere de vork zóó, dat zij een groot traagheidsmoment om de stuuras krijgt.

7. Het geldigheidsgebied der theorie en de aansluiting van de formules op metingen.

71. De geldigheid van de theorie der shimmy-slingering.

Daar het in dit rapport opgenomen onderzoek van de stabiliteit van het neuswielsysteem bijna volledig op theoretischen grondslag is opgebouwd,

¹⁶⁾ Dat het systeem nooit volledig stabiel kan zijn, had ook onmiddellijk kunnen worden geconcludeerd uit het ontbreken van een term met v_{red}^4 in de vergelijking (85).

moet aan het slot van dit onderzoek de vraag worden gesteld, in hoeverre de resultaten de werkelijkheid dekken. Het beslissende antwoord hierop kan slechts door het experiment worden gegeven en wat dit betreft moet worden vastgesteld, dat het beschikbare materiaal nog in vele opzichten onvoldoende is. Ter beschikking staan feitelijk alleen de interessante proeven, die door het NACA zijn uitgevoerd (beschreven in *lit.* 2); deze laten echter alleen een toetsing van de theorie toe, voor het geval, dat het neuswielstelsel de meest eenvoudige constructie vertoont, nl. een verticale stuuras en géén voor- of naloop. In dit bijzondere geval mag de overeenstemming zeer bevredigend worden genoemd, hetgeen aan de theorie reeds een belangrijken steun geeft. De formules echter laten ook een berekening toe van den invloed eener scheefstelling van de stuuras, van de toepassing van voor- of naloop en van de grootte der gewichtsbelaasting op het neuswiel; géén dezer uitkomsten kan op een voldoende wijze worden gecontroleerd. Het is zeker gewenscht de experimentele basis in deze richting nog belangrijk uit te breiden. Dit klemmt des te meer, daar de theoretische analyse moest worden opgebouwd op een aantal hoofdzakelijk in no. 52 beschreven hypothesen, die alle wel plausibel zijn, doch wier doeltreffendheid toch niet aan allen twijfel onttrokken genoemd kan worden. Wel is het bevredigend, dat juist deze onderstellingen door de reeds genoemde gedeeltelijke experimentele verificatie grootendeels worden gedekt. Er wordt aan herinnerd, dat deze onderstellingen de geldigheid der theorie beperken tot een gebied van snelheden, enerzijds begrensd door een kleinste snelheid, waarbij de afgelegde weg in een tijdsinterval, waarin de wielbelastingen of de stuuruitslag groot te noemen veranderingen ondergaan, vergelijkbaar wordt met de lineaire afmetingen van het aanrakingsvlakje tusschen wiel en weg, en anderzijds begrensd door een grootste snelheid, waarbij bepaalde traagheidskrachten op elementen van den band naar de grootte vergelijkbaar worden met de elastische krachten. Hopelijk bevat dit interval de snelheden, die praktisch belangrijk zijn.

72. Bepaling der constanten.

Een essentiële voorwaarde voor de toepassing der formules is het vaststellen van correcte waarden van de daarin optredende constanten. Deze zullen alle aan metingen moeten worden ontleend, daar b.v. het gebruik van op twijfelachtige aannamen berustende schattingen (43) voor de constanten C_λ en C_β voor kwantitatieve uitwerkingen niet in aanmerking komt. Moeilijkheden kan de vaststelling van E_λ , E_β , C_λ en C_β opleveren. De volgende methoden komen in aanmerking:

1e. E_λ en E_β kunnen, naar mag worden verwacht, zonder daardoor groote foutenbronnen in te schakelen, worden gemeten door belasting van een *stilstaand* wiel. Men bepaalt de zijdelingsche verplaatsingen λ van de wielas bij verschillende belastingen door een in deze as aangrijpende dwarskracht D en berekent $(E_\lambda)_D = \frac{D}{\lambda}$, waarna

men goed zal doen voor E_λ die waarde te aanvaarden, waartoe het quotient $\frac{D}{\lambda}$ nadert voor kleine waarden der dwarskracht. D mag natuurlijk nooit zoo groot zijn, dat schuiven optreedt. Er moet voor worden zorg gedragen, dat de wielas horizontaal blijft, eventueel moet in verband hiermee een correctie worden aangebracht. Op analoge wijze kan E_β worden bepaald, waarbij men schuiven ook zorgvuldig moet uitsluiten.

2e. Wanneer het stuur in den middenstand wordt vastgezet en het wiel door een constante dwarskracht wordt belast, geldt volgens (22), wanneer de X-as loodrecht op de snijlijn van het wielvlak en den weg bij den aanvang der beweging wordt gekozen, bij het inzetten van een rolbeweging ¹⁷⁾

$$\delta x = -0 + \delta s \beta = \delta s \cdot \beta$$

en volgens (38) en (42):

$$\delta \beta = -(C_\lambda \lambda_0 + C_\beta \beta) \delta s \quad \left(\lambda_0 = \text{const.} = \frac{D}{E_\lambda} \right),$$

waaruit volgt

$$\frac{d^2 x}{ds^2} + C_\beta \frac{dx}{ds} = -C_\lambda \lambda_0,$$

of

$$\frac{dx}{ds} = -\frac{C_\lambda}{C_\beta} \lambda_0 + A e^{-C_\beta s} \quad (A = \text{integratieconst.}). \quad (94)$$

Op den duur wordt de rolbeweging dus stationnair en is de baan een rechte lijn, die met de snijlijn van wielvlak en weg een van de snelheid onafhankelijken hoek insluit van de grootte ¹⁸⁾

$$\varphi_{\text{slip}}' = -\frac{C_\lambda}{C_\beta} \lambda_0 = -\frac{C_\lambda}{C_\beta} \frac{D}{E_\lambda}. \quad (95)$$

Dit is de ook uit de automobiëlbesturing bekende „sliphoeck”, die evenredig is met de dwarskracht. Uit metingen van dezen hoek kan, wanneer E_λ bekend is, het quotient $\frac{C_\lambda}{C_\beta}$ worden berekend.

C_λ alleen kan men echter bepalen door meting van de golflengte der kinematische slingering, die het wiel bij kleine voorwaartsche snelheid volgens (58) vertoont, wanneer het vrij sturend om een verticale, éénparig rechtlijnig voortbewegende stuuras, die door de wiel-as gaat, is opgesteld. Deze golflengte moet gelijk zijn aan

$$l = V \frac{2\pi}{V \sqrt{C_\lambda}} = \frac{2\pi}{\sqrt{C_\lambda}} \quad (96)$$

en is dus onafhankelijk van de voorwaartsche snelheid, natuurlijk *mits* deze zéér klein is.

¹⁷⁾ Volgens (36) is λ constant, wanneer de dwarskracht D constant is.

¹⁸⁾ In deze formule is de dwarskracht D , daar zij gelijk aan $E_\lambda \lambda$ is gesteld, eigenlijk de kracht, die de weg op het wiel uitoefent, dat is dus de reactie van de (uitwendige) dwarskracht, aangebracht op het wiel. D moet dus positief gerekend worden, wanneer men het wiel zóó belast, dat een positieve uitbuiging λ ontstaat. Volgens (106) ontstaat dan een negatieve sliphoeck en men verifieert gemakkelijk, dat het wiel — zooals men verwacht — „met de (uitwendig aangebrachte) dwarskracht méé” slipt.

Ook is het mogelijk het stuurmoment (om een verticale stuuras) te meten, dat bij de eerstbeschreven rolbeweging (dwars belast wiel), nadat zij rechtlijnig geworden is, moet worden aangebracht om het stuur in den nulstand te houden. Dit moment bedraagt

$$M_{\beta} = C_{\beta} \beta = C_{\beta} \frac{dx}{ds} = -C_{\lambda} \lambda_0 = -C_{\lambda} \frac{D}{E_{\lambda}} \quad (97)$$

Ook dit moment is evenredig met de dwarskracht en onafhankelijk van de snelheid. Het levert een waarde voor C_{λ} .

Tenslotte kan men het wiel met zijn centrale vlak verticaal op een aanvankelijk stilstaand „tapis roulant” opstellen, het dwars belasten, zoodat een zijdelingsche uitbuiging λ ontstaat, het vervolgens, wat stuur- en dwarsbewegingen betreft, onbeweigelijk fixeren en daarna trachten de spoorcurve op te nemen, die de centrale omtrekslijn van den band bij inschakelen der beweging van het „tapis roulant” daarop beschrijft. Dit experiment wordt ook in *lit. 2* vermeld. Volgens (41) moet

$$0 = -\delta \lambda + \delta s \cdot \beta$$

zijn en volgens (38) en (42):

$$\delta \beta = -(C_{\lambda} \lambda + C_{\beta} \beta) \delta s,$$

dus:

$$\frac{d^2 \lambda}{ds^2} + C_{\beta} \frac{d\lambda}{ds} + C_{\lambda} \lambda = 0 \quad (98)$$

De oplossingen van deze differentiaal-vergelijking kunnen, zooals bekend verondersteld mag worden, van tweeërlei type zijn, al naar $\frac{1}{4} C_{\beta}^2 > C_{\lambda}$ is, dan wel $\frac{1}{4} C_{\beta}^2 < C_{\lambda}$. In het eerste geval is de demping zóó groot, dat de variatie van λ aperiodisch is, in het tweede ontstaat een gedempte slingering. Als de schattingen (43) inderdaad goed zijn, is $\frac{1}{4} C_{\beta}^2 \approx \frac{1}{r^2} < \frac{2}{r^2} \approx C_{\lambda}$ en zou dus in werkelijkheid een overigens zeer sterk gedempte slingerlijn moeten ontstaan. De bijbehorende formule luidt

$$\lambda = e^{-\frac{1}{2} C_{\beta} s} \left[\lambda_1 \cos(s \sqrt{C_{\lambda} - \frac{1}{4} C_{\beta}^2}) + \lambda_2 \sin(s \sqrt{C_{\lambda} - \frac{1}{4} C_{\beta}^2}) \right], \quad (99)$$

waarin λ_1 en λ_2 integratie-constanten zijn, te bepalen door aanvangsvoorwaarden $\lambda = \lambda_0$, $\left(\frac{d\lambda}{ds}\right)_{s=0} = 0$.

De registratie der curve kan worden gebruikt om C_{β} of C_{λ} te berekenen, wanneer de andere is gegeven.

Vermeld moge worden, dat de in de formule (99) vervatte uitkomst kan verschillen van de uitkomst, die de betreffende proef volgens de in *lit. 2* beschreven theorie zou moeten opleveren. Volgens die theorie moet nl. *altijd* een aperiodische uitdamping worden gevonden. Overigens moge hieraan worden toegevoegd, dat de in *lit. 2* beschreven theorie niet in staat is, de slippende recht-uit-rol van het dwars belaste wiel te beschrijven, een verschijnsel, waarvan de aanwezigheid volgens het experiment volkomen vaststaat.

8. Samenvatting van aanwijzingen, verkregen voor de constructie van neus- en staartwiel-systemen.

De aanwijzingen, die de in deze verhandeling ontwikkelde stabiliteits-theorie geeft voor de doeltreffende constructie van neus- en staartwiel-systemen, kunnen als volgt zeer verkort worden samengevat:

a. Neuswiel.

1. *Naloop/Voorloop*. Het toepassen van een betrekkelijk grooten *naloop* is altijd gunstig, tenzij men de rolbeweging van het vliegtuig over het veld door verstelling van het neuswielstuur wil besturen. In dat geval wordt de *naloop* gelimiteerd door den eisch, dat de stuurkrachten niet te groot mogen worden. Deze beperking vervalt dus, wanneer de besturing uitsluitend met het richtingsroer plaats vindt. Hieraan moge worden toegevoegd, dat het geval, waarin de *naloop* zeer groot is, niet volledig is uitgewerkt. *Voorloop* is onder alle omstandigheden ontoelaatbaar.
2. *Scheefstelling van de stuuras*. Een overigens ongebruikelijke scheefstelling van de stuuras onder een negatieven hoek (vóórover hellende stuuras) is zoowel wat de stabiliteit als wat de besturings-eigenschappen betreft, gunstig. De in den regel aangetroffen scheefstelling onder positieven hoek (achterover hellende stuuras) is wel toelaatbaar, mits deze hoek dan klein wordt gehouden. Vijftien tot twintig graden lijkt al een ruime waarde.
3. *Den middenstand van het stuur centreerende veeren*. Het neuswiel kan in het algemeen vrijsturend worden uitgevoerd. Tegen de toepassing van betrekkelijk zwakke centreerende veeren, die b.v. juist sterk genoeg zijn om het labiele statische evenwicht van den middenstand van het stuur, wanneer het vliegtuig stilstaat, te centreeren, bestaat geen bezwaar. De shimmy-stabiliteit wordt er iets door verbeterd en kan door toepassing van sterker veeren worden verbeterd; de bestuurbaarheid (met het richtingsroer) wordt dan echter slecht.
4. *Gewichten en traagheids-momenten*. Het wiel zèlf van het neuswiel wordt *altijd* zoo licht mogelijk geconstrueerd. Het traagheidsmoment van wiel en vork om de stuuras wordt eveneens klein gehouden, tenzij (hetgeen wellicht vaak noodig zal zijn) men ter verbetering van de stabiliteit van de shimmy-slingering een kleine zijdelingsche spelingsruimte voor het wiel op zijn as heeft ingelascht. In dat geval is het beter het voornoemde traagheidsmoment niet te klein te maken (zie de voorwaarde (93)).
5. *Zijdelingsche speling van het wiel op zijn draai-as*. Het inlasschen van een kleine zijdelingsche speling van het wiel op zijn draai-as kan de onderdrukking van shimmy-slingeringen aanzienlijk vergemakkelijken. Men cen-

treert den middenstand van het wiel op zijn as door veeren, die zoo zwak mogelijk worden gehouden. In plaats daarvan zou men volgens *lit. 2* ook een kromme as kunnen toepassen (fig. 10, zie ook no. 66).

6. *Band.* Het verdient steeds aanbeveling, den band niet grooter en breder — en daarmee elastischer — te maken, dan strikt noodig is.
7. *Demping op stuurdraaiingen.* Wanneer shimmy-slingeringen niet door andere maatregelen in voldoende mate konden worden verwijderd en ook de altijd in het systeem aanwezige demping in den vorm van wrijving niet groot genoeg is om een neiging tot slingeren genoegzaam te onderdrukken, kan men altijd een afdoend resultaat krijgen met behulp van vloeistofdempers op draaiingen van het stuur. Eenige gegevens voor de berekening van deze dempers worden aangetroffen in *lit. 2* en in *lit. 3*.
8. *Gewichtsbelasting op het neuswiel.* Het is vermoedelijk gunstig het neuswiel niet meer te belasten dan strikt noodig is.
- b. *Staartwiel.*
 1. *Naloop/Voorloop.* Een groote naloop is altijd goed, voorloop is onbruikbaar.
 2. *Scheefstelling van de stuuras.* Het is gunstig de stuuras zeer scheef, vooroverhellend te construeeren. De grootste scheefstellingshoek, die constructief met een behoorlijken naloop kan worden gecombineerd, komt in aanmerking.
 3. *Den stuurstand centreerende veeren.* Door het aanbrengen van den middenstand van het stuur centreerende veeren kan zoowel de grondzwaaieneiging worden verminderd als de shimmy-stabiliteit worden verbeterd. Om een resultaat van eenige beteekenis te krijgen, moeten de veeren echter vrij stijf worden gemaakt, waardoor de bestuurbaarheid van de rolbeweging van het vliegtuig over het veld achteruit gaat. In de praktijk zal men het staartwiel daarom wellicht liefst vrij-sturend maken.
 4. *Gewichten en traagheidsmomenten, zijdelingse speling, band en demping op stuuras-draaiingen.* Hiervoor gelden dezelfde aanwijzingen als voor het neuswiel.

9. Appendix.

91. Enkele meetkundige relaties voor een neuswielstuur, af te leiden uit fig. 1.

911. Wanneer men aan het neuswielstuur een stuuruitslag $\varphi = \angle M_0OM$ geeft, kan de „stuurhoek op den weg” $\varphi' = \angle X'QR$ als volgt worden berekend:

$\varphi' = \angle X'QR = \angle XOK$, als $\overline{OK} \parallel \overline{QR}$ is getrokken. $\overline{EK} \parallel \overline{OY}$ en $\overline{MC} \parallel \overline{OY}$ staan loodrecht op het XOY-vlak en dus ook $\perp \overline{OS}$. Dan echter ligt $\overline{MC}$ in het vlak MOM_0 , want $\overline{OS}$ staat loodrecht op dat vlak. Dientengevolge: $\overline{EK} = \overline{MC} = \overline{OM} \sin \varphi = a \sin \varphi$;

$$\overline{OC} = \overline{OM} \cos \varphi = a \cos \varphi \text{ en } \overline{OE} = \frac{a \cos \varphi}{\cos \psi}.$$

$$\text{Verder is } \frac{\overline{EK}}{\overline{OE}} = \operatorname{tg}(\angle XOK) = \operatorname{tg} \varphi' = \frac{a \sin \varphi \cos \psi}{a \cos \varphi},$$

zoodat $\varphi' = \operatorname{bg} \operatorname{tg}(\cos \psi \operatorname{tg} \varphi)$.

912. De voorloop $\overline{Q_0R_0} = b_0$ is bij een stuuruitslag nul kennelijk gelijk aan $\frac{a - r \sin \psi}{\cos \psi}$. Brengt men een stuuruitslag φ aan, dan verandert hij ($\overline{Q_0R_0} \rightarrow \overline{QR}$). Men heeft: $\overline{OK}^2 = \overline{OE}^2 + \overline{EK}^2 = (\text{zie boven}) \frac{a^2 \cos^2 \varphi}{\cos^2 \psi} + a^2 \sin^2 \varphi = \frac{a^2}{\cos^2 \psi} (1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \psi)$ en $\overline{MK}^2 = \overline{OK}^2 - \overline{OM}^2 = \frac{a^2}{\cos^2 \psi} (1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \psi) - a^2 = a^2 \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \psi$. Dus:
- $$\angle MOK = \operatorname{bg} \operatorname{tg} \frac{\overline{MK}}{\overline{OM}} = \operatorname{bg} \operatorname{tg}(\cos \varphi \operatorname{tg} \psi).$$
- Doch:
- $$\angle MOF = \angle QRT \text{ (want } \overline{RT} \parallel \overline{OM} \text{ en } \overline{OK} \parallel \overline{QR}) = \angle RMU \text{ (want } \overline{MU} \perp \overline{RT} \text{ en } \overline{MR} \perp \overline{QR}).$$
- Daarom is $\overline{RV} = \overline{MR} \operatorname{tg}(\angle RMU) = r \cos \varphi \operatorname{tg} \psi$. Tenslotte:
- $$b = \overline{QR} = \overline{QV} - \overline{RV} = \overline{OK} - \overline{RV} = \frac{a}{\cos \psi} \sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \psi} - r \cos \varphi \operatorname{tg} \psi.$$

913. Wanneer een stuuruitslag φ wordt aangebracht, wordt het voertuig aan den voorkant over den afstand $h = \overline{PP_0}$ opgeheven (aannemend, dat de langs-as van het voertuig nagenoeg horizontaal blijft en de wielbasis dus groot is). Deze opheffing wordt als volgt berekend:

$$\overline{MV}^2 = \overline{RM}^2 + \overline{RV}^2 = (\text{zie boven}) r^2 + r^2 \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \psi.$$

Dan is echter

$$\overline{KV} = \overline{MV} - \overline{MK} = (\text{zie boven}) r \sqrt{1 + \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \psi} - a \cos \varphi \operatorname{tg} \psi. \text{ Doch } \overline{KV} = \overline{OQ} \text{ en } \overline{QQ_0} = \overline{OQ} - \overline{OQ_0},$$

waaruit gemakkelijk volgt:

$$\overline{QQ_0} = r \sqrt{1 + \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \psi} - a \cos \varphi \operatorname{tg} \psi - \frac{r - a \sin \psi}{\cos \psi}.$$

Tot besluit wordt:

$$h = \overline{PP_0} = \overline{QQ_0} \cos \psi = r \cos \psi \sqrt{1 + \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \psi} - a \cos \varphi \sin \psi - r + a \sin \psi = r (\sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \psi} - 1) + a \sin \psi (1 - \cos \varphi).$$

914. De afstand van het raakpunt R van wiel en weg tot de stuuras is gelijk aan $\overline{RT}$. Hiervoor vindt men:

$$\overline{RT} = \overline{QR} \cos(\angle QRT) = \overline{QR} \cos(\angle MOK) = \overline{QR} \cos[\operatorname{bg} \operatorname{tg}(\cos \varphi \operatorname{tg} \psi)] =$$

$$= \frac{a}{\cos \psi} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \psi} - r \cos \varphi \operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \psi}} = a - \frac{r \cos \varphi \sin \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \psi}}.$$

915. De hoek ε tusschen de normaalkracht in het raakpunt van wiel en weg en haar projectie op het (uitgeslagen) wielvlak, noodig voor de berekening van momenten om de stuuras, wordt zoo berekend:

Breng een vlak HRQ door de vectoren $\overline{RN}$ en $\overline{QR}$. Dit vlak snijdt het XOY-vlak in de lijn $\overline{FH} \parallel \overline{QR} \parallel \overline{OJ}$. Trekt men nu in het XOY-vlak de lijn $\overline{HJ}$, dan is deze zoowel $\perp \overline{HR}$ (want $\overline{HR}$ staat $\perp$ het XOY-vlak) als $\perp \overline{HF}$ (omdat $\overline{HF} \parallel \overline{QR}$ en $\overline{QR} \perp$ het vlak MRH is) en $\perp \overline{OJ}$ (want ook $\overline{OJ} \parallel \overline{HF}$). Dus is: $\overline{HJ} = \overline{OF} \sin \varphi'$. Doch $\overline{OF} = \overline{QF} \operatorname{tg} \psi$ en dus is $\overline{HJ} = \overline{QF} \sin \varphi' \operatorname{tg} \psi$. Verder is $\overline{HR} = \overline{QF}$, zoodat

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\overline{HJ}}{\overline{HR}} = \frac{\overline{QF} \sin \varphi' \operatorname{tg} \psi}{\overline{HR}} = \sin \varphi' \operatorname{tg} \psi = \frac{\sin \varphi' \sin \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \psi}}.$$

916. De momenten van dwars- en normaalkracht in het raakpunt van wiel en weg om de stuuras berekent men op de navolgende wijze:

$\overline{RD'}$ zij een lijn door R , loodrecht op het vlak OMR

van het wiel (bij stuuruitslag φ). De krachten N en D (vectoren $\overline{RN}$ en $\overline{RD}$), welke in het vlak door $\overline{MR}$ en $\overline{RD'}$ liggen, hebben in de richting $\overline{RD'}$ de componenten $D \cos \varepsilon$ en $-N \sin \varepsilon$, en in de richting $\overline{RM}$ de componenten $D \sin \varepsilon$ en $N \cos \varepsilon$. Daar de componenten langs $\overline{RM}$ in het vlak van het wiel liggen, dragen zij niet bij tot het moment om de stuuras. Daaruit volgt:

— dat het moment van de dwarskracht D om de stuuras gelijk is aan

$$MD = D \cos \varepsilon \cdot \overline{TR} = \\ = D \sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \psi} \left(a - \frac{r \cos \varphi \sin \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \psi}} \right).$$

— dat het moment van de normaalkracht N om de stuuras gelijk is aan

$$MN = -N \sin \varepsilon \cdot \overline{TR} = \\ = -N \sin \varphi \sin \psi \left(a - \frac{r \cos \varphi \sin \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \psi}} \right).$$

Uitgedrukt in den „stuuruitslag op den weg“ φ' komt er

$$MD = D (a - r \sin \psi \cos \varphi') \frac{\cos \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \psi \cos^2 \varphi'}} \\ MN = -N (a - r \sin \psi \cos \varphi') \frac{\sin \varphi' \sin \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \psi \cos^2 \varphi'}}$$

Tusschen h en MN bestaat de te verwachten betrekking:

$$MN = -N \frac{\partial h}{\partial \varphi}.$$

92. De Hurwitz'sche stabiliteits-criteria.

Zij

$$a_0 v^n + a_1 v^{n-1} + a_2 v^{n-2} + \dots + a_{n-1} v + a_n = 0$$

de karakteristieke vergelijking, wier wortels den aard van de stoorbeweging bepalen. De onderzochte stationnaire

beweging is *stabil*, wanneer alle reële wortels, voor zoover aanwezig, negatief zijn, en wanneer alle complexe wortels, voor zoover aanwezig, een negatief reëel deel hebben.

Wanneer alle coëfficiënten reëel zijn en $a_0 > 0$ is, is hiervoor volgens Hurwitz *noodig en voldoende*, dat

$$D_1 \equiv a_1 > 0; \quad D_2 \equiv \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} > 0; \quad D_3 \equiv \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} > 0; \dots \\ \dots \dots \dots; \quad D_n \equiv \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{2n-1} & a_{2n-2} & \dots & \dots & \dots & a_n \end{vmatrix} > 0$$

zijn, met de aanwijzing, dat a_i gelijk nul genomen moet worden wanneer $i > n$ is.

Noodzakelijk, doch *niet* voldoende is, dat alle coëfficiënten a_i ($i = 0 \dots n$) hetzelfde teken hebben (positief in de schrijfwijze, waarbij $a_0 > 0$ is). Noodig en voldoende voor de aanwezigheid van een *zuiver imaginaire* wortel is

$$D_{n-1} = 0$$

Een afleiding van de Hurwitz'sche voorwaarden kan men o.m. in *lit. 4*, pag. 125 e.v. vinden. Hiernaar wordt voor nadere bijzonderheden verwezen.

10. Literatuurlijst.

1. Becker, G., Fromm, H. und Mahrun, H.: Schwingungen in Automobil-lenkungen (1931).
2. Kantrowitz, A.: Stability of castering wheels for aircraft landing gears. NACA-Report No. 686 (1939).
3. Wylie, J.: Dynamic problems of the tricycle alighting gear. Journal of the Aeronautical Sciences Vol. 7, Page 56 (1939).
4. Riemann-Weber: Differentialgleichungen der Physik. Erster Teil, bearbeitet von R. v. Mises (1925).

REPORT V 1038.

CONTROL AND STABILITY OF THE NOSE-WHEEL LANDING GEAR.

Summary.

The in recent times re-discovered nose-wheel landing gear for airplanes shows normally — indeed just as the yet much more usual tail-wheel — the construction of fig. 1. The typical parameters of it are the castering-angle ψ and the offset b (see fig. 1) in terms of the wheel-radius. Generally the wheelsystem is free to turn around its controlaxle.

In principle there are two modes of control when taxiing the airplane on the field: firstly with the nose-wheel and secondly (at higher speed) with the rudder. The points 31 and 32 contain a short calculation of the force on the nose-wheel control gear, respectively of the moment to be raised with the rudder, necessary to keep the airplane in a stationary circular curve on the field. In both cases a change of sign of this force, resp. of this moment, is found to occur (only if the castering-angle is positive as usual) at some speed $V = V_0$ (see equation (8)). This irregularity is connected with the static unstability — found in this case — of the central position of the gear.

The same speed V_0 is met again when ana-

BERICHT V 1038.

STEUERUNG UND STABILITÄT DES FLUGZEUGBUGRADES.

Zusammenfassung.

Das in neuerer Zeit (wieder) zur Anwendung gekommene Bugrad eines Flugzeuges zeigt im Prinzip — wie übrigens auch das noch immer viel üblichere Schwanzrad — die durch Abb. 1 dargestellte Konstruktion. Die typische Konstruktionsparameter sind der Neigungswinkel ψ der Steuerachse und der „Nachlauf“ b als Bruchteil des Raddurchmessers. Das Radsystem ist im allgemeinen frei drehbar um die Steuerachse.

Die Steuerung der Roll-Bewegung des Flugzeuges über das Feld kann grundsätzlich durch Steuerung des Bugrades, oder aber (bei grösserer Geschwindigkeit) mit dem Seitenruder vorgenommen werden. Es werden in den Nummern 31 und 32 die Steuerkräfte, bzw. das steuerende Moment des Seitenruders berechnet, die erforderlich sind um das Flugzeug in einer stationären Kreis-Kurve zu halten. Man findet in beiden Fällen bei einer gewissen ziemlich tiefen Geschwindigkeit V_0 (Gleichung (8)) einen Vorzeichenwechsel dieser Kräfte (bzw. dieses Momentes), falls ψ wie üblich > 0 ist. Diese Unregelmässigkeit hängt zusammen mit der in diesem Fall aufgefundenen

lysing the „elementary stability” of rectilinear taxiing (point 4). The adjunction „elementary” refers to a high-grade idealisation and simplification of the moving system. It is found, that the above-mentioned movement of an airplane with nose-wheel is always stable when $\psi < 0$, while for $\psi > 0$ (the usual case) it is unstable only for the unimportant speeds $V < V_0$. For an airplane with a tail-wheel landing gear, however, one gets — if not at all speeds — unstability for $V > V_0$. This unstability is aperiodic and is identified with the well-known ground-loop disposition. Therefore the airplane with a nose-wheel has in this respect the better stability qualities.

But it is known, that the nose-wheel-system for itself may show a dynamic unstability of another kind, namely „shimmy” oscillations, which cannot be cleared up on an equally simple basis. A theory of these oscillations is developed in point 5 and this theory is constructed from certain propositions and experiments, which partially have been published earlier in an American NACA-report (*lit. 2*). The fundamentals of this theory consist of a simplifying treatment of the deformations of the elastic tire and of an assumption on the rolling without sliding of an elastically deformed wheel. The results are in good agreement with the yet very incomplete NACA-experiments.

Point 5 gives a survey of some stabilising measures, extracted from the calculations. They are: increase of offset b (see fig. 1 and point 61); application of negative castering-angles (point 62); amortisation of oscillations by liquid-damper (point 64); centering of the neutral position of the control-gear by springs (point 65) and (proposed by the NACA) admittance of a small clearance of the wheel on its axle (point 66).

Finally point 7 gives some information on experimental methods, leading to dates for numerical calculations on nose-wheel stability.

statischen Unstabilität der Mittellage des Radsteuers bei $V=0$. Dieselbe Geschwindigkeit V_0 wird zurückgefunden, wenn man auf einfache Grundlage die „elementare Stabilität” der Geradeaus-Fahrt des Flugzeuges über das Feld berechnet, wie es in Nr. 4 geschieht. Die „elementare Stabilität” bezieht sich auf die Art der Bewegung des völlig ideal funktionierenden und bis auf einfachste Eigenschaften idealisierten Systems. Es zeigt sich, dass die obengenannte Bewegung des Flugzeugs mit Bugrad bei $\psi < 0$ immer, und bei $\psi > 0$ (übliche Bauart) *oberhalb* V_0 stabil ist, während dieselbe Bewegung beim Flugzeug mit Schwanzrad — wenn nicht immer Unstabil — für $V > V_0$ eben unstabil und für $V < V_0$ stabil ist. Die Unstabilität hat gewöhnlich einen aperiodischen Charakter und ist als Überschlager allgemein bekannt. Das Flugzeug mit Bugrad hat in dieser Hinsicht die besseren elementaren Stabilitätseigenschaften.

Es kann jedoch das Bugrad selbst noch eine zweite Art der Unstabilität aufzeigen, namentlich „Shimmy”-Schwingungen, die nicht auf gleich einfache Grundlage geklärt werden kann. Es wird in Nr. 5 eine Theorie dieser Schwingungen entwickelt, die auf einer Reihe schon teilweise in einem Amerikanischen NACA-Report (*lit. 2*) veröffentlichten Ansätze und Experimenten aufgebaut worden ist. Die Hauptgrundlagen dieser Theorie bilden eine schematisierte Darstellung der Formänderungen des elastischen Reifes und einen Ansatz zur schubfreien Roll-Bewegung eines deformierten Rades (Reifes). Die Ergebnisse stimmen gut überein mit denen der leider noch sehr unvollständigen Experimenten des NACA.

In Nr. 5 wird aus der Theorie eine Reihe Masnahmen zur Stabilisierung abgeleitet. Hierzu gehören: Vergrößerung des Nachlaufes (Nr. 61); Neigung der Steuerachse unter *negativem* Winkel ($\psi < 0$; Nr. 62); Anwendung von Flüssigkeitsdämpfer (Nr. 64); Zentrierung der Steuermittellage durch Feder (Nr. 65) und (nach Vorschlag des NACA) Einschaltung eines geringen Spieles des Bugrades auf die Drehachse (Nr. 66). Schliesslich wird in Nr. 7 die (experimentelle) Gewinnung von Zahlengrundlagen für numerische Rechnungen zur Stabilität des Bugrades näher betrachtet.

RAPPORT V 1255.

Nationaal Luchtvaartlaboratorium, Amsterdam.

Metingen ter bepaling van de krachten, die, afhankelijk van den tijdsduur, door een vlieger op de stuurorganen kunnen worden uitgeoefend.

door

Dr. Ir. J. C. SCHEFFER en Ir. A. J. MARX.

Overzicht.

In dit rapport worden proeven beschreven ter bepaling van de krachten, die in verschillende gevallen onder normale atmosferische omstandigheden en bij normale standen van een vliegtuig op de stuurorganen daarvan kunnen worden uitgeoefend. 27 vliegers verleenden hieraan hun medewerking.

De proeven omvatten allereerst metingen van de maximum-krachten bij verschillende standen van de stuurorganen t.o.v. de bestuurszitsplaats, waaruit de gunstigste stand van de stuurorganen voor het uitoefenen van groote krachten kon worden bepaald.

Daarnaast werden, als voornaamste deel van het proevenprogramma, voor één bepaalden stand der sturen, metingen uitgevoerd omtrent den tijd, gedurende welken een zekere constante kracht kan worden uitgeoefend. Uit de resultaten van deze laatste proeven kan worden afgeleid, welke kracht gemiddeld gedurende een zekeren — van te voren aan te geven — tijdsduur kan worden uitgeoefend.

Tenslotte werden nog eenige metingen verricht betreffende de snelheid, waarmede een vlieger de kracht op het voetenstuur kan doen aangroeien. Uit de metingsresultaten werden steeds de uiterste en de gemiddelde waarden voor het betreffende aantal proefpersonen bepaald.

Indeeling.

1. Inleiding.
2. Het meettoestel.
3. Samenstelling van het proevenprogramma.
 31. Algemeen.
 32. Overzicht.
4. Resultaten.
 41. Maximum-krachten bij verschillende afstanden van stuurorganen tot zitplaats.
 42. Duurproeven.
 43. Proeven ter bepaling van de maximum-aangroeiings-snelheid van de kracht op het voetenstuur.
5. Conclusies.
 51. Maximum-stuurkrachten.
 52. Duurproeven.
 53. Proeven ter bepaling van de maximum-aangroeiings-snelheid van de kracht op het voetenstuur.
6. Literatuur.

1. Inleiding.

Bij de beoordeeling van de grootte van de ter besturing van een vliegtuig vereischte stuurkrachten komt de vraag naar voren, hoe groot de krachten zijn, die een vlieger op de stuurorganen kan uitoefenen. Daarbij is het niet alleen van belang te weten hoe groot de maximale krachten zijn, die op een bepaald oogenblik kunnen worden bereikt, maar ook, hoe groot de krachten zijn, die onafgebroken gedurende een zekeren tijd door een vlieger kunnen worden uitgeoefend.

De kennis van de maximale krachten is boven-

dien gewenscht voor de sterkteberekening van de stuurorganen en voor de berekening van de grootste belasting op roeren en staartvlakken, die in de vlucht kan voorkomen als direct gevolg van een handeling van den bestuurder.

Met het oog op plotselinge veranderingen van den vliegtoestand, waarbij de sturen snel moeten worden bediend, is het verder nog interessant na te gaan, hoe snel de vlieger de stuurkracht tot zijn maximum kan doen aangroeien, wanneer daarbij tevens de stand van het stuur moet worden gewijzigd.

De boven omschreven gegevens zijn tevens van waarde voor vliegtuigconstructeurs en vliegtuiggebruikers, welke daardoor een indruk kunnen krijgen van de grootte van de toelaatbare stuurkrachten, om aan de hand daarvan bij een ontwerp beter te kunnen nagaan of de besturing al dan niet direct door menschelijke kracht zal kunnen geschieden.

Om uit metingen conclusies omtrent de van een vlieger te verwachten krachten te kunnen trekken, zullen deze metingen, wegens de persoonlijke verschillen, met een zoo groot mogelijk aantal vliegers moeten worden uitgevoerd.

In het buitenland zijn eenige publicaties verschenen, waarin metingen op dit gebied worden behandeld. De in Amerika verrichte proeven van Gough en Beard (*lit. 1*) en van Mc. Avoy (*lit. 2*)

betreffen de bepaling van de maximale krachten, die in alle mogelijke standen van stuurorganen en vliegtuig door een vlieger kunnen worden uitgeoefend. De in *lit.* 3 beschreven proeven van Hertel omvatten zoowel metingen van de maximale krachten, alsook „vermoeidheidsproeven” en metingen van de bedieningssnelheid („Schaltgeschwindigkeit”), die bij de stuurorganen bereikt kan worden. De resultaten van deze metingen zijn niet van dien aard, dat op grond hiervan met voldoende zekerheid een antwoord kan worden gegeven op de in het bovenstaande geformuleerde vraagpunten. De eerstgenoemde metingen nl. zijn slechts met twee personen uitgevoerd en betreffen alléén de maximale krachten; bij de metingen van Hertel was het aantal proefpersonen weliswaar minder beperkt (12), echter de methode van uitvoering van de „vermoeidheidsproeven” zoodanig, dat men hieruit geen conclusies kan trekken omtrent de grootte van de krachten, die gedurende een bepaalden tijd kunnen worden uitgeoefend. Het was daarom gewenscht verdere metingen op dit gebied uit te voeren.

Op initiatief van de voormalige Commissie Vliegeigenschappen Militaire Vliegtuigen werd in 1939 door het N.L.L. begonnen met het uitvoeren van dergelijke metingen. Daarbij was het in de eerste plaats de bedoeling de grootste stuurkrachten te bepalen, die gedurende een zekeren — willekeurig te kiezen — tijdsduur kunnen worden uitgeoefend.

Daarnaast vonden metingen plaats ter bepaling van de maximum-krachten, die gedurende zeer korten tijd bij verschillende standen van de stuurorganen kunnen worden uitgeoefend. Het bleek verder tevens mogelijk, op grond van de resultaten van deze laatste metingen de voor het uitoefenen van groote krachten meest gunstige afstanden van stuurstoel tot stuurwiel (resp. -knuppel) en voetenstuur aan te geven. Later werden de proeven op eigen initiatief voortgezet en werd het gebied van onderzoek nog uitgebreid met metingen betreffende de aangroeiingssnelheid van de kracht op het voetenstuur, wanneer de vlieger zoo snel mogelijk uittrapt.

Een 27-tal vliegers, daartoe welwillend in de gelegenheid gesteld door de K.L.M., de Militaire Autoriteiten en door den Commandant van den Opbouwdienst, verleenden hun zeer gewaardeerde medewerking aan de proeven.

In tabel 5 (aan het slot van den tekst) zijn eenige algemeene gegevens van de verschillende vliegers opgenomen, zooals lichaamsafmetingen, gewicht, leeftijd, e.a.

Daar, zooals uit het volgende zal blijken, de hoeveelheid meetmateriaal, die gewonnen werd, zeer aanzienlijk is en tenslotte slechts de uiterste en de gemiddelde waarden van de met alle proefpersonen verkregen resultaten van belang zijn, werden de directe meetgegevens niet in tabelvorm opgenomen; zij liggen echter voor belangstellenden bij het N.L.L. ter inzage. De meetgegevens werden in de gegeven grafieken verwerkt, terwijl de uiterste en de gemiddelde waarden steeds in de tabellen en/of grafieken zijn aangegeven.

2. Het meettoestel.

Het meettoestel is vervaardigd uit een gedeelte van het rompvakwerk van een Fokker C4-vliegtuig, dat door het L.V.B. te Soesterberg ter beschikking werd gesteld, waaraan de voor het doel noodzakelijke veranderingen zijn aangebracht. Een moderne bestuurdersstoel, voorzien van riemen, is ingebouwd.

De stuurorganen bestaan uit een stuurknuppel voor het meten van de hoogte- en rolbesturingskrachten en uit voetpedalen bevestigd op hefboomen, welke om een er onder gelegen horizontale as I (zie fig. B, bij tabel 5) draaibaar zijn in vlakken evenwijdig aan het symmetrievlak. De pedalen zijn tevens draaibaar om een horizontale as II, onder de holte van den voet. Op den stuurknuppel kan ook een stuurwiel worden gemonteerd; in dat geval wordt de bewegingsmogelijkheid van den knuppel tot het symmetrievlak beperkt. De afstand van de stuurorganen tot den stuurstoel kan voor ieder orgaan afzonderlijk worden ingesteld; de stuurstoel kan bovendien met één handgreep in hoogterichting worden verplaatst.

De krachten worden gemeten met behulp van veerunsters. Voor de meting van de richtingsstuurkrachten zijn unsters van 150 kg aangebracht. De kracht wordt door middel van een losse katrol in de verhouding 1:2 op het unster overgebracht, zoodat het meetbereik 300 kg is; de pedaalverplaatsing is daarbij, mede tengevolge van eenige rek in de kabels en doorbuiging van den bevestigingsstaaf, ca. 3 cm.

Voor de hoogtestuurkrachten is eveneens een unster van 150 kg aangebracht. Hierbij wordt geen reductie in de overbrenging toegepast, zoodat het meetbereik 150 kg bedraagt bij een handgreepverplaatsing van 4 cm.

Voor de rolstuurkrachten worden unsters van 50 kg gebruikt. De overbrengingsverhouding is hier eveneens 1:1, zoodat het meetbereik 50 kg is. Dit geldt voor het meten van de rolstuurkrachten, zoowel bij gebruik van den stuurknuppel als van het stuurwiel. Mede ten gevolge van rek en doorbuiging is de handgreepverplaatsing van den stuurknuppel daarbij 20 cm en die van het stuurwiel 11 cm. Ter vermindering van misverstand wordt er op gewezen, dat met deze unsters de krachten op het pedaal resp. den handgreep van knuppel of stuurwiel worden gemeten, en niet de krachten, die tenslotte in de roerkabels worden opgewekt.

De bevestiging van de verschillende unsters aan de stuurorganen is gemakkelijk verstelbaar gemaakt (met intervallen van 5 cm), zoodat de krachten bij verschillende standen van de stuurorganen kunnen worden gemeten. De stand van de verschillende stuurorganen wordt aangegeven door middel van stuurstandsklokjes, die op een plank vóór den bestuurder zijn aangebracht.

Bij de overbrenging van de krachten op de unsters treedt wrijving op in katrollen, scharnieren, enz. De wrijvingskrachten zijn echter zoo klein, dat hun invloed kan worden verwaarloosd. Dit bleek uit enkele controleproeven, waarbij, door tusschenschakeling van een unster aan den handgreep van het stuurorgaan, de stuurkracht ook direct gemeten

werd en vergeleken kon worden met de aanwijzing van de unsters in het meettoestel.

Opgemerkt moet nog worden, dat de voetenkrachten gemeten worden volgens een lijn door voet- en heupgewricht.

Bij de proeven ter bepaling van de aangroeiingsnelheid van de kracht op het voetenstuur werd aanvankelijk alleen gebruik gemaakt van de reeds genoemde unsters van 150 kg. Teneinde den invloed van de grootte van den verstelweg te onderzoeken, werd later een speciaal unster vervaardigd met een meetbereik van 150 kg bij een verplaatsing van 10 cm per 100 kg. Een dergelijke combinatie van kracht en uitslag komt in orde van grootte overeen met de benodigde kracht en uitslag bij het plotseling stoppen van één motor bij een tweemotorig vliegtuig.

De registratie van de maximum-aangroeiingsnelheid van de kracht op het voetenstuur geschiedde door middel van een smalfilmcamera met een beeldfrequentie van 24 beelden per sec. Bij het oorspronkelijke unster met kleinen verstelweg kon de kracht rechtstreeks van de afbeelding van het unster op de film worden afgelezen. De registratie van de aanwijzing van het speciaal geconstrueerde unster met grooten verstelweg vond plaats met behulp van een stuurstandsklokje, dat de uitrekking van de veer aangaf. Het stuurstandsklokje werd geijkt door vergelijking met de directe aanwijzing van het unster.

Om het verband tusschen kracht en tijd nauwkeurig te kunnen bepalen werd gelijktijdig met de aanwijzing van het unster de stand van een 6 sec. horloge op de film vastgelegd.

3. Samenstelling van het proevenprogramma.

31. Algemeen.

In de inleiding werd reeds een korte opsomming gegeven van de metingen, die in het buitenland werden verricht en van de door het N.L.L. uitgevoerde metingen. Een nadere toelichting op dit laatste programma volgt hieronder.

Hoofddoel van de te nemen proeven was de bepaling van de grootste krachten, die gedurende een bepaalden voorgeschreven tijd door een vlieger op de stuurorganen kunnen worden uitgeoefend. Bij deze, in het volgende met „duurproeven” aangeduide, metingen werd steeds de tijd gemeten, gedurende welken de proefpersoon een zekere van te voren aangegeven constante kracht kon uitoefenen. Deze metingen werden voor verschillende waarden van de kracht uitgevoerd.

Daarnaast werden ook de maximum-krachten, d.w.z. de grootste krachten, die de vlieger, ongeacht den tijdsduur, bij machte was op ieder stuurorgaan uit te oefenen, gemeten en wel bij verschillende standen van de stuurorganen t.o.v. de bestuurderszitplaats. Uit deze metingen kon tevens worden bepaald welke standen van het stuurorgaan t.o.v. de bestuurdersplaats het gunstigste zijn voor het uitoefenen van groote krachten.

Ten slotte werden nog, alleen aan het voetenstuur, metingen uitgevoerd omtrent de aangroeiingsnelheid van de stuurkracht tijdens het ge-

ven van stuuruitslagen van verschillende grootte.

In verband met den langen duur van dergelijke proeven (in het bijzonder van de duurproeven) en den uiteraard beperkten tijd van de proefpersonen, bleek het noodzakelijk het programma zooveel mogelijk te bekorten en slechts die metingen uit te voeren, die strikt noodzakelijk zijn voor het verkrijgen van de belangrijkste gegevens t.a.v. de in de inleiding genoemde vraagpunten. De beperkingen, die met het oog hierop in het programma werden ingevoerd, zijn in het navolgende aangegeven.

1e. De metingen (uitgezonderd die van de aangroeiingsnelheid van de kracht op het voetenstuur, welke ook met riemen los werden verricht) werden alleen uitgevoerd voor het geval de vlieger met buik- en schouderriemen vastgebonden zat; de stoelhoogte kon steeds naar eigen smaak worden ingesteld. Een en ander geschiedde in de overweging, dat ook in het vliegtuig de bestuurder onder moeilijke omstandigheden vastgebonden zal zitten.

2e. Alle metingen met knuppel en stuurwiel werden alleen bij bediening met de rechterhand uitgevoerd, omdat dit overeenkomt met den toestand in de meeste militaire vliegtuigen, waar de vlieger met de linkerhand den gashefboom bedient.

Het was aanvankelijk de bedoeling de metingen op het voetenstuur uit te voeren met het minst krachtige been. Toen tijdens de proeven bleek, dat er in dit opzicht practisch geen verschil kon worden geconstateerd tusschen het linker- en het rechterbeen, werden de maximum-krachtmetingen en de duurproeven uitsluitend met het rechterbeen uitgevoerd, terwijl aan het linkerbeen de metingen omtrent de aangroeiingsnelheid van de voetenstuurkracht werden verricht.

3e. Bij de stuurkrachtmetingen voor de hoogtebesturing werd aanvankelijk geen onderscheid gemaakt tusschen stuurknuppel en stuurwiel. Toen echter bleek, dat op het stuurwiel grootere krachten konden worden uitgeoefend dan op den stuurknuppel, werden de proeven voor de hoogtebesturing met het stuurwiel voortgezet. Deze keuze werd gedaan, omdat in grootere meermotorige vliegtuigen steeds een stuurwiel wordt toegepast. Juist bij deze vliegtuigen is in het algemeen de grootte der stuurkrachten, in verband met vermoeiing van den bestuurder, van meer beteekenis dan bij kleinere vliegtuigen, zoodat de hier beschreven stuurkrachtmetingen dus voor deze vliegtuigtypen de meeste beteekenis hebben. Bovendien zijn vrijwel alle watervliegtuigen en verschillende moderne sportvliegtuigen met een stuurwiel uitgerust.

4e. Bij de metingen met den stuurknuppel bevond deze zich bij het begin der proef steeds in het symmetrievlak. Werd van het stuurwiel gebruik gemaakt, dan werd dit aan den rechterzijkant door den proefpersoon aangevat; de knuppel, waarop het wiel gemonteerd werd, bevond zich dan uiteraard steeds in het symmetrievlak.

De beginstanden van den knuppel bij de maxi-

mum-krachtmetingen waren dezelfde voor de hoogtestuur- als voor de rolstuurmetingen. Hetzelfde geldt voor de beginstanden van het stuurwiel.

5e. De krachten op knuppel en stuurwiel werden slechts in één richting uitgeoefend (d.w.z. trekken of drukken) en wel in die richting, die het ongunstigst is voor het uitoefenen van groote krachten. Als maatstaf hiervoor werden de in *lit. 1* en *2* vermelde meetresultaten gekozen. Op grond hiervan werden voor de hoogtebesturing met knuppel en stuurwiel, alsmede voor de rolbesturing met het stuurwiel, uitsluitend drukkrachten gemeten en voor de rolbesturing met den knuppel alleen trekkrachten. Bij beschouwing van de meetresultaten uit een oogpunt van sterkte dient men hiermede dus rekening te houden.

6e. Bij de duurproeven met elk der stuurorganen werd met iederen proefpersoon slechts één serie metingen uitgevoerd, nl. alleen bij één beginstand van het betreffende stuurorgaan. Voor den beginstand van het voetenstuur bij de duurproeven voor de richtingsbesturing en voor den beginstand van knuppel of stuurwiel bij de duurproeven voor de hoogtebesturing werd voor iederen vlieger afzonderlijk die stand gekozen, die voor den betreffenden persoon de gunstigste bleek te zijn voor het uitoefenen van groote krachten. Deze stand werd bepaald bij de meting van de maximum-stuurkrachten (zie tabel 5). Een en ander werd zoo gekozen op grond van de overweging, dat om een goede vergelijkingsbasis voor de resultaten te verkrijgen, de verschillende proefpersonen tijdens de metingen onder overeenkomstige omstandigheden dienen te verkeer. Een bepaalde vaste stand van de stuurorganen voor alle proefpersonen zou, gezien de verschillen in lichaamsafmetingen, tot onjuiste conclusies kunnen leiden, te meer ook, omdat in de meeste vliegtuigen de afstand van stuurstoel tot stuurorganen regelbaar is.

De stand van knuppel of stuurwiel in het symmetrievlak, waarbij de grootste krachten op het rolstuur konden worden uitgeoefend, bleek voor vrijwel alle vliegers zeer dicht bij het lichaam gelegen te zijn (zie fig. 1 en 2). Daar deze stand van het hoogtestuur in de vliegpraktijk zeker niet voor langen duur voorkomt, werden de duurproeven voor de rolbesturing bij een meer naar voren gelegen stand van knuppel of stuurwiel uitgevoerd (zie tabel 5).

7e. De proeven ter bepaling van de maximum-aangroeiingssnelheid van de kracht op het voetenstuur werden uitsluitend met het linkerbeen uitgevoerd, zoowel wanneer de vlieger los in den stoel zat als voor het geval, dat hij met de riemen vastgebonden was.

Zooals reeds onder 2 vermeld, werd hierbij voor iederen proefpersoon gebruik gemaakt van 2 verschillende unsters, nl. een met grooten en een met kleinen verstelweg. Bij deze metingen werd dezelfde beginstand van het pedaal aangehouden als bij de duurproeven.

In het navolgende is nog een overzicht van het programma gegeven.

32. Overzicht.

321. Bepaling van de maximum-krachten.

De volgende proevenreeksen werden met iederen proefpersoon uitgevoerd:

- 1e. Hoogtebesturing. Stuurknuppel (stuurwiel) in symmetrievlak; rechtshandig drukken.
- 2e. Rolbesturing. Stuurknuppel bij begin der proef in symmetrievlak; rechtshandig naar rechts trekken.
- 3e. Rolbesturing. Stuurwiel aan rechterzijde aangevat; rechtshandig omhoog drukken.
- 4e. Voetenstuur. Rechts uittrappen.

De metingen aan hoogte- en rolstuur vonden plaats bij verschillende standen van knuppel of stuurwiel in het symmetrievlak en de metingen aan het voetenstuur bij verschillende afstanden van het pedaal tot de zitplaats. Bij alle proeven zat de vlieger met de riemen vastgebonden.

322. Duurproeven.

Voor de duurproeven werden dezelfde series genomen als onder 321 aangegeven. Bij deze proeven werd de tijd gemeten gedurende welken de proefpersoon een van te voren aangegeven — en op het betreffende veerunster te controleeren — kracht kon uitoefenen. De metingen werden voor verschillende waarden van de kracht uitgevoerd; de laagste waarde, waarbij metingen werden uitgevoerd, werd zoo gekozen, dat deze kracht tenminste 15 minuten kon worden uitgeoefend. Tijdens deze proeven werd ervoor zorg gedragen, dat tusschen op elkaar volgende metingen een — ook naar de verklaring van den proefpersoon zelf — voldoende groote rustpauze lag. Ook bij deze proeven waren de vliegers steeds vastgebonden.

De metingen werden uitgevoerd bij één stand van knuppel, stuurwiel en pedaal. Voor de hoogte- en richtingsbesturing werd hiervoor in het algemeen gekozen de stand, waarbij volgens de metingen, genoemd onder 321, de grootste krachten konden worden uitgeoefend (zie onder 31, 6e); in een drietal gevallen werd hiervan op aanwijzing van den vlieger zelf een weinig afgeweken (zie tabel 5). Voor de rolbesturing werd niet de stand voor de grootste kracht aangehouden, doch een eenigszins meer naar voren gelegen stand (zie tabel 5 en onder 31, 6e).

323. Meting van de maximum-aangroeiingssnelheid van de kracht op het voetenstuur.

Deze proeven werden uitsluitend met het linkerbeen uitgevoerd, zoowel met proefpersoon los als met de riemen vastgebonden, onder gebruikmaking van een unster met grooten en een met kleinen verstelweg (zie onder 2). Bij ieder der laatste 12 vliegers werd op deze wijze een viertal waarnemingen verricht, terwijl voorts nog bij drie der andere vliegers alleen metingen met het unster met kleinen verstelweg werden uitgevoerd.

4. Resultaten.

41. Maximum-krachten bij verschillende afstanden van stuurorganen tot zitplaats.

In fig. 1 t/m 4 zijn de maximum-krachten, die op de sturen werden uitgeoefend, als functie van den stand van het stuurorgaan weergegeven. Voor de

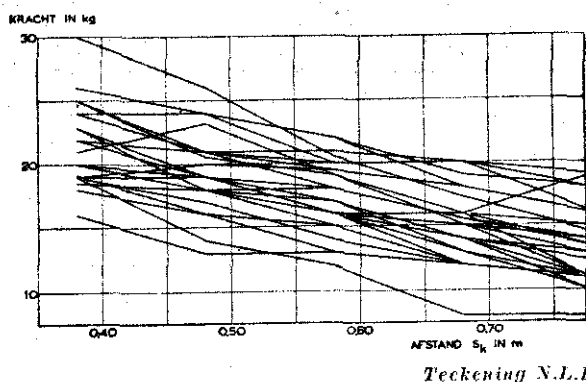


Fig. 1. Verband tussen stand stuurknuppel en maximum-rolstuurkracht.

betekenis van de door symbolen aangeduide afstanden zie men de fig. B bij tabel 5.

Het verband tussen kracht en stand van het stuurorgaan is voor iederen vlieger afzonderlijk in de figuren opgenomen, doch niet door een onderscheidingsteeken aangegeven, daar dit de overzichtelijkheid zou schaden. De figuren dienen slechts om een indruk te geven van de grenzen, waartusschen de gunstigste standen van het stuurorgaan en de bij de verschillende standen uitgeoefende grootste krachten liggen.

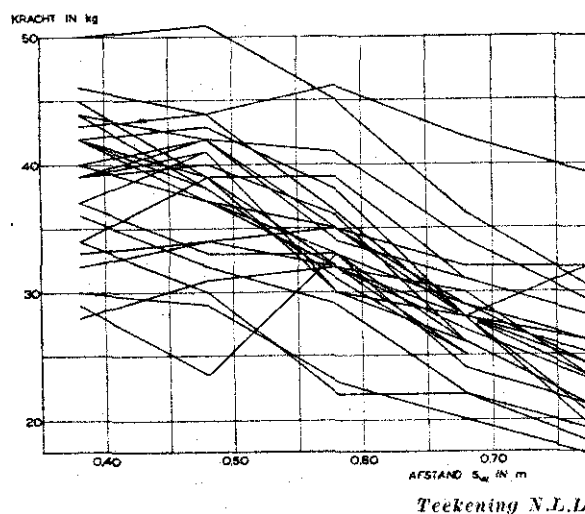


Fig. 2. Verband tuschen stand stuurwiel en maximum-rolstuurkracht.

Men dient bij de beschouwing van de resultaten in het oog te houden, dat de afstand van ieder stuurorgaan tot de zitplaats in trappen werd gewijzigd: bij den stuurknuppel en het stuurwiel werden de krachten gemeten met intervallen van 10 cm in de afstanden, bij het voetenstuur met intervallen van 5 cm in de afstanden.

Uit fig. 1 blijkt, dat voor de rolbesturing met knuppel de stuurkrachten het grootst zijn wanneer de knuppel zich zoo dicht mogelijk bij den vlieger bevindt.

Uit fig. 2 ziet men, dat voor de rolbesturing met stuurwiel de gunstigste afstand van stuurwiel tot rugleuning niet meer steeds de kortste afstand is. De gunstigste afstand ligt voor vrijwel alle vliegers tusschen 38 en 48 cm. In vele gevallen is de verandering van de maximum-stuurkracht met den afstand over dit gebied echter gering.

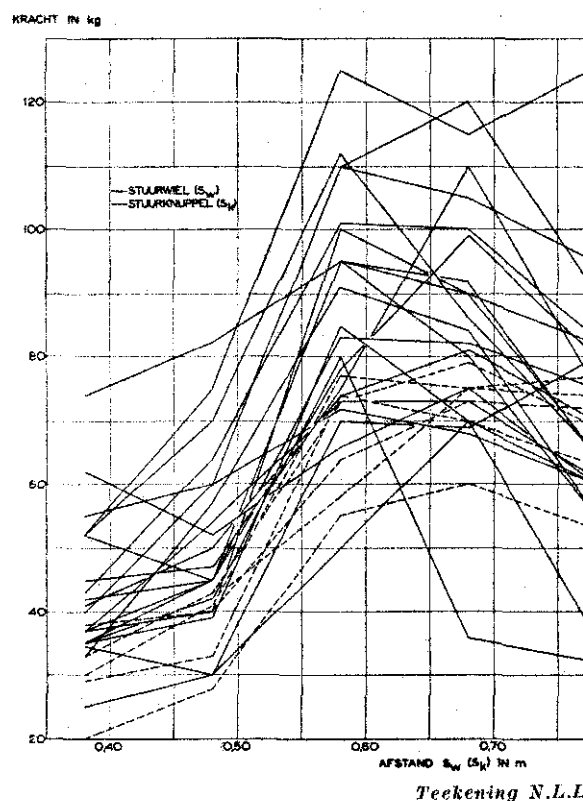


Fig. 3. Verband tussen stand stuurknuppel en stuurwiel en maximum-hoogtestuurkracht.

In fig. 3 zijn de resultaten van de meting der hoogtestuurkrachten weergegeven. Men ziet, dat de maximum-krachten met stuurknuppel over het algemeen lager zijn dan die met stuurwiel. Het verloop der lijnen toont aan, dat de maximum-kracht sterk afhankelijk is van den afstand van stuurwiel of stuurknuppel tot de bestuurderszitplaats. Voor vrijwel alle proefpersonen ligt de gunstigste stand van stuurwiel (stuurknuppel) voor het uitoefenen van groote krachten tusschen 58 en 68 cm afstand van handgreep tot rugleuning. Er bleek, dat door het meerendeel der proefpersonen de grootste kracht werd uitgeoefend bij een afstand S_w of S_k van 58 cm, wanneer de armlengte C kleiner was dan 67 à 68 cm, en bij een afstand S_w of S_k van 68 cm of grooter, wanneer de armlengte grooter was dan 67 à 68 cm. De grootste kracht wordt uitgeoefend wanneer de arm nagenoeg gestrekt is.

Uit fig. 4 ziet men het verband tussen maximum-kracht op het voetenstuur en afstand van pedaal tot rugleuning. Door 15 van de 27 proefpersonen werd de grootste kracht uitgeoefend in den dichtst bij de zitplaats gelegen stand van het pedaal (afstand $F = 93$ cm). De constructie van het meettoestel liet geen kleineren afstand van pedaal tot zitplaats toe.

Er bleek dat — behoudens een 3-tal uitzonderingen — de grootste kracht werd uitgeoefend bij een afstand van pedaal tot rugleuning van 93 cm,

wanneer de beenlengte kleiner was dan 94 cm en bij een afstand van 98 cm of meer, wanneer de beenlengte groter was dan 94 cm. Gemiddeld bedroeg de beenlengte van de proefpersonen 93 cm.

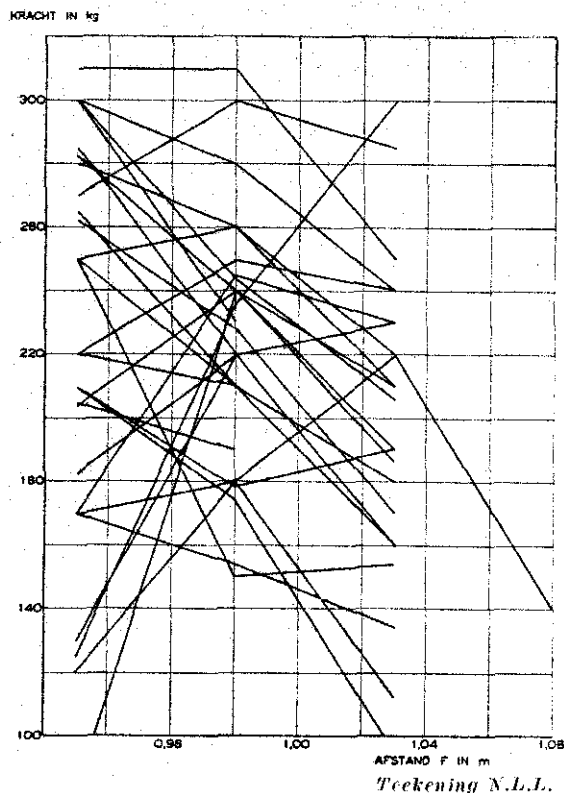


Fig. 4. Verband tussen stand pedaal en maximum-richtingsstuurkracht.

Een sprekender beeld van de richtingsstuurkrachten als functie van den pedaalafstand dan in fig. 4, verkrijgt men door deze krachten uit te zetten tegen de verhouding: pedaalafstand gedeeld door beenlengte. Het resultaat is te zien in fig. 5. Hieruit blijkt, dat de grootste krachten kunnen worden uitgeoefend bij een pedaalafstand F , die gelijk is aan of iets groter is dan de beenlengte B .

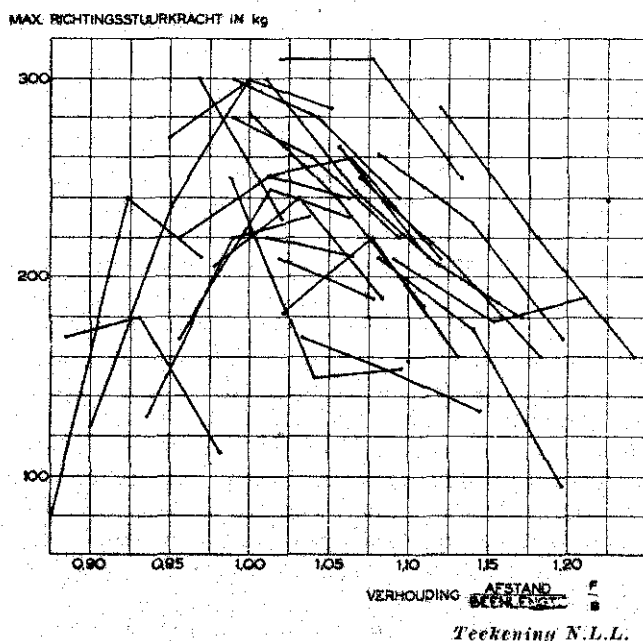


Fig. 5. Verband tussen maximum-richtingsstuurkracht en de verhouding tussen pedaalafstand en beenlengte (F/B).

Op grond van de resultaten van bovenstaande metingen kan men het gemiddelde bepalen van de gunstigste standen der stuurorganen t.o.v. de zitplaats voor het uitoefenen van groote krachten uit de waarnemingen, verricht met alle 27 proefpersonen. Men komt dan tot de in tabel 1 gegeven resultaten:

Tabel 1.

Gemiddeld gunstigste stand van stuurorganen.

Stuurorgaan	Gemiddelde van beste standen uit metingen omtrent maximum-krachten
Richtingsstuur	96 cm horizontale afstand van pedaal tot onderkant rugleuning (zie F in fig. B bij tabel 5).
Hoogtestuur (knuppel of stuurwiel)	62 cm horizontale afstand van handgreep tot bovenkant rugleuning (zie S_w en S_k in fig. B bij tabel 5).
Rolstuur stuurwiel	46 cm, idem (S_w in fig. B bij tabel 5)
stuurknuppel	38 cm, idem (S_k in fig. B bij tabel 5)

Over het algemeen werd de stoelzitting vrij laag gesteld, gemiddeld 10 cm boven de pedaalas (zie afstand E in tabel 5). Dit komt ook goed overeen met de gegevens van *lit. 1* en *2*, waar bleek, dat de grootste krachten konden worden uitgeoefend, zowel op voetenstuur als op stuurknuppel, bij den laagsten stand van den stoel.

De grenzen, waartusschen de maximum-krachten van alle proefpersonen lagen, alsmede de rekenkundige gemiddelden van de maximum-krachten voor alle proefpersonen zijn in tabel 2 samengevat. Tevens zijn hierin opgenomen de grenzen, waartusschen de gunstigste standen van de stuurorganen voor het uitoefenen van deze krachten bij alle proefpersonen lagen. Ter vergelijking zijn in het kort de overeenkomstige meetresultaten uit *lit. 1* t/m *3* bijgevoegd.

De gegevens van *lit. 3* zijn weinig geschikt voor vergelijking, daar de afstanden van den bestuurder tot de stuurorganen hierbij niet zijn gegeven.

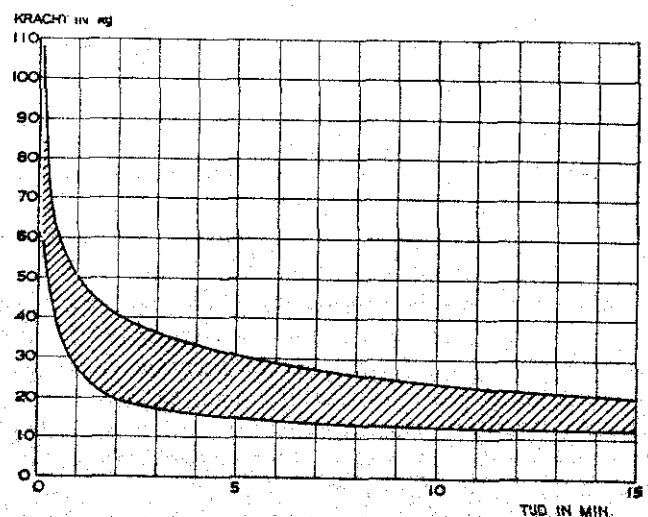


Fig. 6. Uiterste grenzen voor het verband tussen hoogtestuurkracht en den tijd.

Tabel 2.

Grenzen en gemiddelden van de maximum-krachten uitgeoefend op de stuurorganen.

Omschrijving	Beste horizontale afstand van: stuurwiel of knuppel tot bovenkant rugleuning, of: pedaalas tot onderkant rugleuning in m		Maximum-krachten in kg. Vlieger vast met buik- en schouderriemen.				
			lit. 1 en 2	lit. 3	N.L.L.		
	lit. 1 en 2	N.L.L.	gemiddelde van 2 personen	gemiddelde van 12 personen	Grenzen	Gemiddelde	Aantal proefpersonen voor gemiddelde
Hoogtestuur.							
stuurwiel, rechtsh. drukken	0,61	0,58—0,68	56 ¹⁾	50	72—125	94	21
knuppel, rechtsh. drukken	0,61	0,58—0,68	50	—	60—79	73	6
Rolstuur.							
stuurwiel, rechtsh. omhoog	0,30	0,38—0,48	31	28	26—51	38	24
knuppel, rechtsh. trekken	0,30	0,38 ²⁾	22	16	13—30	20	27
Richtingsstuur.							
rechts of links	0,87—0,97	0,93—0,98	194	218	170—310	251	27

¹⁾ Hier is de helft van de opgegeven waarde voor tweehandig drukken genomen.

²⁾ Een kleinere afstand dan 0,38 m kon bij de N.L.L.-proeven niet worden ingesteld en heeft ook weinig beteekenis.

42. Duurproeven.

De resultaten van de duurproeven zijn weergegeven in de fig. 6 t/m 11.

In fig. 6 is als voorbeeld het gebied uitgezet, waarbinnen de lijnen vallen, die voor iederen proefpersoon het verband geven tusschen de hoogtestuurkrachten met stuurwiel en den tijd gedurende welken deze kunnen worden uitgeoefend. Aangezien deze lijnen een sterk gebogen verloop hebben, is het overzichtelijker de *logarithmen* van kracht en tijdsduur tegen elkaar uit te zetten. Dit is in fig. 7 t/m 11 voor de verschillende proeven uitgevoerd; de meetpunten werden hierbij door rechte lijnen verbonden. Ook in deze figuren zijn de grenzen, waartusschen de resultaten van alle proefpersonen lagen, aangegeven.

Zooals reeds onder 32 is vermeld, werd gezorgd voor een voldoende groote rustperiode tusschen twee opeenvolgende metingen en werd niet met een meting begonnen, voordat de proefpersoon zelf verklaard had zich volkomen uitgerust te gevoelen.

Bij de proeven met de eerste negen vliegers is niet steeds de tijd gemeten, die bij de uiterste maximum-kracht behoort; voor het samenstellen van de

figuren is voor deze gevallen een tijd van 0,1 min. aangenomen, hetgeen in verband met de resultaten van de overige proefpersonen aannemelijk is. Bij een aantal van de metingen werd, ter besparing van tijd, de proef, wanneer de kracht 15 min. was volgehouden, beëindigd, hoewel de vlieger de betreffende kracht nog wel langer had kunnen uitoefenen. In dergelijke gevallen werd voor het samenstellen der figuren een zekere toeslag op dezen tijd van 15 min. aangenomen, al naar de verklaring van den betreffenden vlieger omtrent zijn vermoeidheidstoestand aan het einde van de proef. Een en ander heeft echter voor het karakter van de lijnen en de grenzen, waartusschen de resultaten van alle proefpersonen liggen, slechts weinig beteekenis.

Na de proeven met de eerste 9 personen, waarvan de resultaten reeds vroeger in een voorlopig rapport werden samengevat, werd de conclusie getrokken, dat de meetpunten voor elken vlieger in het logaritmisch diagram vrijwel op een rechte lijn liggen. Bij de voortzetting der proeven kwam echter vast te staan, dat deze gevolgtrekking niet kon worden volgehouden. Bij een belangrijk aan-

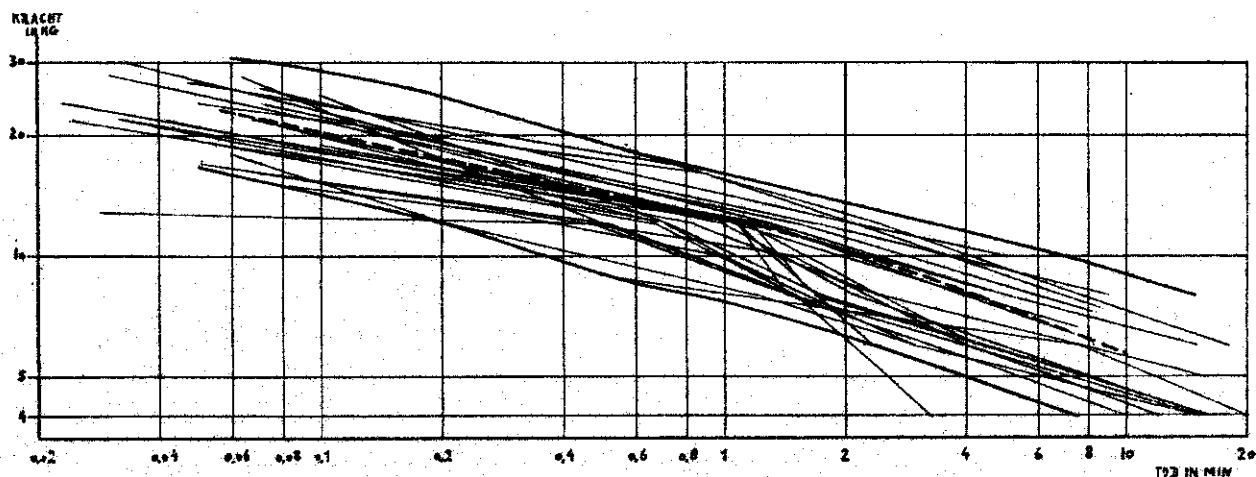


Fig. 7. Verband tusschen rolstuurkracht met stuurknuppel en den tijd. Teekening N.L.L.

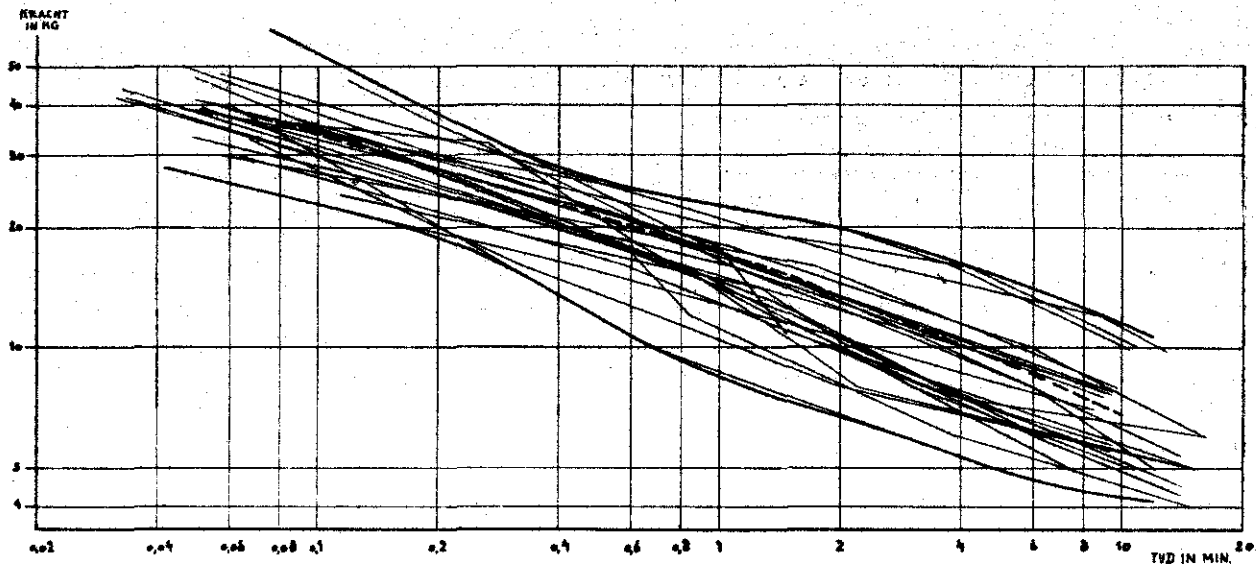


Fig. 8. Verband tusschen rolstuurkracht met stuurwiel en den tijd. *Teekening N.L.L.*

tal proefpersonen valt een knik in de kracht-tijd lijn te constateeren (zie b.v. fig. 10 en 11), welke zich meestal in het gebied tusschen ca. 1 en 4 min. vertoont. De spreiding in de resultaten is vrij groot.

In de figuren 7 t/m 11 zijn tevens — gestippeld — de krommen gegeven, die het gemiddelde verband tusschen kracht en tijd voor alle proefpersonen voorstellen.

De punten van deze gemiddelde krommen werden bepaald als rekenkundig gemiddelde van den tijd gedurende welken alle personen een bepaalde constante kracht konden uitoefenen; voor deze krachten werden dan zooveel mogelijk de waarden genomen, waarbij de metingen daadwerkelijk zijn verricht. Bepaalt men, uitgaande van de gebroken lijnen voor het verband kracht-tijd, de punten van de gemiddelde kromme als rekenkundig gemiddelde van de krachten, die een bepaalden tijd kunnen worden uitgeoefend, dan vindt men eenigszins andere gemiddelde waarden, die echter zeer weinig van de eerstgenoemde gemiddelde kromme afwijken (minder dan de meetnauwkeurigheid).

In tabel 3 wordt een overzicht gegeven van de voornaamste resultaten. Tevens zijn hierin ter vergelijking opgenomen de resultaten van de duurproeven van Hertel (*lit. 3*).

Opmerking.

Door Dr. Jongbloed werd er in een briefwisseling over dit onderwerp op gewezen, dat het mogelijk is de kracht zoo klein te kiezen, dat deze gedurende een praktisch onbegrensden tijdsduur kan worden uitgeoefend. De in de spieren gevormde „vermoeidheidsstoffen” worden dan even snel door het doorstroomende bloed afgevoerd als ze tengevolge van den verrichten arbeid ontstaan. Het verband tusschen kracht en tijd in het logarithmisch diagram zal dan ook geen rechte lijn kunnen zijn. Gezien het verloop van de krommen van fig. 7 t/m 11 is de tijd, waarover de hier beschreven duurproeven zich hebben uitgestrekt, nog niet voldoende om een aanwijzing te verkrijgen omtrent de grootte van deze, voor praktisch onbeperkten tijd uit te houden, stuurkracht.

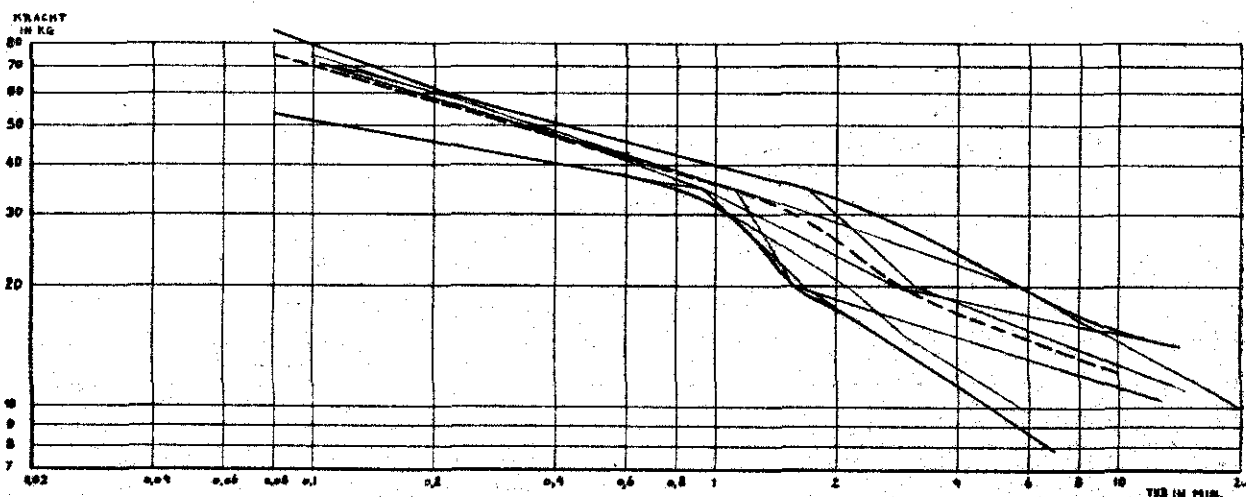


Fig. 9. Verband tusschen hoogtestuurkracht met stuurknuppel en den tijd. *Teekening N.L.L.*

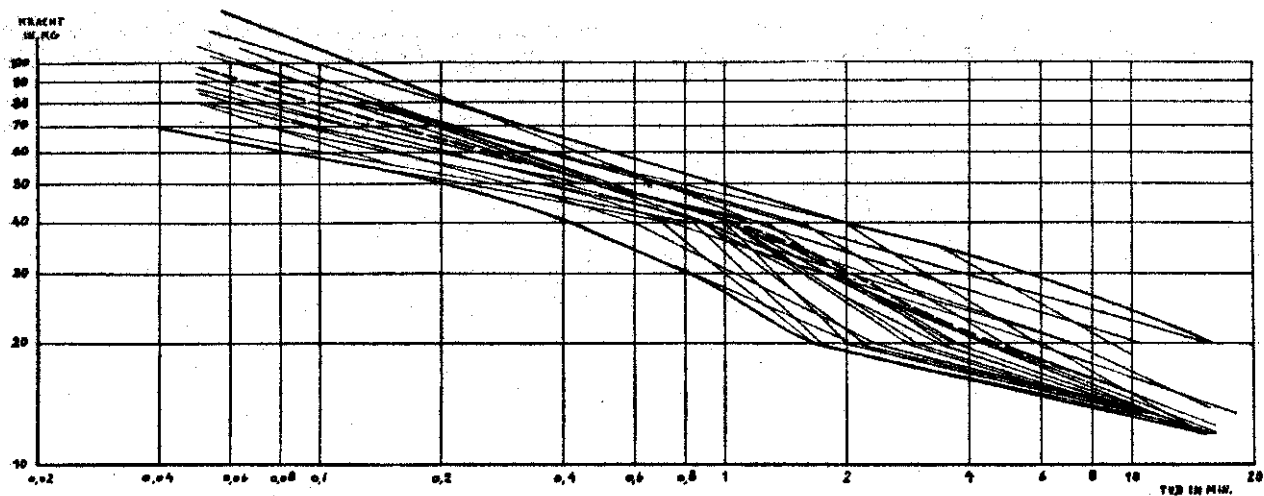


Fig. 10. Verband tusschen hoogtestuurkracht met stuurwiel en den tijd. Teekening N.L.L.

Tabel 3.

Grenzen en gemiddelden van de krachten, welke gedurende een zekeren tijd op de stuurorganen uitgeoefend kunnen worden.

Omschrijving	Krachten in kg, welke kunnen worden uitgeoefend gedurende:								Aantal proef- personen bij N.L.L. gemid- delde	
	0,1 min		1 min		5 min		10 min			
	grenzen	ge- middeld	grenzen	ge- middeld	grenzen	gemiddeld	grenzen	ge- middeld		
	N.L.L.		N.L.L.		lit. 3		N.L.L.			
Hoogtestuur.										
stuurwiel, rechtshandig drukken	58—110	80	27—50	41	15—31	19	(14,4 ¹) (29) ²)	13—24	15	21
knuppel, rechtshandig drukken	50—80	70	32—40	36	10—22	16	—	6—16	12	6
Rolstuur.										
stuurwiel, rechtshandig omhoog	23—54	34	9—23	17	5—15	9	—	4—12	7	24
knuppel, rechtshandig trekken	14—29	21	8—16	12,5	5—11	8	5,6 ¹)	4—9	6	27
Voetstuur.										
rechts	180—300	250	60—200	130	32—120	75	67 ¹)	24—90	56	27

¹) Deze getallen zijn het resultaat van proeven, welke als volgt werden verricht: De proefpersoon moest een bepaalde kracht gedurende 5 min. uitoefenen. Daarna kreeg hij 3 min. rust, waarna een iets grootere kracht weer 5 min. moest worden volgehouden. Vervolgens weer 3 min. rust en weer 5 min. een grootere kracht, enz. De grootste kracht, welke nog 5 min. kon worden uitgeoefend, werd als maatgevend beschouwd.

²) Voor tweehandig drukken werd met 4 personen een proef genomen analoog aan de N.L.L.-metingen. Twee hiervan konden gemiddeld gedurende 5 min. 58 kg uitoefenen (met de beide anderen wier prestaties belangrijk slechter waren, werden geen metingen langer dan 1 minuut uitgevoerd). De helft van deze waarde is in bovenstaande tabel aangenomen voor rechtshandig drukken. Daar het hier het gemiddelde van de twee beste prestaties betreft, is deze waarde dus geflatteerd.

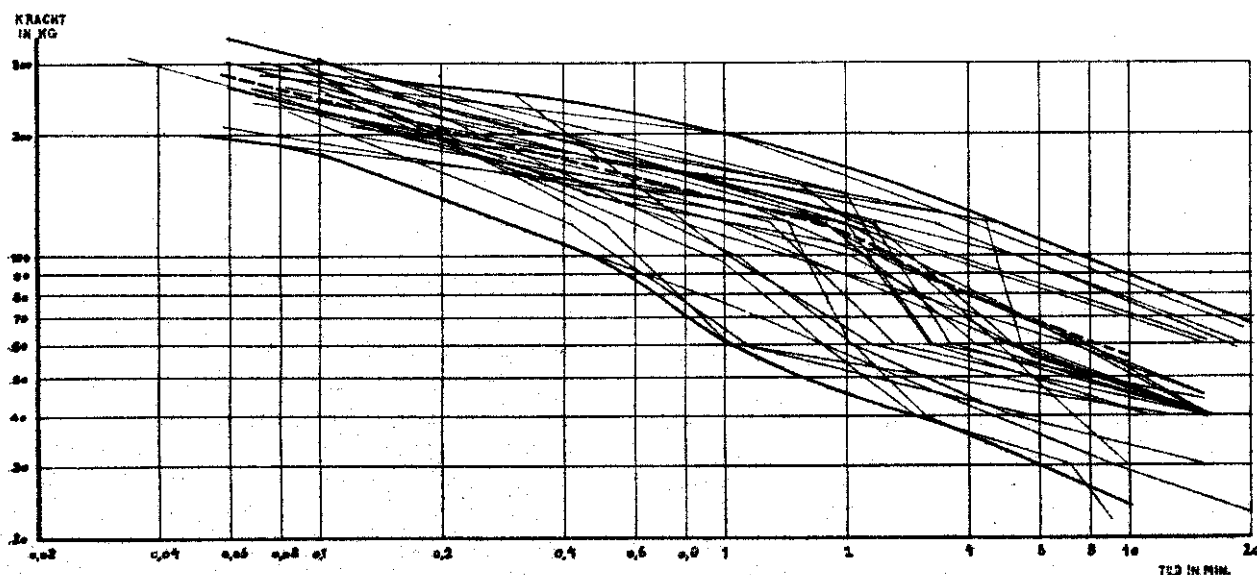


Fig. 11. Verband tusschen richtingsstuurkracht en den tijd.

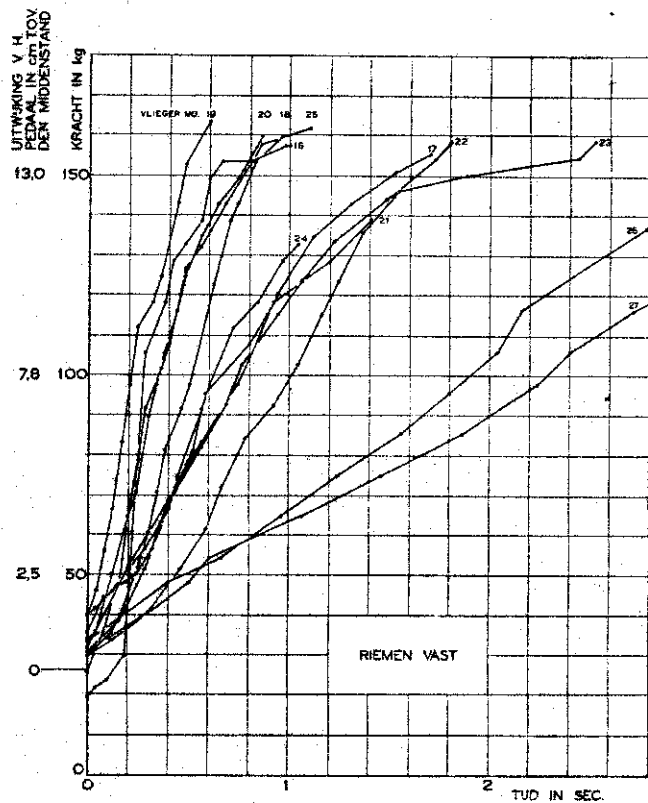
Teekening N.L.L.

43. Proeven ter bepaling van de maximum-aangroeiingssnelheid van de kracht op het voetenstuur.

De resultaten van de metingen ter bepaling van de maximum-aangroeiingssnelheid van de kracht op het voetenstuur, zowel vastgebonden als met riemen los, zijn uitgezet in de fig. 12 t/m 15. In deze figuren zijn ook de meetpunten aangegeven. De bereikte maximum-krachten met riemen los blijken belangrijk kleiner te zijn dan de krachten, die een vlieger in vastgebonden toestand kan uitoefenen (vergelijk tabel 2).

In de fig. 14 en 15 zijn de proeven met het unster met kleinen verstelweg weergegeven; in de fig. 12 en 13 die met het unster met grooten verstelweg. In deze figuren zijn tevens de pedaaluitslagen, behorende bij een bepaalde kracht, voor elk type van unster aangegeven. (Als gevolg van een zekere voorspanning in de veer van het unster met grooten verstelweg begint de verstelling van het pedaal pas bij een kracht van 26 kg). De metingen werden met 15 resp. 12 vliegers verricht.

In tabel 4 is een overzicht gegeven van het ge-



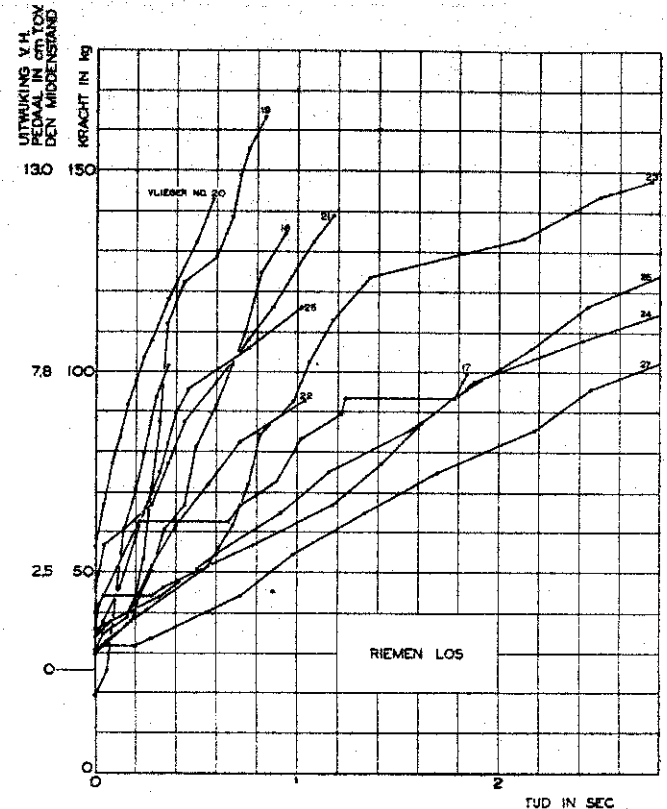
Teekening N.L.L.

Fig. 12. Aangroeiing van de richtingsstuurkracht met den tijd bij grooten verstelweg van het pedaal; riemen vast.

middelste voor alle proefpersonen van de aangroeiingen van de kracht in kg/sec bij toepassing van de beide typen unsters, zowel voor het geval de vlieger vastgebonden is als wanneer hij los in den stuurstoel zit.

De gemiddelde aangroeiing van de kracht per sec is bepaald als rekenkundig gemiddelde van de hellingen van de met goede benadering als lineair te beschouwen gedeelten van de kracht-tijd lijnen in fig. 12 t/m 15. Bij de proeven, waarbij de vlieger vastgebonden zat, kan hiervoor het gedeelte van de lijnen tot een kracht van 150 kg worden ge-

bruikt, bij de proeven met riemen los het gedeelte tot 100 kg. Uit de zoo gevonden waarden voor de gemiddelde aangroeiingssnelheid zijn de tijden berekend, noodig voor het bereiken van krachten van 100 en 150 kg.



Teekening N.L.L.

Fig. 13. Aangroeiing van de richtingsstuurkracht met den tijd bij grooten verstelweg van het pedaal; riemen los.

Men ziet, dat de aangroeiingssnelheid bij grooten verstelweg zeer veel kleiner is dan die bij kleinen verstelweg; wanneer de bestuurder vastgebonden zit, is de eerstgenoemde ongeveer de helft van de laatstgenoemde. Aangezien bij de

Tabel 4.

Gemiddelde aangroeiingssnelheid van de op het richtingsstuur uitgeoefende kracht.

Aangroeiing richtings- stuurkrachten	Kleine verstelweg		Grootte verstelweg	
	proefpersoon vast	los	proefpersoon vast	los
Gem. aangroeiingssnelheid van de kracht..... kg/sec	210	165	110	95
Aantal proefpersonen waarop het gemiddelde is betrokken	15	15	12	12
Stuurkracht 100 kg:				
Gem. benodigde tijd .. sec	0,5	0,6	0,9	1,1
Max. uitwijking van het pedaal cm	1,0		7,8	
Stuurkracht 150 kg:				
Gem. benodigde tijd .. sec	0,7	—	1,4	—
Max. uitwijking van het pedaal cm	1,5		13,0	

metingen de pedaalverplaatsing bij het unster met grooten verstelweg bij 100 kg 7,8 cm bedroeg en de beginstand van het pedaal overeenkwam met den besten stand voor het uitoefenen van groote krach-

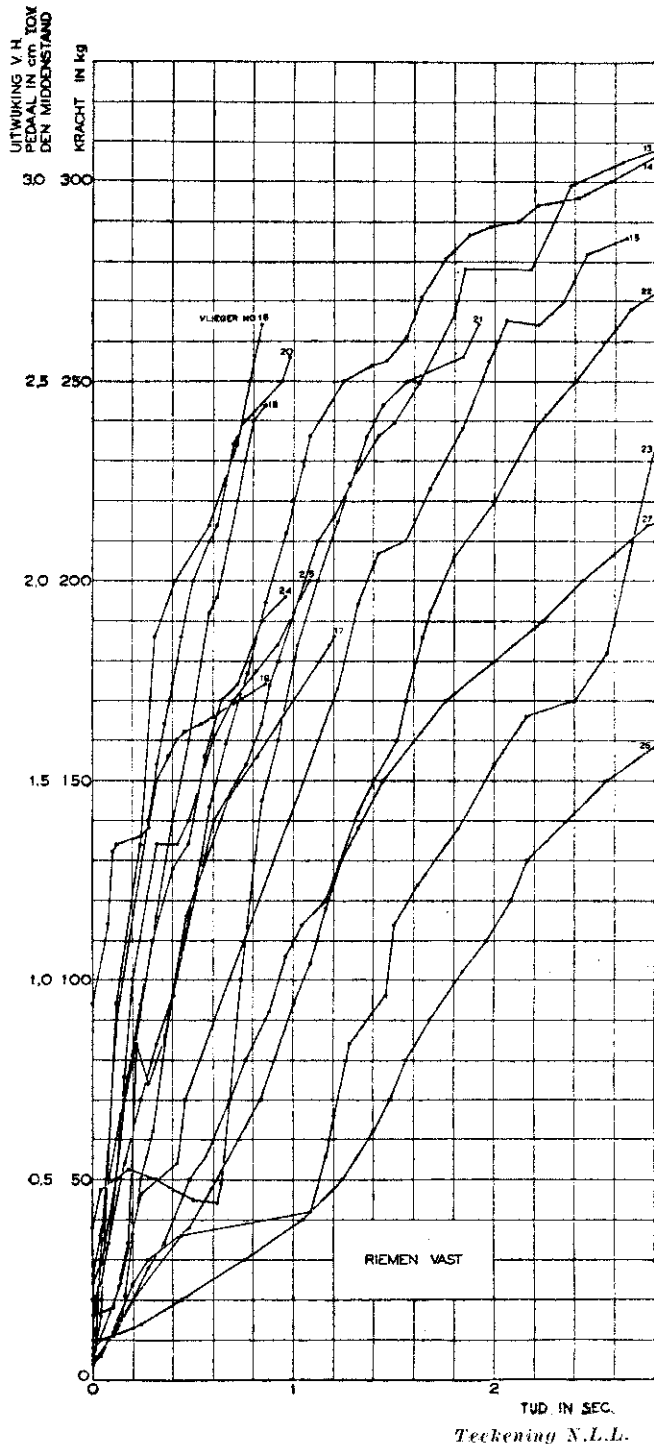


Fig. 14. Aangroeiing van de richtingsstuurkracht met den tijd bij kleinen verstelweg van het pedaal; riemen vast.

ten, is het, gezien de resultaten besproken onder 41, niet te verwonderen, dat de maximumkracht, die bij grooten verstelweg (7,8 cm) werd behaald, belangrijk lager is dan die, welke bij kleinen verstelweg (1 cm) werd verkregen.

De vermindering van de aangroeiingssnelheid van de stuurkracht bij een belangrijke pedaalverplaatsing van den gunstigsten stand uit kan dus ten deele een gevolg zijn van den met het toemen van de kracht ongunstiger wordenden stand van het pedaal.

Globaal kan men zeggen, dat, wanneer het pedaal gesteld is in den gunstigsten stand voor het uitoefenen van groote krachten, de tijd noodig om een kracht van 100 kg te bereiken zonder pedaalverplaatsing van de orde van 0,5 sec is. Wanneer, tijdens het aangroeien van de kracht, het pedaal van den gunstigsten stand uit moet worden verplaatst over een afstand, die ongeveer overeenkomt met de in de vliegpraktijk voorkomende pedaaluitslagen bij groote krachten, is de benoedigde tijd voor het bereiken van een kracht van 100 kg van de orde van 1 sec. Met riemen los is voor beide gevallen de benoedigde tijd grooter (volgens deze metingen ca. 20%).

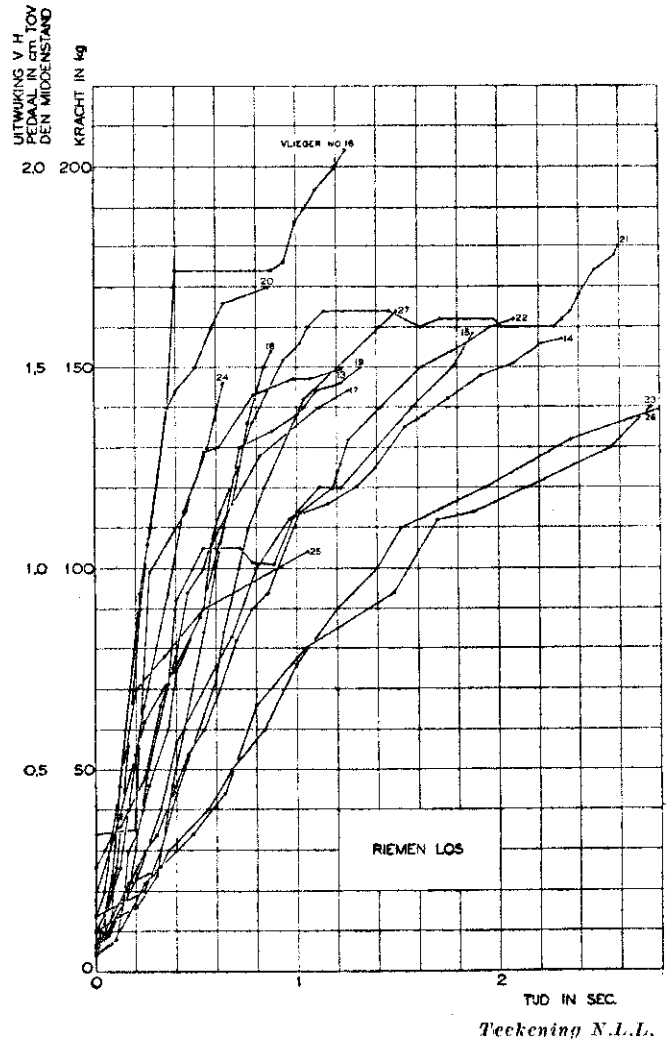


Fig. 15. Aangroeiing van de richtingsstuurkracht met den tijd bij kleinen verstelweg van het pedaal; riemen los.

Slechts een deel van de vliegers was in staat om met de riemen los een kracht van 150 kg te bereiken. De oorzaak hiervan is gelegen in het gebrek aan houvast, dat zich bij deze betrekkelijk groote krachten doet gevoelen en dat tot gevolg heeft, dat de proefpersoon langs de rugleuning van den stoel omhoogschuift. Dit was vooral merkbaar bij de proeven met het unster met grooten verstelweg.

5. Conclusies.

Uit de resultaten van de verschillende proeven kunnen de volgende conclusies worden getrokken.

51. Maximum-stuurkrachten.

De beste afstanden van de stuurorganen tot de bestuurderszitplaats, met het oog op het uitoefenen van groote krachten, vertoonen voor de bij de proeven betrokken vliegers onderling geen groote verschillen (meerendeels kleiner dan 10 cm). Dit blijkt uit het verloop van de kracht met den stand van het stuurorgaan (zie fig. 1 t/m 4).

De invloed van den stand van het stuurorgaan op de te bereiken maximum-krachten is in het algemeen belangrijk (vooral bij hoogte- en richtingsstuur). De grootste gevoeligheid van de maximum-kracht voor den stand van het stuurorgaan werd aangetroffen bij het voetenstuur (zie fig. 4), hetgeen waarschijnlijk een gevolg is van de geringe bewegelijkheid van het heupgewricht in den stoel, vergeleken bij de bewegingsvrijheid van de schouder.

Voor het gemiddelde van de gunstigste standen der stuurorganen zie men tabel 1. De beste stand van de stuurorganen voor het uitoefenen van groote drukkrachten is — zooals te verwachten was — die, waarbij de arm of het been geheel kan worden gestrekt. Daarbij is de afstand van voetpedaal tot rugleuning globaal genomen gelijk aan de beenlengte tot het heupgewricht, terwijl voor de hoogtebesturing de afstand van handgreep stuurwiel (of knuppel) tot rugleuning ongeveer gelijk is aan de armlengte tot het schoudergewricht (zie onder 41 en tabel 5).

De in *lit.* 1 en 2 aangegeven gunstigste standen van de stuurorganen, bepaald uit metingen aan 2 personen, komen voor hoogte- en richtingsstuur goed overeen met de N.L.L.-meetresultaten; voor het rolstuur met stuurwiel bestaat een vrij groot verschil (zie tabellen 1 en 2).

Voor de door het N.L.L. gemeten maximum-krachten zie men tabel 2. De maximum-krachten lopen voor de verschillende vliegers nogal uiteen. Over het algemeen zijn de gemeten maximum-krachten en de gemiddelden daarvan echter grooter dan de waarden, die hiervoor in de buitenlandse literatuur zijn opgegeven (zie bovengenoemde tabel). Bij de meting van de maximum-aangroeiingssnelheid van de kracht op het voetenstuur (zie onder 43) bleek, dat een los in zijn stoel zittende bestuurder ongeveer een maximum-kracht van 150 kg kan uitoefenen; bij grooter krachtsinspanning schuift de vlieger langs de rugleuning omhoog. Bij de proeven omtrent de hoogtebesturing bleek, dat een grootere kracht kan worden uitgeoefend wanneer een stuurwiel toegepast wordt, dan wanneer een stuurknuppel aangebracht is.

Op grond van het in *lit.* 1 en 2 vermelde mag worden aangenomen, dat voor de gevallen, die bij deze proeven niet zijn onderzocht, nl. hoogtestuur en rolstuur met stuurwiel trekken en rolstuur met knuppel drukken, grootere maximum-krachten kunnen worden bereikt dan bij de in dit rapport beschreven metingen aan hoogte- resp. rolstuur.

52. Duurproeven.

De resultaten van de duurproeven geven een groote spreiding te zien. In tabel 3 en in de fig. 7 t/m 11 zijn zoowel de uiterste als de gemiddelde waarden van de stuurkrachten bij verschillende tijdsduur weergegeven.

In verband met het wisselende verloop van de helling der kracht-tijdlijnen (zie fig. 7 t/m 11 en de opmerking onder 42) is het niet verantwoord om uit de resultaten van de hier beschreven metingen gevolgtrekkingen te maken betreffende de krachten, die langer dan 10 à 15 min. zullen kunnen worden uitgeoefend.

53. Proeven ter bepaling van de maximum-aangroeiingssnelheid van de kracht op het voetenstuur.

Uit de in de fig. 12 t/m 15 gegeven en in punt 43 besproken resultaten van deze proeven kan het volgende geconcludeerd worden: Een met buik- en schouderriemen vastgebonden vlieger bereikt vlugger een bepaalde kracht op het voetenstuur dan een vlieger, die los in den stuurstoel zit.

Bij een kleinen verstelweg van het pedaal wordt een bepaalde kracht belangrijk sneller bereikt dan bij een grooten verstelweg.

Wanneer het voetenstuur in den gunstigsten stand t.o.v. de zitplaats is gesteld en het pedaal zich tijdens het aangroeien van de kracht verplaatst van dezen stand uit over een afstand overeenkomende met in de vliegpraktijk bij groote krachten voorkomende pedaaluitslagen, dan is de tijd, noodig voor het bereiken van een kracht van 100 kg, van de orde van 1 sec. (zie onder 43).

(Afgesloten November 1941).

6. Literatuur.

1. Gough, M. N. en Beard, A. P.: Limitations of the pilot in applying forces to airplane controls. Naca T. N. 550. (1936).
2. McAvoy, W. H.: Maximum forces applied by pilots to wheel-type controls. Naca T. N. 623. (1937).
3. Hertel, H.: Ermittlung der grössten aufbringbaren Steuerkräfte und erreichbaren Geschwindigkeiten der Steuerbetätigung. Z.F.M. 1930. S. 36—45.

Tabel 5.

Algemeene gegevens betreffende de vliegers, de standen van de stuurorganen en van den stoel in het meettoestel tijdens de duurproeven.

Vlieger No.	Algemeene gegevens							Standen van stuurorganen en stoel van het meettoestel tijdens de proeven bij één bepaalden stand van die organen (zie tekst)					
	Leeftijd jaren	Gewicht kg	Lengte A m	Lengte B m	Lengte C m	Hoogte D m	Sport-beoefening	Hoogte E m	Afstand F ¹⁾ m	Afstand S _k ²⁾ m	Afstand S _w ²⁾ m	Afstand S _k ³⁾ m	Afstand S _w ³⁾ m
1	23	85	1,97	—	—	—	weinig	0,08	0,98 ^{o)}	0,58	—	0,48 ^{x)}	—
2	24	98	1,90	1,03	0,69	0,59	vrij veel	0,08	0,98 ^{o)}	0,68	—	0,48 ^{x)}	—
3	24	75	1,83	0,96	0,67	0,60	veel	0,10	0,93	0,68	—	0,48 ^{x)}	—
4	37	96	1,85	0,98	0,69	0,61	matig	0,10	0,98	0,68	—	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
5	46	81	1,77	0,92	0,64	0,58	matig	0,10	0,93	0,58	—	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
6	24	66	1,76	0,91	0,70	0,58	veel	0,08	0,98	—	0,68	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
7	25	72	1,78	0,92	0,67	0,59	vrij veel	0,12	0,98	—	0,58	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
8	24	70	1,82	0,94	0,68	0,61	vrij veel	0,12	0,98 ^{o)}	—	0,58	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
9	26	68	1,75	0,87	0,63	0,62	matig	0,10	0,93	0,68	—	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
10	31	79	1,83	0,97	0,68	0,61	weinig	0,08	0,98	—	0,68	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
11	29	77	1,72	0,91	0,62	0,57	matig	0,12	0,93	—	0,58	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
12	25	74,5	1,82	0,97	0,68	0,56	matig	0,10	0,98	—	0,68	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
13	24	79	1,76	0,83	0,66	0,59	matig	0,10	0,93	—	0,58	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
14	31	73	1,81	0,88	0,66	0,61	veel	0,10	0,93	—	0,58	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
15	23	62	1,72	0,94	0,67	0,54	matig	0,16	0,93	—	0,78	0,48 ^{x)}	0,58
16	26	73	1,84	0,94	0,68	—	veel	0,14	0,93	—	0,58	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
17	25	57	1,74	0,91	0,65	—	veel	0,16	0,98	—	0,58	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
18	25	80	1,79	0,92	0,64	0,58	vroeger veel	0,08	0,93	—	0,58	0,48 ^{x)}	0,48
19	26	100	1,94	1,06	0,74	0,71	veel	0,16	0,98	—	0,58	0,48	0,48
20	28	75	1,76	0,93	0,68	0,56	veel	0,12	0,93	—	0,68	0,48	0,48 ^{x)}
21	29	84	1,86	0,95	0,71	0,67	veel	0,14	0,98	—	0,58	0,48 ^{x)}	0,58
22	27	71,5	1,78	0,86	0,67	0,60	vrij veel	0,12	0,93	—	0,58	0,48	0,48 ^{x)}
23	41	92	1,74	0,85	0,62	0,58	vrij veel	0,12	0,93	—	0,68	0,48 ^{x)}	0,48
24	20	71,5	1,68	0,86	0,64	0,54	veel	0,10	0,93	—	0,58	0,48 ^{x)}	0,48
25	23	65	1,76	0,90	0,64	0,58	matig	0,12	0,93	—	0,58	0,48 ^{x)}	0,48 ^{x)}
26	28	93,5	1,91	0,99	0,73	0,73	matig	0,10	1,03	—	0,58	0,48 ^{x)}	0,58
27	38	82	1,86	1,05	0,63	0,60	vrij veel	0,10	0,98	—	0,68	0,48	0,58

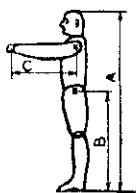


Fig. A.

¹⁾ bij de duurproeven en bij de proeven ter bepaling van de aangroeiingssnelheid van de kracht op het voetenstuur.

²⁾ bij de duurproeven voor de hoogtebesturing.

³⁾ bij de duurproeven voor de rolbesturing.

^{x)} deze afstanden zijn niet de meest gunstige voor het uitoefenen van groote krachten (zie onder 31, 6e).

^{o)} deze afstanden zijn niet de meest gunstige voor het uitoefenen van groote krachten (zie 31, 6e en 322).

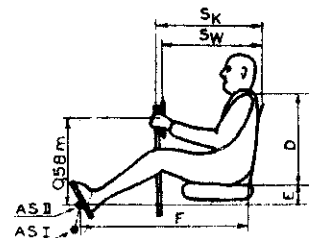


Fig. B.

REPORT V 1255.

MEASUREMENTS OF THE FORCES WHICH, DEPENDENT ON THE TIME OF EXERTION, CAN BE APPLIED TO THE CONTROLS OF AN AEROPLANE BY A PILOT.

Summary.

This report contains the description and results of experiments on the forces which, in various cases and under normal conditions of atmosphere and altitude, can be applied to the controls of an aeroplane. 27 pilots of the Air-force and the Royal Dutch Airlines rendered assistance to the experiments. Some particulars about the test-persons are given in table 5.

Due to the many cases that had to be considered and to the relatively short time each person had available, it was necessary to limit the measurements for each case to the utmost. Taking into

BERICHT V 1255.

MESSUNGEN ZUR BESTIMMUNG DER KRAFTE WELCHE, ABHÄNGIG VON DER ZEITDAUER, VON EINEM FLIEGER AUF DIE STEUER AUSGEÜBT WERDEN KÖNNEN.

Zusammenfassung.

Der vorliegende Bericht enthält die Beschreibung und die Ergebnisse von Versuchen zur Bestimmung der Kräfte, welche auf die Steuer eines Flugzeugs aufgebracht werden können. 27 Flieger leisteten ihre Mitarbeit an diesen Versuchen. Einige Daten hinsichtlich Gewicht, Körperlänge u.s.w. dieser Flieger findet man in Tafel 5. In Beziehung zu den vielen Fällen, die untersucht werden mussten wurden die Versuche für jeden Fall soviel wie möglich beschränkt.

Mit Rücksicht auf die Ergebnisse dergleicher Versuche (siehe unter 6), welche schon früher

consideration the results of similar experiments already published (see under 6) — which, however, on various points needed further investigation — a program was compiled, containing only those points, which were absolutely necessary to get the desired information. Thus the measurements were confined to the following cases.

At the control-wheel righthanded pushing for elevator control and righthanded upwards pushing for aileron control; at the joy-stick righthanded pushing for elevator control and righthanded pulling for aileron control; at the rudderbar pushing with right foot only (in one case left foot only). This choice was made because it was clear from the above-mentioned publications that in other cases, as e.g. righthanded pulling for elevator control or righthanded pushing for aileron control the same or higher values for these forces will be obtained. Furthermore all measurements were made with safety-belts fastened, except in one case, which will be mentioned later on.

The experiments included in the first place the determination of the maximum forces for various positions of the controls with respect to the pilot's seat. The results are given under 41 in fgs 1 up to 5. From these data the best control-positions for the application of high forces can be derived. Values for the best control-positions and for the maximum forces, calculated as a mean for all test-persons, are given in tables 1 and 2 and compared with the results of the above mentioned publications.

As the most important part of the tests then followed the determination of the time, during which a given — constant — force can be maintained. These measurements have been confined to the control positions which for each test-person proved to be best for high control forces. The results are plotted in fgs 7 up to 11.

From these data the maximum and minimum values, as well as the mean values — for all test-persons — have been calculated and plotted against time in the same figures. The values are given also in table 3; they give an impression about the control-force which may be expected from a pilot, when he has to apply that force during a given period of time. The results are useful for the appreciation of flying characteristics of aeroplanes. The periods of time covered by each measurement amounted to 15 minutes; conclusions about the forces which can be applied during longer periods are not justified.

In relation with the effect of a sudden stop of a motor in a multi-engined aeroplane, some measurements (with left foot, with and without safety-belts) were made about the speed with which a pilot can make an increase in force on the rudder-control (see fgs 12 up to 15 and table 4). It appeared that, as a mean, when no appreciable control deflection takes place while applying the force, about 0,5 sec is needed for an increase from 0 to 100 kg, whereas, when a control deflection occurs, corresponding with a normal rudder deflection in case of a motorstop, i.e. about 8 cm, a time of about 1 sec is needed for the same increase.

veröffentlicht sind, wurde ein Versuchsprogramm entworfen, das nur jene Punkte enthielt, welche unbedingt Aufklärung forderten. In dieser Weise wurden die Messungen wie folgt eingeschränkt: Am Steuerrad nur rechtshändig Drücken für die Höhensteuerung und rechtshändig Hochdrücken für die Quersteuerung; am Knüppel nur rechtshändig Drücken für die Höhensteuerung und rechtshändig nach rechts Ziehen für die Quersteuerung. Die Versuche auf den Fusshebel wurden nur mit dem rechten Bein ausgeführt (mit Ausnahme von einem später zu erwähnenden Fall). Diese Auswahl wurde gemacht, weil nach den schon genannten Publikationen in anderen Fällen, wie z.B. rechtshändig Ziehen am Höhensteuer, die gleichen oder höheren Werte für die zu messenden Kräfte erwartet werden können. Weiter wurden alle Messungen mit festem Anschnallgurt ausgeführt, ausgenommen in einem einzelnen Fall, der noch später erwähnt wird.

Die Versuche umfassten an erster Stelle Messungen der Maximalkräfte bei verschiedenen Stellungen der Steuer in Bezug auf den Führersitz. Die Ergebnisse findet man unter 41 in den Fig. 1 bis 5. Aus diesen Daten können mittlere Werte für die besten Steuerstellungen für das Aufbringen grosser Kräfte und für die Maximalkräfte bei diesen Steuerstellungen abgeleitet werden. Es ist dies geschehen in den Tafeln 1 und 2.

Als wichtigster Teil der Versuche wurden darauf bei jeder Stellung der Steuer, wobei die grösste Maximalkraft ausgeübt werden konnte, Messungen ausgeführt, bei denen die Zeit, während welche eine vorgegebene Kraft ausgeübt werden konnte, bestimmt wurde. Die Ergebnisse sind gegeben in den Fig. 7 bis 11. Aus diesen Resultaten sind die Maximal- und Minimalwerte, sowie die Mittelwerte für alle Probestpersonen berechnet und in dieselben Figuren eingetragen worden. Aus diesen Werten kann umgekehrt auch die Kraft bestimmt werden, die im Mittel während einer vorgegebenen Zeit aufgebracht werden kann (siehe auch Tafel 3). Die längsten gemessenen Zeiten beliefen sich auf 15 Minuten. Folgerungen hinsichtlich der Kräfte, die noch länger ausgeübt werden können, sind nicht zu ziehen.

Anlässlich des Effekts eines plötzlichen Anhaltens einer der Motoren eines mehrmotorigen Flugzeugs, fanden schliesslich noch Messungen statt in betreff der Geschwindigkeit, mit der ein Flieger die Kraft auf den Fusshebel anwachsen lassen kann; es geschahen diese Experimente mit dem linken Fuss und mit festem sowie mit gelöstem Anschnallgurt. Die Resultate sind gegeben unter 43 in den Fig. 12 bis 15 und in Tafel 4.

Es stellte sich heraus, dass im Mittel 0,5 sec benötigt sind um die Kraft von 0 bis 100 kg wachsen zu lassen, wenn keine nennenswerte Pedalverschiebung stattfindet, und 1 sec, wenn eine Pedalverschiebung stattfindet, die im grossen Ganzen übereinstimmt mit Ruderverdrehungen, wie sie beim Ausfallen eines Motors auftreten.

Summary of Report V.1255,
Nationaal Luchtvaartlaboratorium Amsterdam
Measurements of the forces which, dependent on the time of
exertion, can be applied to the controls of an aeroplane
by a pilot.

Report V.1255 of the Nationaal Luchtvaartlaboratorium, Amsterdam, contains the description and results of experiments on the forces which, in various cases and under normal conditions of atmosphere and altitude, can be applied by a pilot to the controls of an aeroplane. Twentyseven pilots of the Air-force and the Royal Dutch Airlines rendered assistance to the experiments.

The scope of the investigation was the following:

- 1 elevator control at wheel righthanded pushing,
joy-stick
- 2 aileron control at wheel pushing upwards,
joy-stick righthanded pulling
- 3 rudder control at rudderbar with right foot only.
(in one case left foot)

From other publications it was clear that the same or higher values for the forces will be obtained if the control forces were applied in the opposite directions.

The experiments included the determination of the

- a maximum forces for various settings of the controls with respect to the pilots seat; safety-belts fastened;
- b time during which a given-constant-force can be maintained in the case of best control setting for each test-person; safety-belts fastened;
- c maximum possible speed for increasing the force on the rudder control. Left foot, with and without safety-belts fastened.

The results of the investigation may be summarized as follows.

Maximum forces for various settings of the controls with respect to the pilots-seat; safety-belts fastened.

Results of the measurements are given in figures 1 up to 5 incl. of the original report. They represent the forces in kg and lengths in m.

Fig. number in Report	Kind of application	Control	As a function of (see fig.B)	Conclusions; favourable setting
1	righthanded pulling	aileron	S_k = distance from <u>stick</u> to upper back of seat	very near to seat
2	righthanded pushing upwards	aileron	S_w = distance from <u>wheel rim</u> to upper back of seat	between 1'3" and 1'7"
3	righthanded pushing	elevator	S_k = distance from stick (dotted lines) or S_w = from wheelrim (solid lines) to upper back of seat	forces on stick much smaller than on wheel. For both between 1'11" and 2'3". The former for arm length $C < 2'3"$, the latter for $C > 2'3"$. Max. force with straight arm.
4	right foot pushing	rudder	F = distance from pedal hinge to lower back of seat	for 15 out of 27 testpersons max. force for pedal on nearest setting to seat: $F = 3'1"$. Favourable setting for length of leg $B < 3'1"$ is $F = 3'1"$; for $B > 3'1"$: $F = 3'3"$ more. Mean value of $B = 3'1"$.
5	right foot pushing	rudder	F = distance F (see above) B = length of leg	max. forces for $\frac{F}{B} = 1$ or little more

The following figure gives the most favourable setting of the controls with respect to the pilots seat for maximum forces.

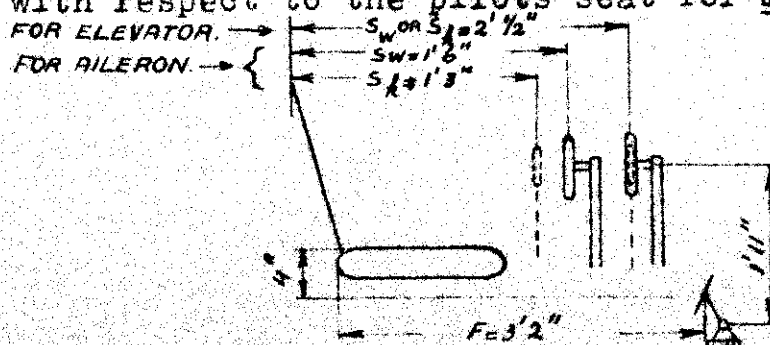


Table 2 contains the limits and mean value of the maximum forces.

Time during which a given-constant-force can be maintained in case of best control setting for each test person; safety belts fastened.

Results of the measurements are given in figures 6 up to 11 incl. of the original report. They all represent curves for maintained force (in kg) against time of application in sec. Only fig. 6 has linear scales, the others have logarithmic scales for both force and time.

Fig. number in report	Kind of application	Control	Conclusions
6	righthanded pushing on wheel	elevator	linear scales are not suitable because of the strongly curved character of the lines
7	righthanded pulling on stick	aileron	
8	righthanded pushing on wheel upwards	aileron	
9	righthanded pushing on stick	elevator	
10	righthanded pushing on wheel	elevator	remarkable drop of force between 1 and 4 min
11	right foot pushing	rudder	remarkable drop of force between 1 and 4 min

Dotted lines in fig. 7 up to 11 incl. indicate mean values of force against time.

The diagrams show rather linear lines. However, for each person there is a (small) force which can be maintained for an unlimited period, which proved to be longer than 15 min.

Table 3 represents a survey of the limits and mean values of force on the controls for several times of application.

Possible speed for increasing the force on rudder control.
Left foot, with and without safety-belts.

Results of the measurements are given in figures 12 up to 15 incl. of the original report. They all represent the force (in kg) on the pedal (or deflection in cm) against time in sec.

Fig.number in report	Safety belts	Control deflection	Conclusions
12	with	large	Smaller forces without safety-belts.
13	without		Forces with safety belts fastened nearly linear up to 330 lbs; without belts up to 220 lbs. Increasing velocity for large pedal deflection, about one half of increasing velocity for small pedal deflection.
14	with	small	This is caused by large deviation from most favourable position of pedal settings in case of large control deflection.
15	without		Time required without safety belts 20 % more.

Literature.

- 1 Gough, M.N. and Beard, A.P.: Limitations of the pilot in applying forces to airplane controls. NACA-TN 550(1936).
- 2 McAvoy, W.H.: Maximum forces applied by pilots to wheel-type controls. NACA-TN 623.(1937).
- 3 Hertel, H.: Ermittlung der grössten aufbringbaren Steuerkräfte und erreichbaren Geschwindigkeiten der Steuerbetätigung. Z.F.M. 1930. S.36-45.

Table 2.
Limits and mean values of maximum forces on the controls.

Description	Favourable distance 5k from wheel rim or stick to upper back of seat or F from pedal hinge to lower back of seat		Maximum forces in lbs Safety belts fastened				Number of test persons for mean value
	Tit.1 and 2		Tit.3		N.L.L.		
	Mean value for 2 pilots	Mean value for 12 pilots	Limits	Mean value			
<u>Elevator</u> wheel, righthanded pushing stick, righthanded pushing	2'	123 1)	110		152-275	207	21
	2"	110	-		122-174	160	6
<u>Aileron</u> wheel, righthanded pushing upwards stick, righthanded pulling	1'	68	62		57-112	83	24
	1"	48	35		29- 66	44	27
<u>Rudder</u> right or left	2'10"-3'2"	427	480		374-620	550	27

1) one half of the indicated value for two-hand pushing.

2) In consequence of the test apparatus smaller distances were impossible; these are, however, not important.

Table 3.

Limits and mean values of forces, which during a certain time can be applied on the controls.

Description	Forces in lbs, to be maintained during:										Number of test persons for N.L.L. mean value	
	0,1 min			1 min			5 min			10 min		
	limits	mean value	N.L.L.	limits	mean value	N.L.L.	limits	mean value	N.L.L.	limits		mean value
limits	mean value	N.L.L.	limits	mean value	N.L.L.	limits	mean value	N.L.L.	limits	mean value		
Elevator. <u>Wheel</u> , righthand pushing	128-242	176	59-110	90	33-62	42	(31 (64)	28-53	33	21		
Joy-stick, righthand pushing	110-176	154	70-82	80	22-48	35	-	13-35	26	6		
Aileron. <u>Wheel</u> , righthand aloft	50-119	75	20-51	37	11-33	20	-	9-26	15	24		
Joy-stick, righthand pulling	31-64	46	17-35	27	11-24	17	12 ¹⁾	9-20	13	27		
Rudder. <u>Right</u>	396-660	550	132-440	286	70-264	165	147 ¹⁾	53-198	123	27		

1) Test as follows: force K₁ during 5 min; 3 min rest; force K₂ somewhat larger than K₁ during 5 min; 3 min rest; and so on for ever increasing forces.

2) Mean value of two selected pilots; optimistic value.

Table 4.

Mean value of increasing speed for rudder control force.

Increase of rudder force	Small pedal deflection		Large pedal deflection	
	Safety belts fastened loose		Safety belts fastened loose	
Mean increasing speed of force lbs/sec	462	364	242	209
Number of test persons for mean value	15	15	12	12
<u>Rudder control force 220 lbs</u>				
time required sec	0,5	0,6	0,9	1,1
max pedal deflection "	$\frac{13}{32}$		3	
<u>Rudder control force 330 lbs</u>				
time required "	0,7	-	1,4	-
max pedal deflection "	$\frac{19}{32}$		5	